

# AHP・ANPを利用した予備校教員の 指導力評価

東京理科大学 工学部  
経営工学科  
松井大祐

# 発表構成

---

- はじめに
- 研究背景
- AHP・ANPの概要
- 教員の評価の分析
- 考察
- 参考文献

# 研究背景

## 予備校で経営者が教員を評価することの問題点

- 経営者が直接教員の授業を見ることができない。
- 経営者が良い評価をしても、生徒にとっては、良くない評価であるかもしれないので、生徒が評価をする必要がある。
- 授業時間外の授業への取り組みが考慮されていない。
- 担当教科によって生徒からの評価に差がでるのではないかと考えた。

# 問題設定と分析方法

## 研究目的

生徒からの評価以外に教員の自己評価, 他教員の評価を加えることで, 生徒には分からない部分の評価も行う. また評価されるだけという不満を減らすという目的もある.

教員の指導力評価を行い, B校舎での教員の指導力のある教員を求める. 教員の評価は生徒の教科の得意不得意に関係しないのか考察を行う.

## AHP/ANPを利用する理由

生徒が教員を評価することができ, 教員の教育に対する考え方も考慮することができる.

経営者と教員と生徒の三者の意見をひとつにするには, AHP/ANPが都合がいい.

# AHPの概要(1)

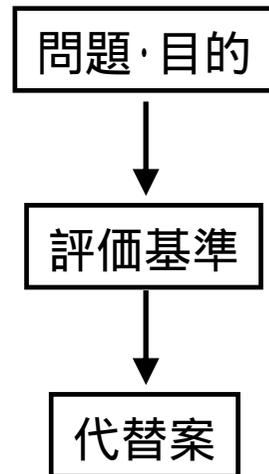


図1:階層構造

## AHPの特徴

問題を階層構造を用いて表す。  
評価を行う場合に絶対評価ではなく、一対比較による相対評価に基づいて行う。

一対比較行列Aを作成する

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \quad a_{ii} = 1, a_{ij} = 1/a_{ji} \quad \dots \text{式1}$$

一対比較行列からウェイトを算出する  
固有ベクトル法:  $w$  をウェイトとする。

$$Aw = \lambda_{\max} w \quad \lambda_{\max} : A \text{の最大固有値}$$

$$\dots \text{式2} \quad w : \lambda_{\max} \text{に対する固有ベクトル}$$

## AHPの概要(2)

比較行列 $A=[a_{ij}]$ を作る場合, 対象 $i$ の真の個別評価値が $u_i$ であったとすると  
一対比較値 $a_{ij}$ は $a_{ij}=u_i/u_j$ となる.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & u_1/u_2 & \cdots & u_1/u_n \\ u_2/u_1 & 1 & \cdots & u_2/u_n \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ u_n/u_1 & u_n/u_2 & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

また一対比較のデータに対するモデルとしては, その新の値にある  
正の値の誤差を乗じたもの

$$a_{ij} = \frac{u_i}{u_j} e_{ij} \quad (e_{ij} > 0) \quad \cdots \text{式3}$$

最小二乗法はある意味  
で最良の推定を与える  
というガウス・マルコフ  
の定理がある[2]

対数最小二乗法: 対数をとって最小二乗法を適用する

$$\hat{u}_1 = (a_{12}a_{13})^{1/3}$$

$$\hat{u}_2 = (a_{12}^{-1}a_{23})^{1/3}$$

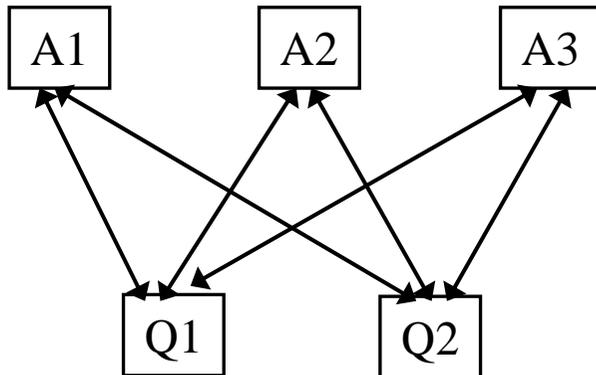
$$\hat{u}_3 = (a_{13}^{-1}a_{23}^{-1})^{1/3}$$

となつてこれが個別評価値の推定を与えることになる。  
またこれは幾何平均になっていることがわかる。

LLSの方法によれば, 第 $i$ 番目の対象の個別評価値は, 比較行列  
の第 $i$ 行の幾何平均で与えられる。[2]

# ANPの概要(1)

AHPの評価構造は階層構造であったが, ANPはそれをネットワーク構造に拡張したものである[2].



