

サプライチェーンに関する一考察 ～ブルウィップ効果について～

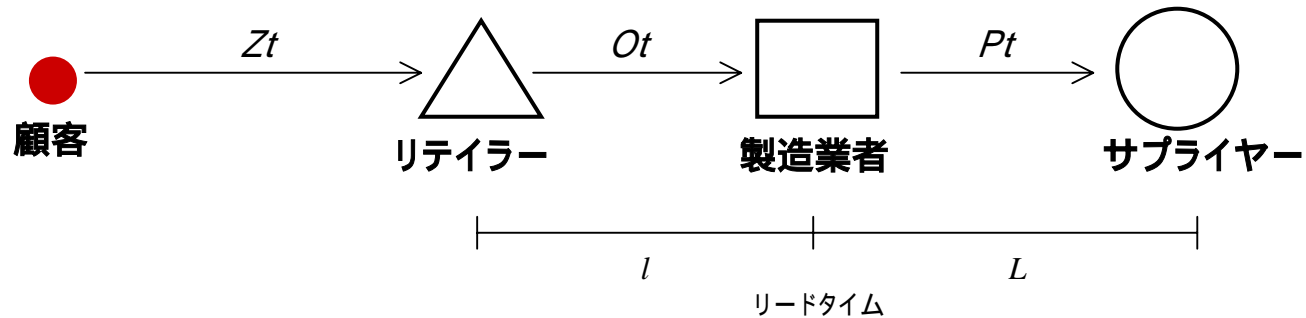
マーケットでの微小な需要変動が、サプライチェーン上を製造業者、サプライヤーとさかのぼるに従い増幅されていく現象は**ブルウィップ効果**としてよく知られている。この現象はForrester (1958, 1961)により最初に報告されており、この報告をきっかけに様々な分野で研究がされてきている。**ブルウィップ効果の影響は特にサプライチェーン上流に位置する製造業者あるいはサプライヤーにとって深刻**であり、ローコストで安定した供給システムを構築するためにはブルウィップ効果への対策が必要不可欠である。Lee et al. (1997a,b) は、ブルウィップ効果の原因を以下の5つにまとめている。1) Demand signal processing 2) Non-zero lead times 3) Order batching 4) Supply shortage 5) Price fluctuations。

しかしブルウィップ効果の存在自体は誰も認めるところであるが、サプライチェーンを構成する各プレイヤー(例:リテiler、製造業者、サプライヤー)が、**各自を最適化する行動を選択した場合どのようなブルウィップ効果が観測されるかについての研究はほとんどされていないのが実態**である。Lee et al. (2000) は2レベル(リテilerと製造業者)のサプライチェーンモデルにおいて、リテilerと製造業者がOrder-up-to方式(発注点・補充水準方式、あるいは(s, S)方式とも呼ばれる)を採用した場合について報告している。ただ、この報告はブルウィップ効果が生成される過程については触れられていない。Lee et al. (2000) ではリテilerと製造業者が協力し需要情報を共有するメリットを導きだしているが、その結論はRaghunathan (2001) によって反証されている。

そこで我々は、まず純粹に**ブルウィップ効果が発生する過程に着目**することが重要と考え、3レベル(リテiler、製造業者、サプライヤー)の**サプライチェーンを想定**し、マーケットでの**需要変動がサプライチェーンの上流へと伝わって行く様子**について、**どのように変化していくか**についての研究をした。

モデルに使用した変数の一覧

図1. 3レベル・サプライチェーン・モデル



- Z_t : 時間 t においてリテラーが受ける需要量
 O_t : 時間 t におけるリテラーから製造業者への発注量
 P_t : 時間 t における製造業者からサプライヤーへの発注量
 l : 製造業者からリテラーへの補充リードタイム
 L : サプライヤーから製造業者への補充リードタイム

需要量 Z_t は1階の自己回帰モデル(以下、AR(1)とする)に従うものとする。

$$Z_t = \phi Z_{t-1} + a_t \quad (1)$$

ここで ϕ :自己回帰パラメーター

a_t :ホワイトノイズ(分散 = σ_a^2)

図2にAR(1)過程の例を示す。

需要量にこの Z_t を仮定したとき、リテイラーから製造業者へのOrder-up-to方式による発注量は以下の式で表現されることが知られている(Lee et al. (2000))。

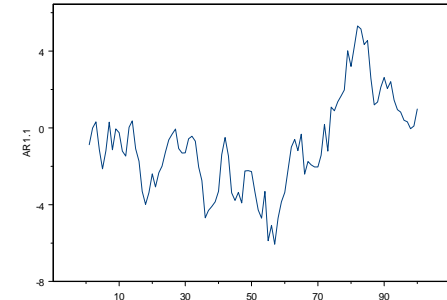
$$O_t = Z_t + \frac{\phi(1-\phi^{l+1})}{1-\phi}(Z_t - Z_{t-1}) \quad (2)$$

