




平均・分散モデルを用いる 為替リスクヘッジ手法の比較

東京理科大学 大学院
工学研究科 張 立

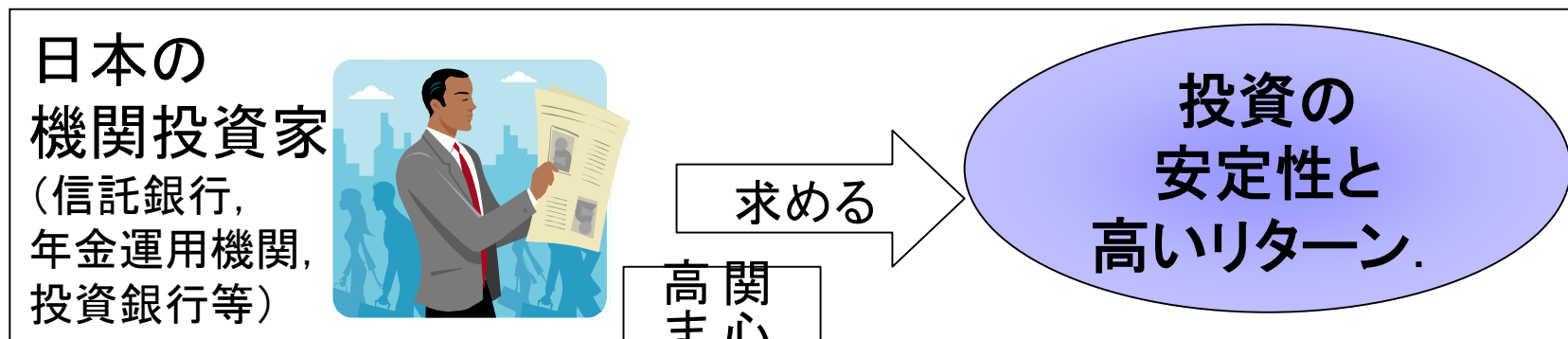


発表構成

- 1. 研究背景
- 2. 研究目的
- 3. 為替ヘッジモデル
- 4. 分析
- 5. 結果と考察
- 6. まとめと今後の課題
- 参考文献
- 付録

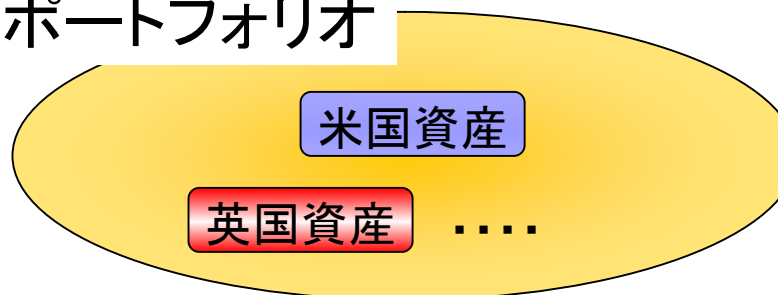
1.研究背景

1.1国際分散投資と為替リスク



国際分散投資: 複数の国々に投資対象を分散することによって, 特定の市場に付随するリスクを低減し, かつ, 高いリターンを獲得する投資手法である.

国際分散投資のポートフォリオ



1.研究背景

1.1国際分散投資と為替リスク

外国資産の運用に伴い、**為替リスク**が存在する。

表1:80年代日本投資家が受ける通貨リスク

米国市場			
	S&P500 (米ドル)	直物 (円/米ドル)	S&P500 (円換算)
1980年	32.42%	-15.31%	12.14%
1981	-4.91%	8.33%	3.01%
1982	21.41%	6.87%	29.75%
1983	22.51%	-1.19%	21.05%
1984	6.27%	8.14%	14.92%
1985	32.16%	-20.15%	5.53%
1986	18.47%	-20.65%	-5.99%
1987	5.23%	-23.95%	-19.97%
1988	16.81%	3.29%	20.66%
1989	31.49%	15.02%	51.24%
平均	17.55%	-4.98%	11.69%