ANPでは, 評価基準から代替案への評価だけではなく代替案から評価基準への評価も行う.

図2: ネットワーク構造の一例

QがAを評価する評価行列

$$U = \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} \end{bmatrix}$$

AがQ評価する評価行列

$$W = \begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} \\ w_{21} & w_{22} \\ w_{31} & w_{32} \end{bmatrix}$$

## ANPの概要(2)

$$S = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & w_{11} & \cdots & w_{1n} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & w_{m1} & \cdots & w_{mn} \\ u_{11} & \cdots & u_{1m} & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ u_{n1} & \cdots & u_{nm} & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

図3: 超行列

このような形にまとめたものをsaatyは超行列(super matrix)と呼んでいる

本研究ではSが既約行列であるので、ANPの解析は“超行列Sの主固有ベクトルを求めればよい”ということになる。

ANPでは、評価基準から代替案の重要度の算出を行うだけでなく、代替案から評価基準の重要度を算出する。また、各対象による評価値の和は1にするという基準化の原則から

$$\sum_{i=1}^n u_{ij} = 1 \quad (j=1,2,\dots,m), \quad \sum_{i=1}^m w_{ij} = 1 \quad (j=1,2,\dots,n)$$

という条件が成り立つ。つまり超行列はその要素は非負で各列での成分の和が1であるような確率行列(stochastic matrix)となる。

# アンケートについて

## アンケート対象

**調査:** A予備校について

B校の中学生を対象(教員4名, 生徒86名)。