式(1)と式(2)から Z_t を消去すると、 $t+1$ におけるリテイラーから製造業者への発注量 O_t は

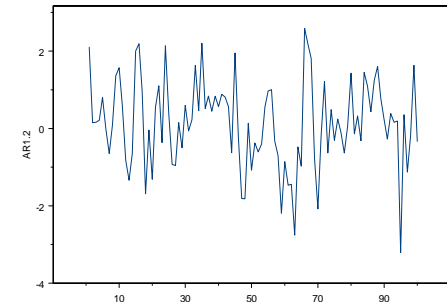
$$O_{t+1} = \phi O_t + \frac{1-\phi^{l+2}}{1-\phi} a_{t+1} - \frac{\phi(1-\phi^{l+1})}{1-\phi} a_t \quad (3)$$

となる。

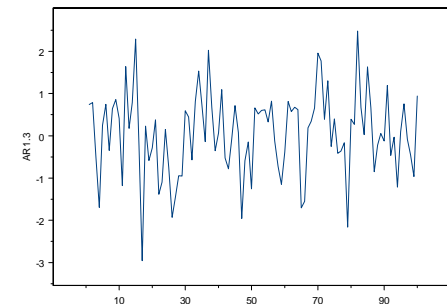
図2. AR(1)過程の例



= 0
a = 1



= 0
a = 1



= 0
a = 1

式(2)と式(3) から2つのことが導き出せる。

1. リテイラーから製造業者への発注量 O_t は、需要量 Z_t と Z_{t-1} 、および自己回帰パラメータ ϕ の関数で表現できる

これは式(2) から明らかである。このことから、 Z_t, Z_{t-1} の値を情報共有していれば、製造業者がリテイラーからの発注量を予測可能であることを示唆している。

2. リテイラーから製造業者への発注量 O_t は、ARMA(1, 1)過程となる。

ARMA(1, 1)過程は一般に下記のような式で表現される。

$$O_{t+1} = \phi O_t + a_{t+1} - \theta a_t \quad (4)$$

ここで、 $a_t^{(o)} = \frac{(1-\phi^{l+2})}{1-\phi} a_t$ と置くと、式(3)は下記のようになる。

$$O_{t+1} = \phi O_t + a_{t+1}^{(o)} - \frac{\phi(1-\phi^{l+1})}{1-\phi^{l+2}} a_t^{(o)} \quad (5)$$

式(4)と比較して、式(5)は、 $\theta = \frac{\phi(1-\phi^{l+1})}{1-\phi^{l+2}}$ と置いたARMA(1, 1)過程であることがわかる。さらにこの θ は、 l の関数であることがわかる。

次に、製造業者からサプライヤーへの発注量 P_t について考えてみる。Order-up-to方式によりサプライヤーへの発注量 P_t は式(2) を求めた時と同様の方法により得ることができる。

$$P_t = O_t + \frac{\phi(1-\phi^{L+1})}{1-\phi}(O_t - O_{t-1}) \quad (6)$$

さらに、式(5)を使うと式(6)は、

$$P_t = \phi P_{t-1} + (1+J)a_t^{(o)} - \frac{(1+J)(\theta + J\theta + J)}{1+J}a_{t-1}^{(o)} - \frac{-(1+J)J\theta}{1+J}a_{t-2}^{(o)} \quad (7)$$

となる。ここで、

$$J = \frac{\phi(1-\phi^{L+1})}{1-\phi} \quad (8)$$

としている。

式(2)と式(6)から次のことが言える。

3. 製造業者からサプライヤーへの発注量 P_t は、 O_t と O_{t-1} あるいは Z_t と Z_{t-1} 、および自己回帰パラメータ の関数で表現できる。

これは、リテイラー、製造業者と2レベルにわたって需要情報が伝播しても、 Z_t, Z_{t-1} の値さえわかれば、 P_t が算定可能であることを示唆している。さらに、式(7)から下記のことがわかる。

4. 製造業者からサプライヤーへの発注量 P_t は、ARMA(1, 2)過程となる。

まず、ARMA(1, 2)過程は一般に下記のような式で表現される。

$$P_t = \phi P_{t-1} + a_t^{(P)} - \theta_1 a_{t-1}^{(P)} - \theta_2 a_{t-2}^{(P)}. \quad (9)$$