円高の影響を受けて、大きな損失を被った。

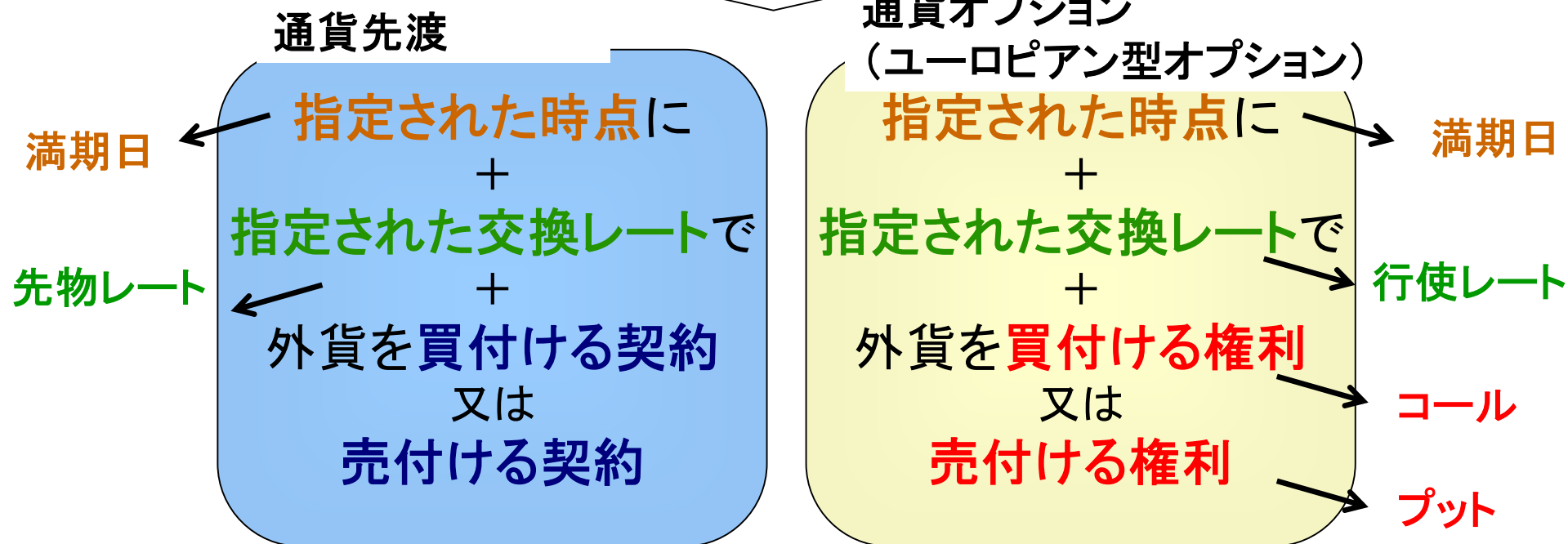
* データは文献[5]より

為替リスクをヘッジするのは国際分散投資における重要なポイントとなる。

1.研究背景

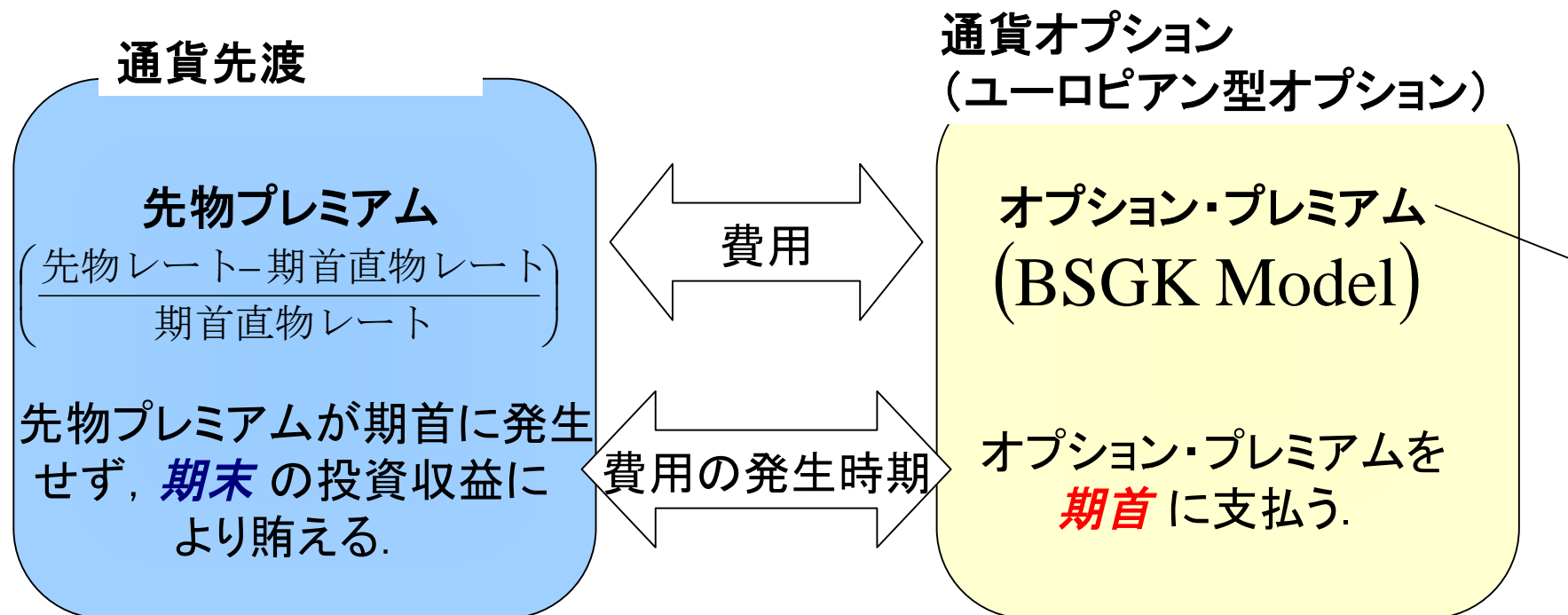
1.2通貨先渡と通貨オプション