## アンケート詳細

**アンケート形式:** 一対比較アンケート

**アンケート実施日:** 2005/8/15 (追加:2005/9/16)

**アンケート回答数(有効回答率):** 経営者1(100%)教員4(100%)  
生徒86(83.5%)

**経営者:** 評価項目「教育への熱意」「教え方の巧さ」について

**教員:** 教育への熱意, 教え方の巧さについて

自己評価・他教員に対しての教育への熱意と教え方の巧さ  
どの学年からの評価を重要視したいか

**生徒:** 教員の教育に対しての熱意, 教え方の巧さ, 得意教科について,  
学年・性別

# 階層構造

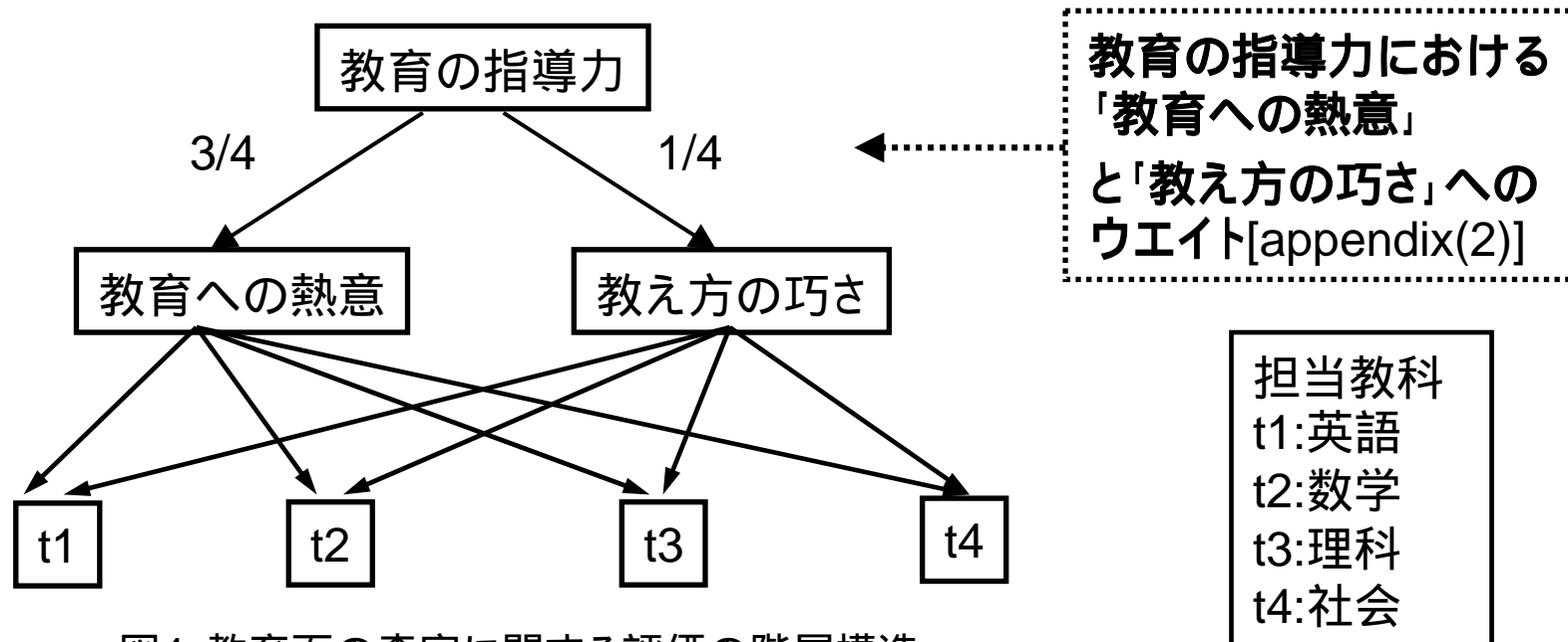


図4:教育面の査定に関する評価の階層構造

:評価関係が存在することを示す

例)「教育の指導力」において、「教育への熱意」と「教え方の巧さ」がそれぞれどれくらい重要であるかという評価関係を示している。

# 生徒と教員の総合評価構造

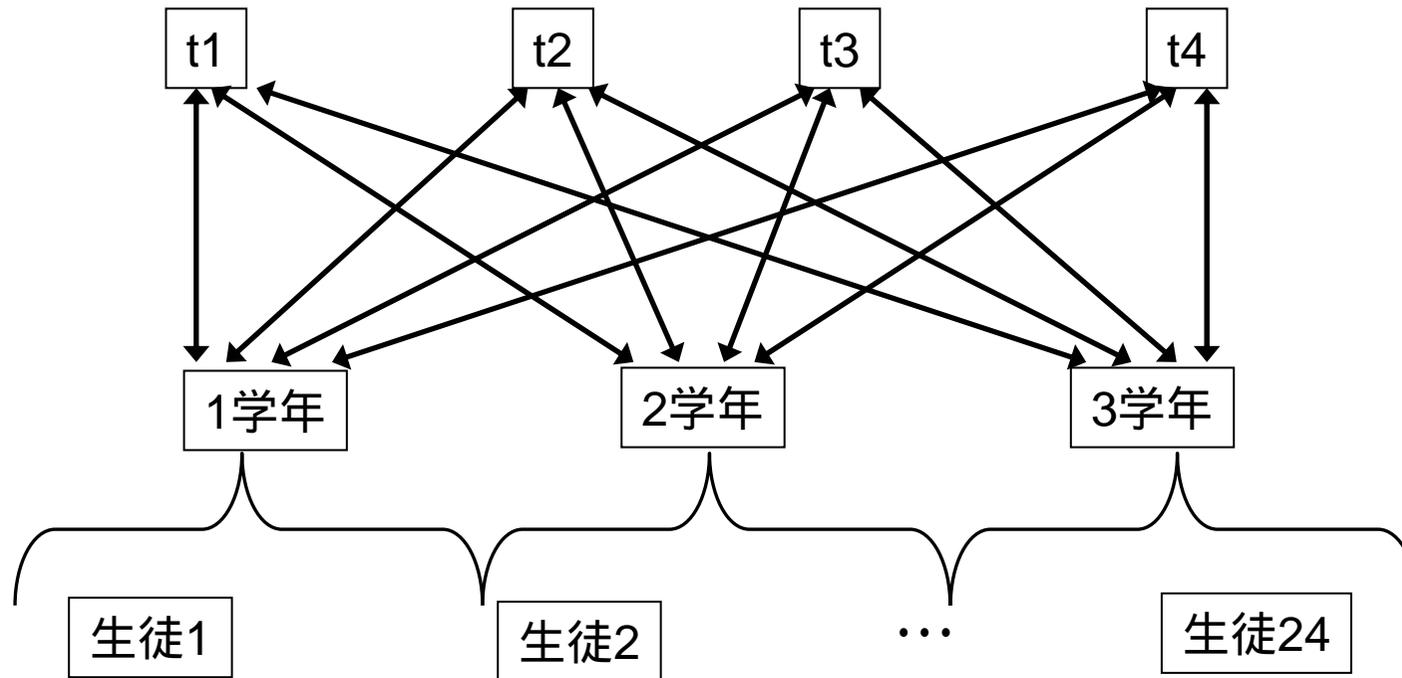


図5: 総合評価構造

生徒86名の対比較アンケートより、各学年ごとに幾何平均を使ってまとめた。

生徒から教員に対しての評価が高く、教員が高く評価されている学年の評価を重要視すれば、総合的によい評価値が得られる。

# 超行列の作成

$$S_{\text{熱意}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0.4415 & 0.4192 & 0.4480 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1087 & 0.1301 & 0.0778 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.2444 & 0.3030 & 0.2851 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.2052 & 0.1477 & 0.1891 \\ 0.3333 & 0.5842 & 0.1429 & 0.2583 & 0 & 0 & 0 \\ 0.3333 & 0.2808 & 0.1429 & 0.1047 & 0 & 0 & 0 \\ 0.3333 & 0.1350 & 0.7143 & 0.6370 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \dots \text{式2}$$