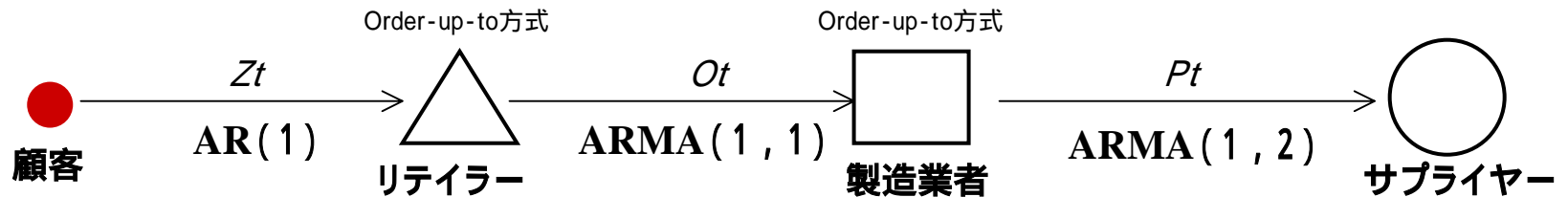
ここで、 $(1+J)a_t^{(O)} = a_t^{(P)}$ と置くと、 $t+1$ における式(7)は下記のようになる。

$$P_{t+1} = \phi P_t + a_{t+1}^{(P)} - \frac{\theta + J\theta + J}{1+J} a_t^{(P)} - \frac{-J\theta}{1+J} a_{t-1}^{(P)}. \quad (10)$$

式(9)と比較して、式(10)は、 $\theta_1 = \frac{\theta + J\theta + J}{1+J}$ 、 $\theta_2 = \frac{-J\theta}{1+J}$ と置いたARMA(1, 2)過程であることがわかる。

ここまでの結果と確認のためのシミュレーションについて

ここまでの議論で判明したことを図示すると下記のようなになる。



顧客からの需要量 Z_t がAR(1)過程に従うとすると、リテイラーから製造業者への発注量 O_t はARMA(1, 1)過程に従う。さらに、製造業者からサプライヤーへの発注量 P_t はARMA(1, 2)過程に従うことがわかった。

さて、これまでは演繹的にモデルを構築してきた。ここで、**シミュレーションを実施してこれまでの結果を帰納的に確認することにする**。具体的には、S-PLUSを使ってAR(1)過程に従うデータを発生させ、それをモデル化したリテイラーの入力データとする。リテイラーはOrder-up-to方式により製造業者への発注量を決定する。この発注はモデル化した製造業者の入力データとなる。製造業者はOrder-up-to方式によりサプライヤーへの発注量を決定する。このシミュレーション・モデルで観測される O_t と P_t に対して帰納的にボックス・ジェンキンス・モデルを適用し、それぞれARMA(1,1)とARMA(1,2)に同定できるかを確認する。シミュレーション実施にあたり、以下のような設定値を採用した。

$$\phi = 0.9$$

$$\sigma = 50$$

$$l = 10$$

$$L = 5$$

シミュレーションによる確認 その1

O_t のARMA(1, 1)過程確認

シミュレーションにより観測された O_t をS-PLUSにより推定した結果を示す。
結果として、 O_t がARMA(1, 1)過程に従うことが確認された。

Coefficients:

AR : 0.91013

MA : 0.87791

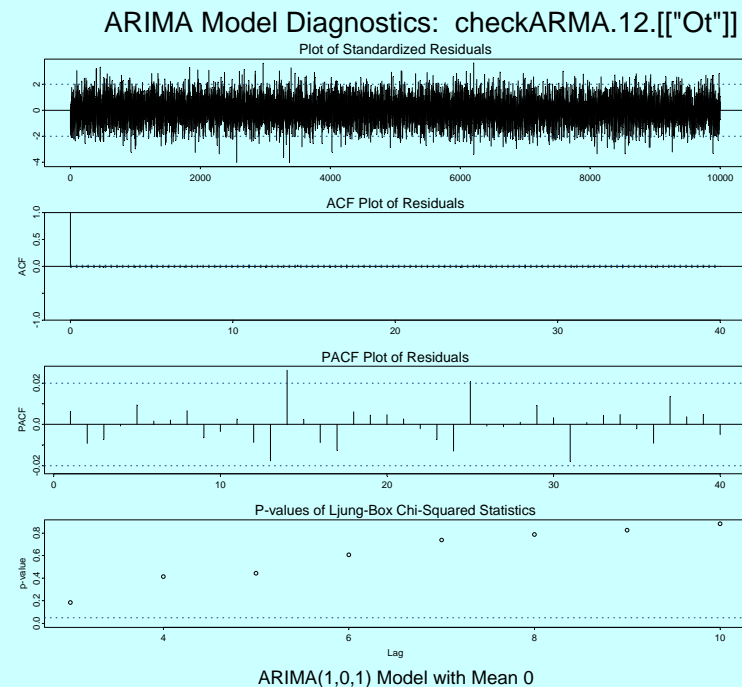
Variance-Covariance Matrix:

	ar(1)	ma(1)
ar(1)	0.0006679338	0.0007619443
ma(1)	0.0007619443	0.0008921172

Optimizer has converged

Convergence Type: relative function convergence

AIC: 145856.99027



移動平均パラメータの理論値は式(5)より0.861となるが、推定された値は0.878と理論値と非常に近い値になっている。自己回帰パラメータにおいても設定値である0.9に非常に近い値となっている。
モデル同定に際し、AR(1)、ARMA(1, 2)も適用したが、AIC、P値ともに劣る結果となった。