為替リスクをヘッジするため、「期末に指定された交換レートで外国資産を売る」という約定をすることが考えられる。



1.研究背景

1.2通貨先渡と通貨オプション



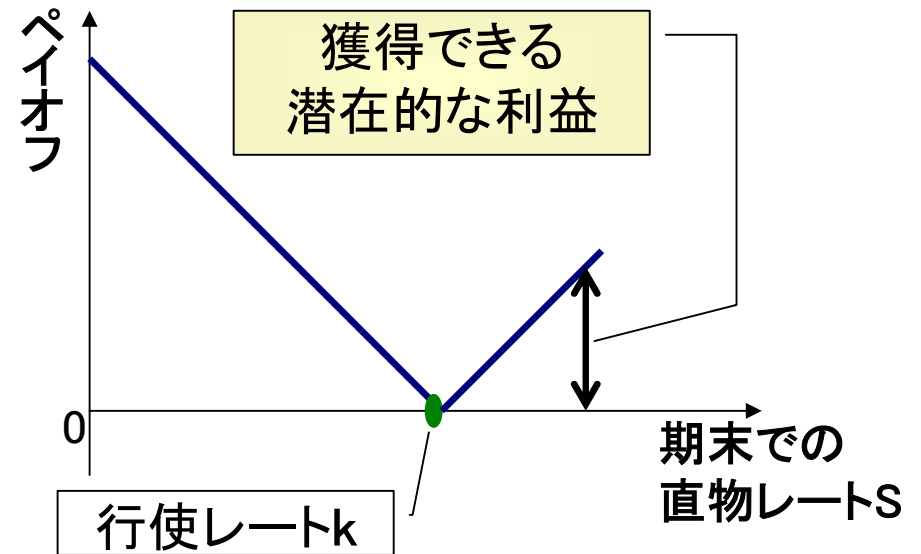
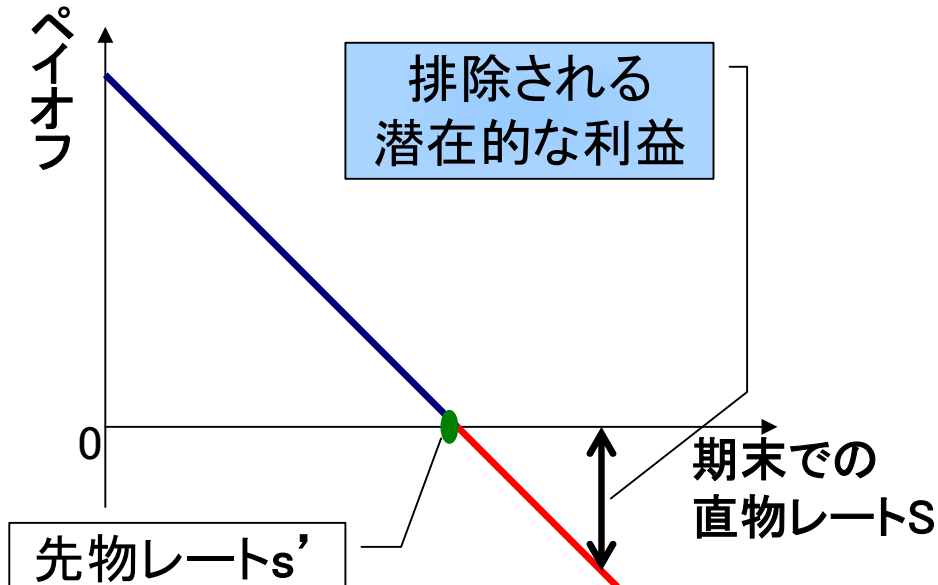
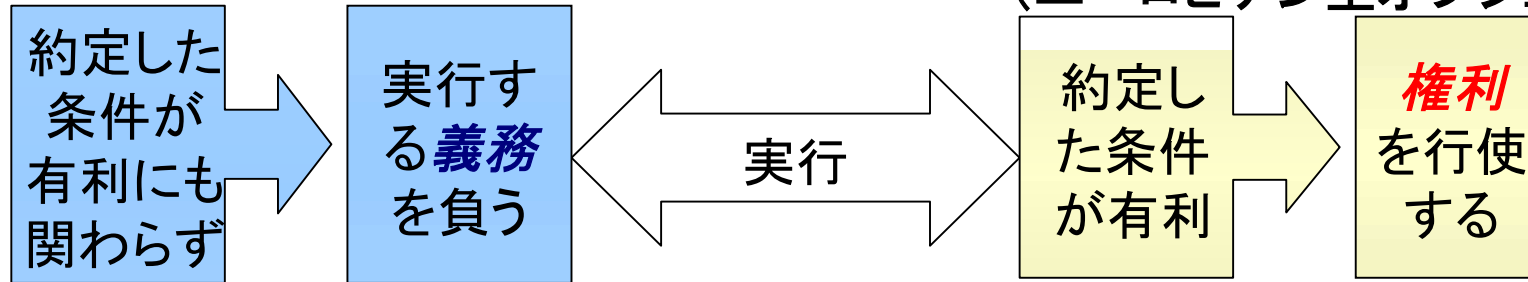
プット・オプションの場合では、行使レートによって、
In The Money (ITM): 行使レート > 期首直物レート
At The Money (ATM): 行使レート = 期首直物レート
Out The Money (OTM) 行使レート < 期首直物レート
がある。

1.研究背景

1.2通貨先渡と通貨オプション

通貨オプション (ユーロピアン型オプション)