$$S_{\text{巧さ}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0.4431 & 0.3420 & 0.3918 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1168 & 0.1670 & 0.0934 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.2431 & 0.3211 & 0.2986 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1971 & 0.1670 & 0.2163 \\ 0.3333 & 0.5842 & 0.1562 & 0.2583 & 0 & 0 & 0 \\ 0.3333 & 0.2808 & 0.1852 & 0.1047 & 0 & 0 & 0 \\ 0.3333 & 0.1350 & 0.6586 & 0.6370 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \dots \text{式3}$$

式2, 式3から超行列の固有ベクトルを求める

# 基準化

超行列Sはその要素は非負で各列での成分の和が1であるような確率行列(stochastic matrix)となる基準化の原則から, 得られた結果を基準化する.

$$\sum_{i=1}^3 u_{ij} = 1 \quad (j = 1, 2, 3, 4)$$

$$\sum_{i=1}^4 w_{ij} = 1 \quad (j = 1, 2, 3)$$

により

$$[0.4394, 0.0990, 0.2774, 0.1842, 0.5094, 0.4075, 0.0831]^T \quad \dots \text{熱意}$$

$$[0.3951, 0.1179, 0.2875, 0.1995, 0.2970, 0.2389, 0.4641]^T \quad \dots \text{巧さ}$$

が得られた.

算出結果をネットワーク構造上に表す.