シミュレーションによる確認 その2

P_t のARMA(1, 2)過程確認

シミュレーションにより観測された P_t をS-PLUSにより推定した結果を示す。
結果として、 P_t がARMA(1, 2)過程に従うことが確認された。

Coefficients:

AR : 0.83814

MA : 1.60788 -0.64848

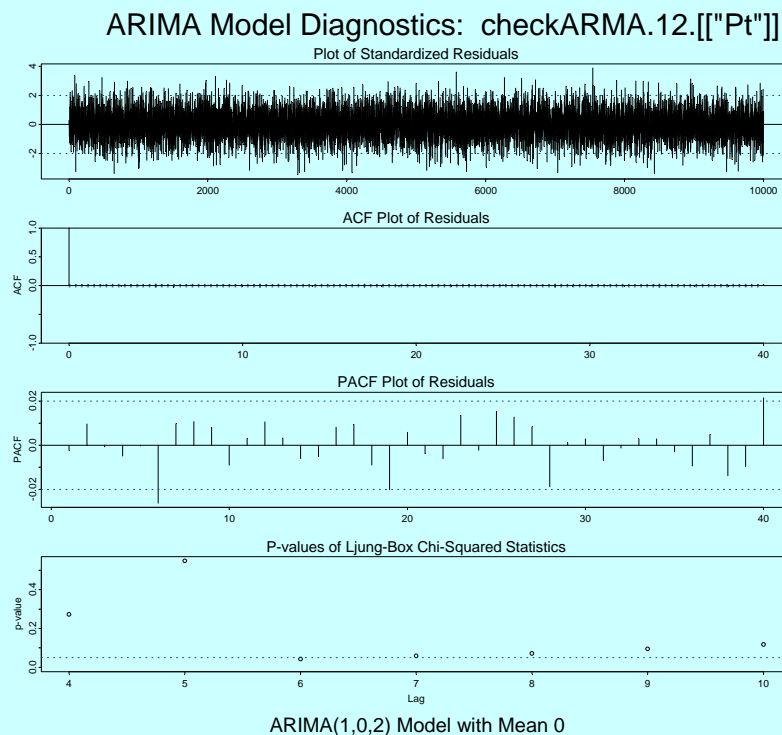
Variance-Covariance Matrix:

	ar(1)	ma(1)	ma(2)
ar(1)	0.03122882	0.03060369	-0.02301198
ma(1)	0.03060369	0.03004903	-0.02260786
ma(2)	-0.02301198	-0.02260786	0.01701509

Optimizer has converged

Convergence Type: relative function convergence

AIC: 179259.05929



移動平均パラメータの理論値は式(7),(8)より1.669と-0.696となるが、推定された値は1.608と-0.648と理論値と非常に近い値である。自己回帰パラメータにおいては設定値である0.9から若干異なる結果となった。モデル同定に際し、AR(1)、ARMA(1, 1)も適用したが、AIC、P値ともに劣る結果となった。

ブルウィップ効果算定方法

ここから本題である、ブルウィップ効果の算定をする。

ブルウィップ効果の定量化方法については、近年多くの研究者が以下の式を使用している (Chen et al. 2000)。

$$Bullwhip = \frac{\sigma_{output}^2}{\sigma_{input}^2} \quad (11)$$

この式は、あるシステムへの入力信号の分散 σ_{input}^2 と出力信号の分散 σ_{output}^2 の比を算定することを意味している。本稿では3ステージのサプライチェーンを対象にしているので、以下の2つの式からブルウィップ効果を測定することとする。

$$Bullwhip1 = \frac{\sigma_{O_t}^2}{\sigma_{Z_t}^2} \quad (12)$$

$$Bullwhip2 = \frac{\sigma_{P_t}^2}{\sigma_{Z_t}^2} \quad (13)$$

ここで、 $\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{Z_t}^2 : Z_t \text{の分散} \\ \sigma_{O_t}^2 : O_t \text{の分散} \\ \sigma_{P_t}^2 : P_t \text{の分散} \end{array} \right.$ としている。

$Z_t, O_t, \text{および } P_t \text{ の分散式}$

AR(1)過程に従う需要量 Z_t 、ARMA(1, 1)過程に従うリテラーからの発注量 O_t 、ARMA(1, 2)過程に従う製造業者からの発注量 P_t の各分散は以下の式にて算定される。

$$\sigma_{Z_t}^2 = \frac{\sigma_a^2}{1-\phi^2} \quad (14)$$

$$\sigma_{O_t}^2 = \frac{1+\theta^2-2\theta\phi}{1-\phi^2} \sigma^2 \quad (15)$$

$$\text{ここで、 } \theta = \frac{\phi(1-\phi^{l+1})}{1-\phi^{l+2}}, \quad \sigma^2 = \left(\frac{(1-\phi^{l+2})}{1-\phi} \right)^2 \cdot \sigma_a^2 \quad \text{である。}$$

$$\sigma_{P_t}^2 = \frac{1+\theta_1^2+\theta_2^2-2\phi\theta_1-2\phi\theta_2(\phi-\theta_1)}{1-\phi^2} \sigma_{a^{(P)}}^2 \quad (16)$$

$$\text{ここで、 } \theta_1 = \frac{\theta+J\theta+J}{1+J}, \quad \theta_2 = \frac{-J\theta}{1+J}, \quad \sigma_{a^{(P)}}^2 = (1+J)^2 K^2 \sigma_a^2, \quad \text{である。}$$

$$\text{また、 } J = \frac{\phi(1-\phi^{L+1})}{1-\phi}, \quad K = \frac{(1-\phi^{l+2})}{1-\phi} \quad \text{としている。}$$