通貨先渡



オプションが先渡より柔軟な為替リスクヘッジ手法と言える。

2.研究目的

日本の機関投資家にとって先渡とオプションの為替リスクヘッジ効果を把握する必要がある。

ユーロピアン型プット・オプションを取り込む平均・分散モデルを導出する。

外貨を**売る**先渡を取り込む平均・分散モデルを導出する。

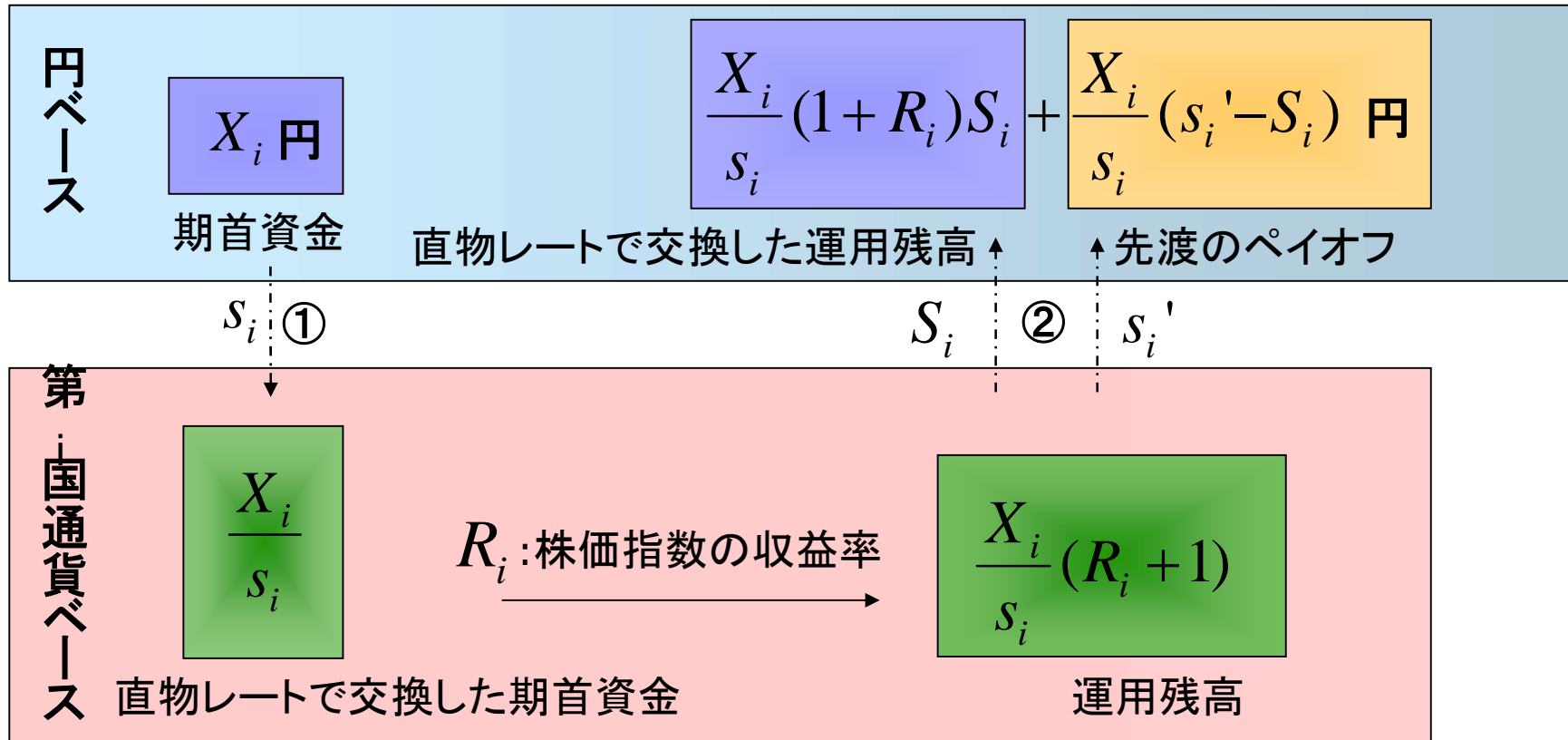
日本の機関投資家が外国株価指数に投資する先渡ヘッジ及びオプションヘッジモデルを導出し、それらがどの程度にパフォーマンスと安定性が示せるかを考察、比較する。

3. 為替ヘッジモデル

3.1 先渡ヘッジモデル

s_i : 期首直物レート, S_i : 期末直物レート, s_i' : 先物レート

- ① 第*i*国の株価指数に投資し, 期末に先物レート s_i' で元本分の外貨を売る契約を結ぶ.
- ② 運用残高を円に戻す.