# 各評価基準での教員と学生の相互評価値

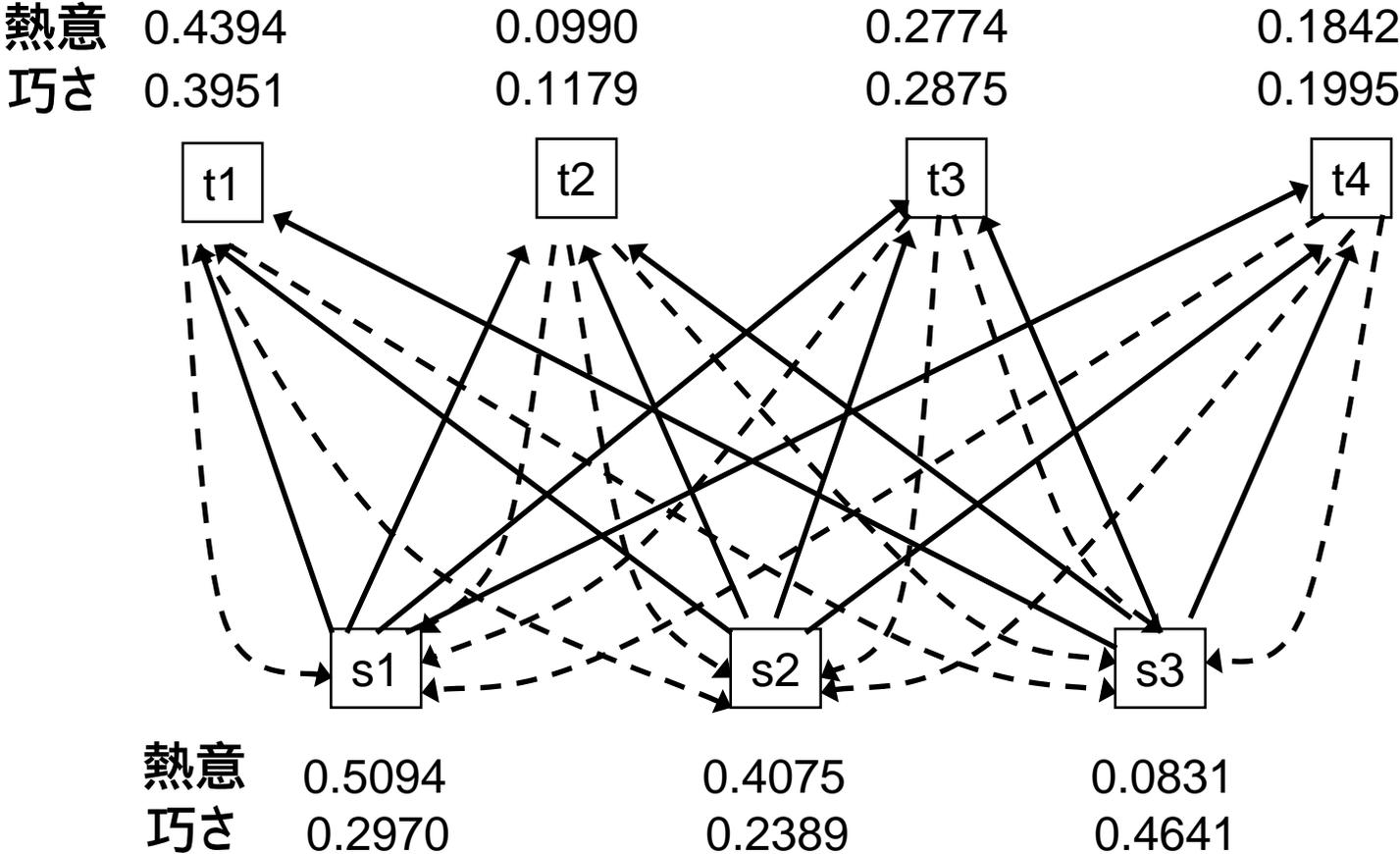


図6: 各評価基準の下での相互評価結果

# 教員同士の評価

教員同士の評価の導入の目的  
 教員の評価を入れることで、評価されることへの不満を減らす目的がある

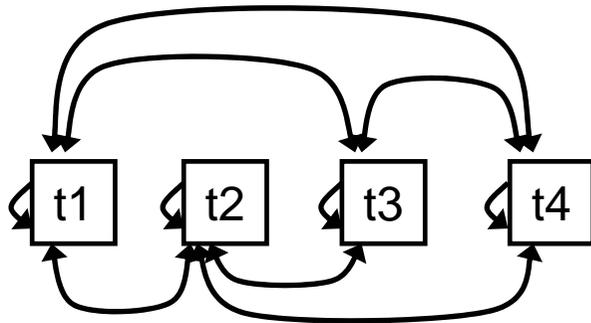


図7:教員同士の評価構造

教員同士の評価と生徒からの評価を合わせ、評価ウエイトを算出する。教員同士の評価、生徒からの評価の比率は、経営者へのアンケートから **0.125:0.875**とする。