式(14)～(16)から、各分散値は自己回帰パラメータとリードタイムの関数であることがわかる。

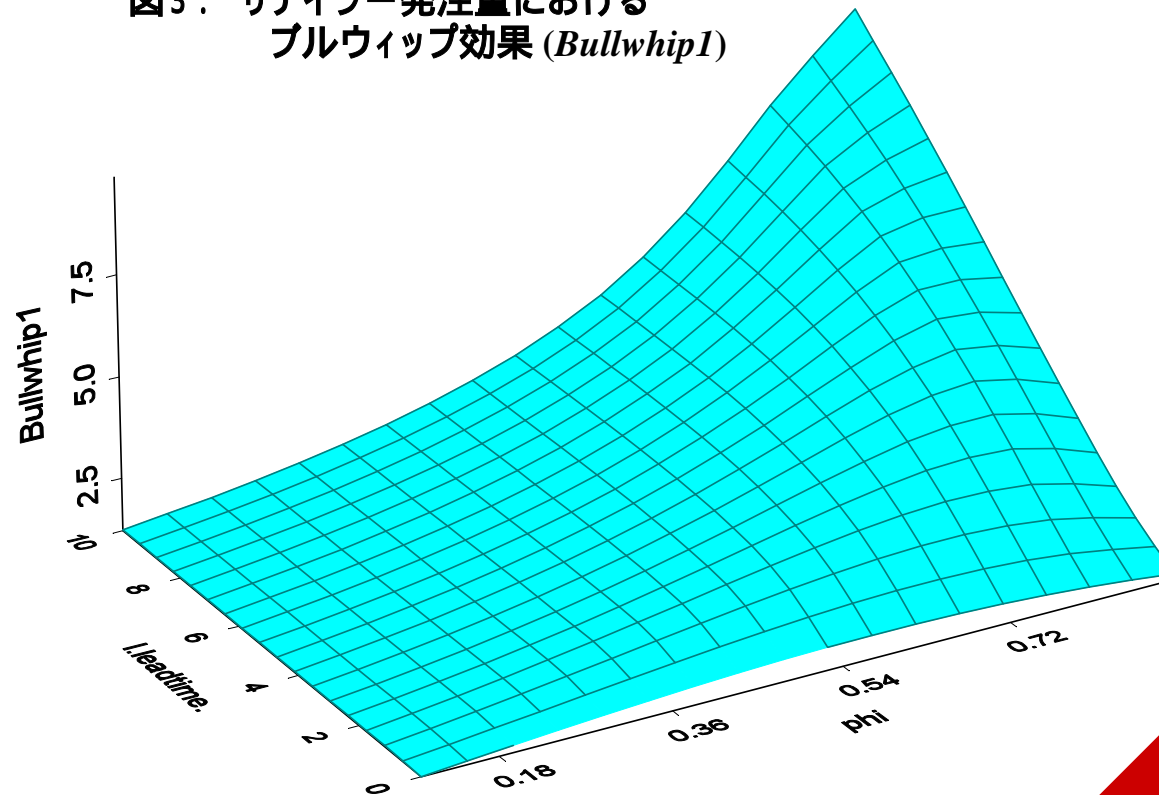
リテラー発注量における ブルウィップ効果算定結果

リテラー発注量 O_t のブルウィップ効果($Bullwhip1$)を式(12)に基づき算定した結果を図3に示す。このとき、リードタイムは0~10日、 ϕ は0.1から0.9までの範囲とした。

図3より、 ϕ が大きくなるにつれてブルウィップ効果は増大する傾向にあることがわかる。特に $\phi=0.6$ あたりを境に、急激にブルウィップ効果の影響が大きくなっている。

仮に、 ϕ は操作することができないとすると、ブルウィップ効果の影響を排除するにはリードタイム短縮が不可欠であることがわかる。また、リードタイム短縮は ϕ が大きい場合に特に有効であることもうかがえる。

図3. リテラー発注量における
ブルウィップ効果 ($Bullwhip1$)