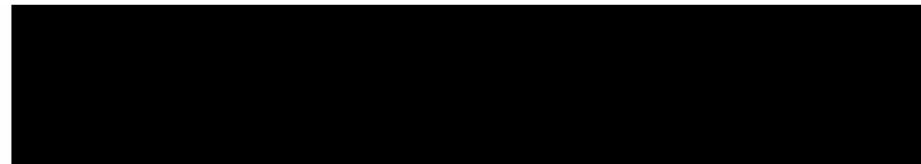


3. 為替ヘッジモデル

3.1 先渡ヘッジモデル

コンパクト分解法を用いて定式化を行う。

Minimize



subject to

$$y_t = \sum_{i=1}^I \{(g_{it} - g_i)x_i + (q_i - q_{it})z_i\}$$

$$\sum_{i=1}^I \{g_i x_i + (F_i - q_i)z_i\} = \theta \text{ 要求収益率}$$

$$\sum_{i=1}^I x_i = 1, x_i \geq 0$$

$$z_i = h_i x_i, 0 \leq z_i \leq x_i$$

x_i : 第 i 国に投資する
資産のウェイト

F_i : 第 i 国通貨の先物
プレミアム

θ : 目標収益率

g_i : 円に換算した第 i 国の
株価指数の収益率

q_i : 為替レートの変動率

R_F : ポートフォリオの収益率

f_i : 実現確率 ($1/T$)

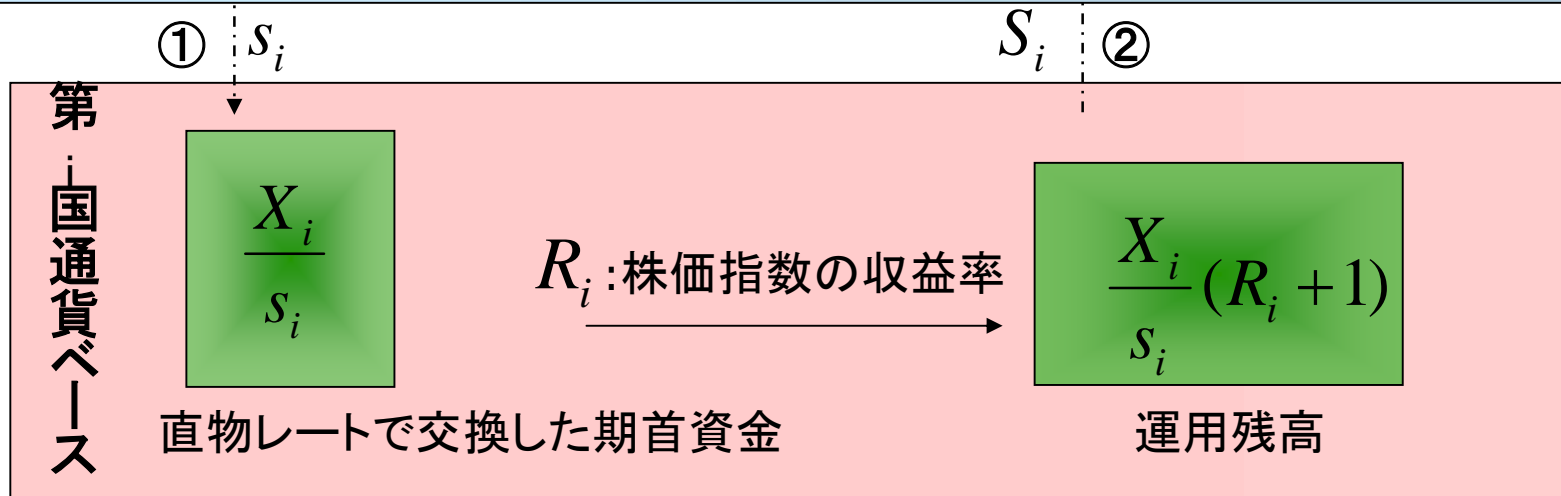
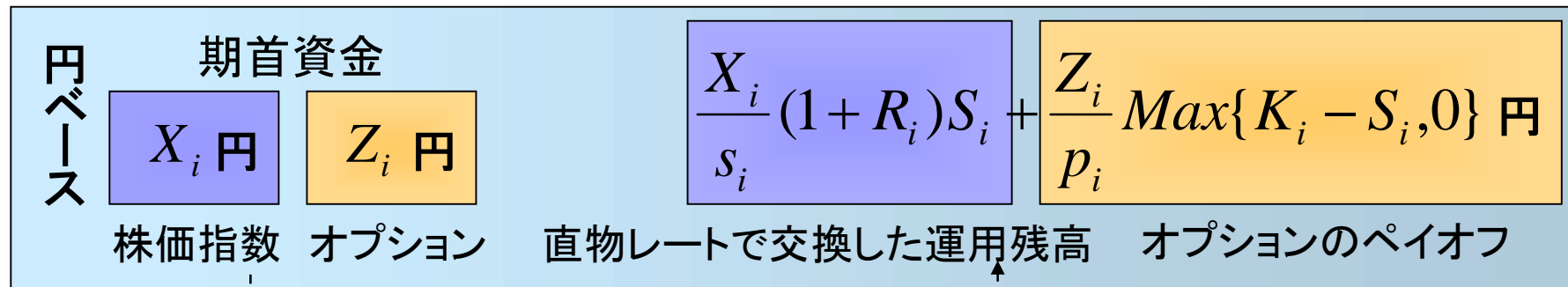
h_i : ヘッジ比率