教員同士の評価値	
教育の熱意	教え方の巧さ
t1:0.5170	t1:0.3760
t2:0.0844	t2:0.2596
t3:0.1998	t3:0.2337
t4:0.1988	t4:0.1250

生徒と教員の評価を合わせた評価値	
教育の熱意	教え方の巧さ
t1:0.4491	t1:0.3927
t2:0.0972	t2:0.1356
t3:0.2677	t3:0.2808
t4:0.1860	t4:0.1909

# 教育の指導力の評価階層構造とウエイト

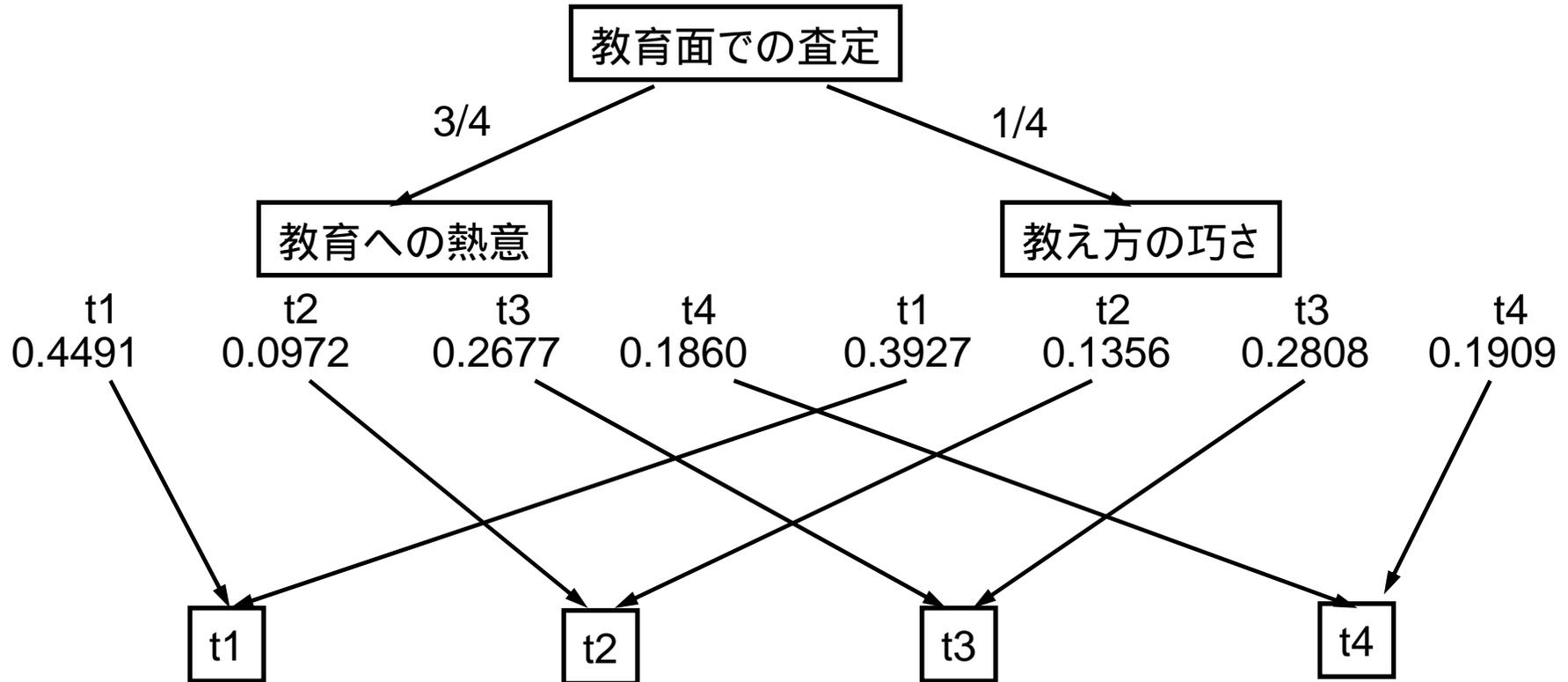


図8: 評価階層構造

階層構造に構造化された「教育面での査定」は経営者, 教員, 生徒の主観判断から各数値が得られた

# 総合化

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.75 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.4491 & 0.3927 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0972 & 0.1356 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.2677 & 0.2808 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1860 & 0.1909 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