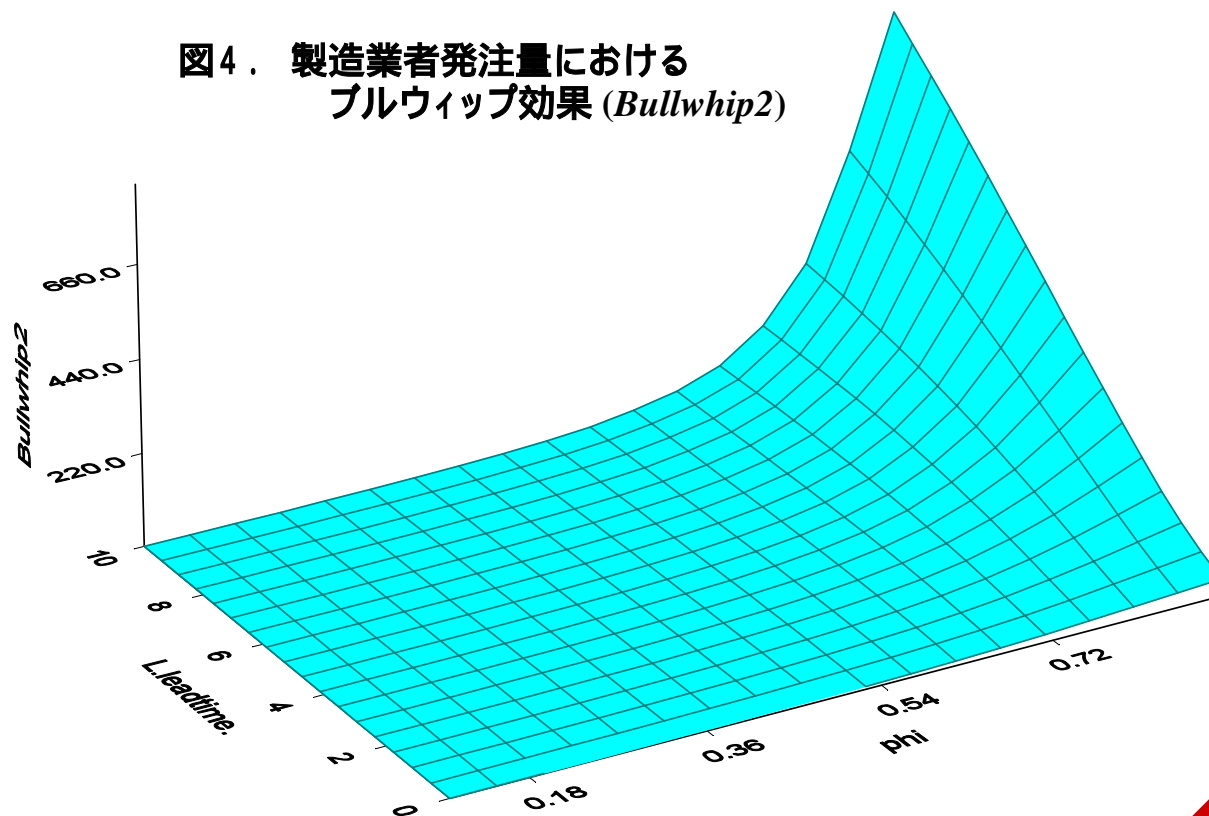
製造業者発注量における ブルウィップ効果算定結果

製造業者発注量 P_t のブルウィップ効果($Bullwhip2$)を式(13)に基づき算定した結果を図4に示す。このとき、 l は10日で固定とし、 ϕ を0.1から0.9まで、 L を0から10日の範囲とした。

図4より、スケールは異なるものの、リテラーでの検討と同様な結果を得ていることがわかる。 $\phi=0.7$ を超えるあたりから、ブルウィップ効果の影響が大きくなることも類似しているが、その立ち上がり方はより急激である。

このように増幅された発注量に基づき生産設備への投資、人員配置計画などを実施することは、サプライヤーにとって大きな負担であることは想像に難くない。

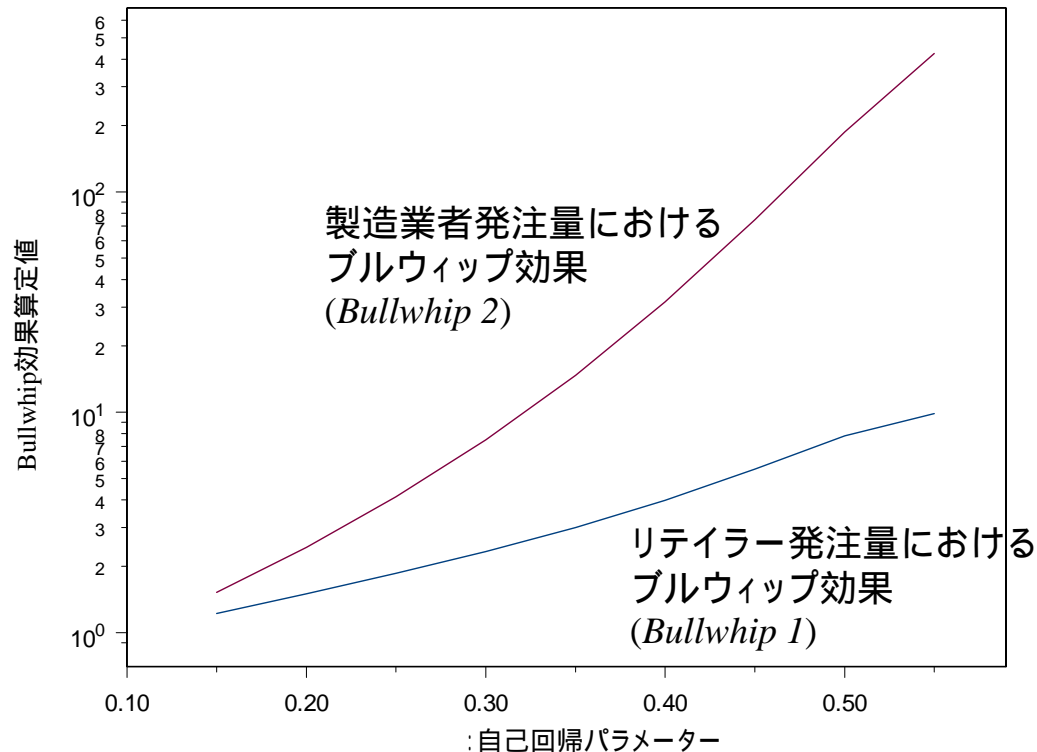
図4. 製造業者発注量における
ブルウィップ効果 ($Bullwhip2$)



自己回帰パラメータ()とブルウィップ効果の関係

l を10日、 L は5日で固定とし、 ρ を0.1から0.9までの範囲で変化させた時のリテイラー発注量 O_t のブルウィップ効果(*Bullwhip 1*)と製造業者発注量 P_t のブルウィップ効果(*Bullwhip 2*)を図5に示す。*Bullwhip 1*は10を超えることはなかったが、*Bullwhip 2*は容易に10を超え、自己回帰パラメーターが0.5以上では100倍を超えている。もし可能であれば自己回帰パラメータを低く抑えることでブルウィップ効果の影響を削減でき、サプライヤーにとっては大きな効果が期待できるであろう。

図5. 自己回帰パラメータとブルウィップ効果の関係



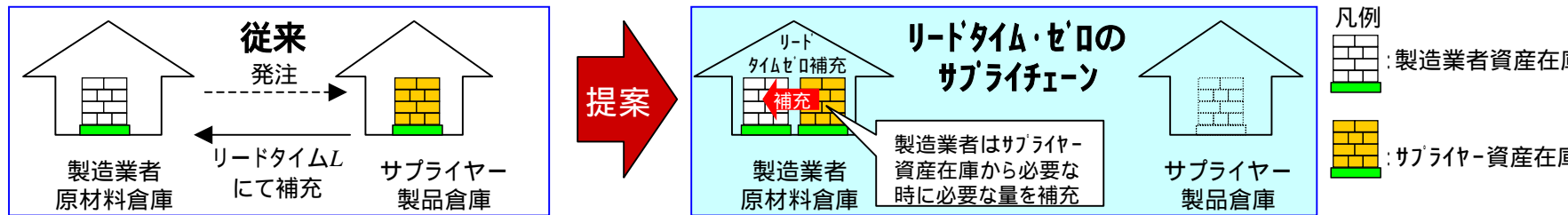
リテイラー、製造業者、サプライヤーで構成されるサプライチェーンを対象とし、それぞれが各自の最適化を図った場合にどのようなブルウィップ効果が観測されるかを研究した。まず最初に**需要量 Z_t がAR(1)過程に従うと仮定し、その需要量がリテイラーを通過するとARMA(1, 1)過程に、さらに製造業者を通過するとARMA(1, 2)過程に従うことをモデルで示した。さらにその結果をシミュレーションモデルを使用して帰納的に確認した。次に、ブルウィップ効果算定方法を定義し、**需要量の分散値がサプライチェーンをさかのぼるに従いどのように拡大されていくかを確認した。****

現実の運用と比較すると、今回の結果は理想的な状況下でのブルウィップ効果算定と行うことができ、よってブルウィップ効果の最低値が算定されてと考えてよいであろう。つまり、**現実には本論で設定したパラメータと同一の条件であっても、観測されるブルウィップ効果は本論の結果より大きくなる**ことはあっても、小さな値となることはないであろう。しかしながら、本論で算定された結果は、とくにサプライヤーが直面する発注量の分散はすでに十分に大きな値であり、今後はいかにブルウィップ効果を排除していくかの研究が必要かを痛感する結果となった。