図9: 総合評価の解析

## 計算結果

```
> eigen(SDF1)
$values:
[1] 1 0 0 0 0 0 0
$vectors:
      V7      V6      V5 V4 V3 V2 V1
1 1.000000 0.000000e+000 0.000000e+000 0 0 0 0
2 0.750000 0.000000e+000 8.906702e-016 0 0 0 0
3 0.250000 1.018589e-015 0.000000e+000 0 0 0 0
4 0.435000 -1.000000e+000 -1.000000e+000 1 0 0 0
5 0.106800 -3.453018e-001 -2.164329e-001 0 0 1 0
6 0.270975 -7.150497e-001 -5.960811e-001 0 1 0 0
7 0.187225 -4.861217e-001 -4.141617e-001 0 0 0 1
> z<- eigen(SDF1)
> z$values
[1] 1 0 0 0 0 0 0
> z$vectors[,1]
 1  2  3  4  5  6  7
1 0.75 0.25 0.435 0.1068 0.270975 0.187225
```

[1 0.75 0.25 0.4350 0.1068 0.2710 0.1872]

したがって教員の指導力は、 $t1 > t3 > t4 > t2$ の順番になっていることが分かる。

# 総合評価の考察

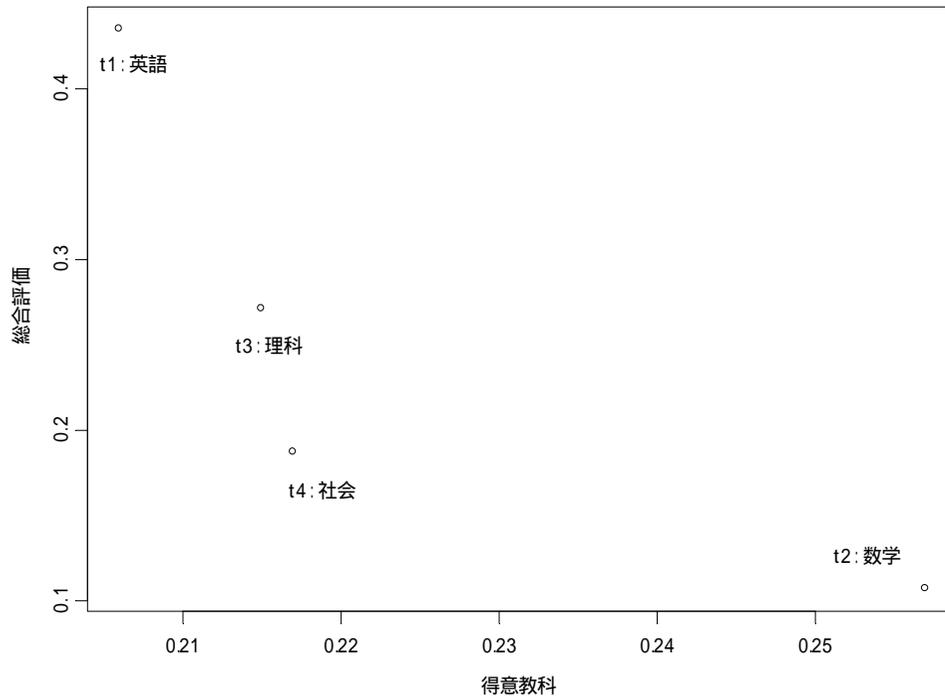


図10: 教員評価と生徒の得意科目 (B校舎)