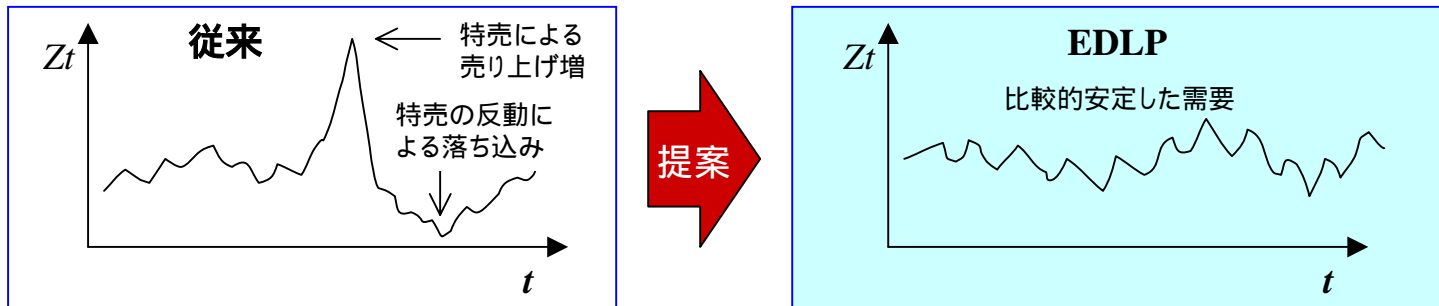
ブルウィップ効果を排除する1つの方策として、受注・出荷・在庫情報の共有化があることは、現実には言われている。しかし、冒頭にも述べたように、その方法と効果についてはいまだ一定の基準がないのも事実である。本論の結果から少なくとも言えることは、**リードタイム短縮と需要量の変動を小さくすることがブルウィップ効果排除の鉄則**、ということである。

まとめと考察 その2

リードタイム短縮については、次のような方策が考えられる。製造業者の原材料倉庫にサプライヤー資産の在庫を配置する。そうすると、製造業者は倉庫の中にすでにサプライヤーの在庫があるので、補充は倉庫内移動だけで済みリードタイムは限りなくゼロに近くなる。ただし、サプライヤーの製品倉庫に多少の在庫が残るはずなので、サプライヤーの総在庫量は増加するが、ブルウィップ効果排除のメリットによりその増加分を補完できる可能性は高いと思われる。



需要量の変動を小さく抑える方策としては、例えばウォルマートのEDLP(Every Day Low Price)のような戦略により価格を安定させることで**需要を安定させ、結果として を低い値に保ちブルウィップ効果を排除することが考えられる。** の望ましい値は、本論での関係式から想定することができるであろう。



今後の展開

本論で提示された各レベルでの発注量とその分散値の算定式により、ブルウィップ効果の生成過程とその成長過程を把握することができた。本論をもとにした今後の展開は様々な方向が考えられる。

需要量はAR(1)過程に従うとした仮定を発展させ、さらに一般化する。需要過程を一般化したときに、サプライチェーンの上流ではどんな過程が観測されるかが定式化できれば様々な応用が可能となる。

ブルウィップ効果を排除する方策へ応用する。例えばDisney et al. (2003a,b)は制御工学のテクニックを使い、ブルウィップ効果排除の方策を提案している。本論で解明されたブルウィップ効果発生のしくみと組み合わせれば、さらに効果的な方策および制御パラメータの発見が可能であろう。

我々はこの2つに注力し今後も研究を進めていく予定である。また、本論では数式展開をかなり省略した(例えば、式(6)を得るまでの課程)が、近いうちに別の機会にて発表予定にしているので、そちらをご覧ください。

最後に、この研究を進めるにあたり、既往の研究調査、理論展開、シミュレーションモデル作成とほぼすべての面においてDr. Stephen M. Disney から助言をいただいた。ここにお礼申し上げます。

- Chen, F. et al. 2000 Quantifying the bullwhip effect in a simple supply chain: the impact of forecasting, lead-times and information. *Management Science* Vol. 46 No. 3 pp. 436-443
- Dejonckheere, J. et al. 2003 Measuring and avoiding the bullwhip effect: a control theoretic approach. *European journal of Operational Research* 147 pp.567-590
- Disney, S.M. et al. 2003a On the bullwhip and inventory variance produced by an ordering policy. *The International Journal of Management Science* 31 pp.157-167
- Disney, S.M. et al. 2003b The effect of vendor managed inventory (VMI) dynamics on the Bullwhip Effect in supply chains. *International Journal of Production economics* 85 pp.199-215
- Forrester, J. 1958 Industrial dynamics, a major breakthrough for decision makers. *Harvard Business Review* July-Augst pp. 67-96
- Forrester, J. 1961 Industrial dynamics. MIT Press, Cambridge, MA, USA
- Lee, H. L. et al. 1997a Information distortion in a supply chain: the bullwhip effect. *Management Science* Vol. 43, No. 4 pp.546-558
- Lee, H. L. et al. 1997b The bullwhip effect in supply chains. *Sloan Management Review* Spring pp. 93-102
- Lee, H. L. et al. 2000 The value of information sharing in a two-level supply chain. *Management Science* Vol. 46, No. 5 pp. 626-643
- Raghunathan, S. 2001 Information sharing in a supply chain: a note on its value when demand is nonstationary. *Management Science* Vol. 47, No. 4 pp. 605-610