左図からB校舎では、生徒が得意科目なるにつれて、総合評価値が低くなる傾向が見られた。

不得意科目担当の教員の評価が高いことは、指導力を評価するに値する。逆に、生徒の得意科目担当の教員の評価が低いので、教員の指導力向上に力を入れる必要があると考えられる。t2の教員評価は、生徒、教員の評価とも熱意が低い。教育への熱意とは具体的に生徒の求めているものがわかれば今後のt2への指導に役に立つと考えられる。

```
得意教科 <- SDF5[,1]
総合評価 <- SDF5[,2]
par(mar=c(7,4,0,0))
plot(得意教科,総合評価, sub="図10: 教員評価と生徒の得意科目 (B校舎)")
text(locator(1),"t1: 英語")
text(locator(1),"t2: 数学")
text(locator(1),"t3: 理科")
text(locator(1),"t4: 社会")
```

# 結論

---

本研究では、A予備校の経営者、教員、生徒に対してアンケートを実施した。そのアンケートを用いて、教員の指導力評価を行った。AHP/ANPの相対評価では優先順位の算出になる。B校舎での生徒の評価は求めることができた。

総合評価値では、「教育への熱意」と「教え方の巧さ」についての評価値の順位が同じだった。したがって、経営者が指導力評価を行う場合の「教育への熱意」と「教え方の巧さ」についてのウエイトが変化しても、教員の評価順位については逆転は起こらないことが分かった。

また、生徒からの評価と教員同士の評価では、やや違う傾向が見られた。

# おわりに

---

本研究では、AHP/ANPという手法を使って、予備校の教員評価を行った。ANPの超行列 $S$ の主固有ベクトルを求めればよいということから、S-plusを利用することに至った。

S-plusを利用した場合の固有ベクトル算出について

総合評価値を求める超行列の解法は、固有値が1であったので、算出結果がそのまま総合評価値となった。

生徒からのウエイトと教員が重要視してもらいたい生徒のウエイトを合わせる超行列の解法では、確率行列であるために、算出結果を用いて基準化を行った。

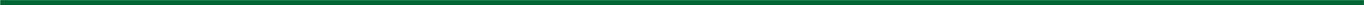
# 参考資料

---

- [1]木下栄蔵:「入門AHP」,日科技連,(2000) .
- [2]木下栄蔵:「AHPの理論と実際」,日科技連,(2000) .
- [3]関谷和之:「ANPを組み込んだAHPの適用」,オペレーションズ・リサーチ  
Vol,48 No4 pp259-264,(2003) .
- [4]高橋磐郎:「AHPからANPへの諸問題 ~ 」,オペレーションズ・リサーチ,  
Vol43 , No.1-6 , (1998) .



# Appendix



# 整合性(1)

- 一対比較アンケートを行う場合、首尾一貫性のある回答を得ることは難しい。よって、アンケートがどの程度あいまいかを知る必要がある。そこでこのあいまいさの尺度として整合度指数を定義する[1]。
- 整合度(consistency index)

$$CI = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1}$$

n: 固有値の数

max: 比較行列Aの最大固有値

CIの値は0.15以下であれば整合性が取れているとする。

ただし、この数値は経験的な数値であり、理論的な根拠はない。

本研究では、一対比較アンケートで整合度が0.15以下のデータは省いた。

## 目的の下での各ウエイトの算出(2)

経営者は「教育への熱意」、「教え方の巧さ」で教育の指導力を評価することとした。一対比較アンケートより下図の値が得られた。これによって経営者の「教育への熱意」、「教え方の巧さ」についてのウエイトを決定する。

表1.一対比較行列

	熱意	巧さ
熱意	1	3
巧さ	1/3	1

巧さよりも熱意のほうを少し重要視している

各項目のウエイトを求めるために一対比較行列の固有方程式

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1/3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix}$$

式4: 固有方程式

# 教員データ(3)

教員	担当科目	年齢	勤務年数
t1	英語	43	18
t2	数学	48	17
t3	理科	42	15
t4	社会	27	5

t1~t4:B校担当の教員

図11:教員データ

# 重要度の尺度(4)

- 一対比較アンケートにおける重要度の尺度

重要性の尺度	定義
1	同じくらい重要
3	すこし重要
5	かなり重要
7	非常に重要
9	極めて重要
2,4,6,8	補助的に用いる