3. 為替ヘッジモデル

3.2 オプションヘッジモデル

S_i : 期首直物レート, S_i : 期末直物レート, K_i : 行使レート

- ① 第*i*国の株価指数に投資し, 期末に行使レート K_i で外貨を売る権利をプレミアム P_i で購入する.
- ② 運用残高を円に戻す.



3. 為替ヘッジモデル

3.2 オプションヘッジモデル

コンパクト分解法を用いて定式化を行う。

Minimize

$$V[R_O(\mathbf{x}, \mathbf{z})] = \sum_{t=1}^T f_t y_t^2 \text{ 分散を最小化にする.}$$

subject to

$$y_t = \sum_{i=1}^I \{(g_{it} - g_i)x_i + (o_{it} - o_i)z_i\}$$

$$\sum_{i=1}^I (g_i x_i + o_i z_i) = \theta \quad \text{要求収益率}$$

$$\sum_{i=1}^I (x_i + z_i) = 1, \quad x_i \geq 0, z_i \geq 0$$

$$z_i \leq \frac{x_i p_i}{s_i}$$

x_i : 第 i 国に投資する
資産のウェイト

z_i : 第 i 国通貨オプションにを
購入する資産のウェイト

s_i : 期首第 i 国通貨の直者レート

θ : 目標収益率

g_i : 円に換算した第 i 国の
株価指数の収益率

o_i : 通貨オプションの収益率

R_O : ポートフォリオの収益率

P_i : 第 i 国通貨オプションの
プレミアム

f_i : 実現確率 ($1/T$)

4.分析

4.1概要

分析は事前評価と事後評価からなる.

事前評価:

過去のヒストリカル・データに基づいて,最適化を行い,それぞれモデルのポートフォリオを構築し,効率的フロンティアを考察する.

事後評価:

検証期間において,構築したポートフォリオをどの程度にパフォーマンスと安定性があげられるかを検証する.

4.分析

4.2データと手順

データ概要

- 投資対象とする株式市場を米国, カナダ, 英国, フランス, オーストラリア, ニュージーランド, 香港, シンガポール, 日本とする.
- 株価指数については, MSCIが発表した国内株式市場の指数(Standard NATIONAL INDICES)を用いる.
- 為替レートが月次データである.
- 金利については, LIBOR1ヶ月データを用いる.

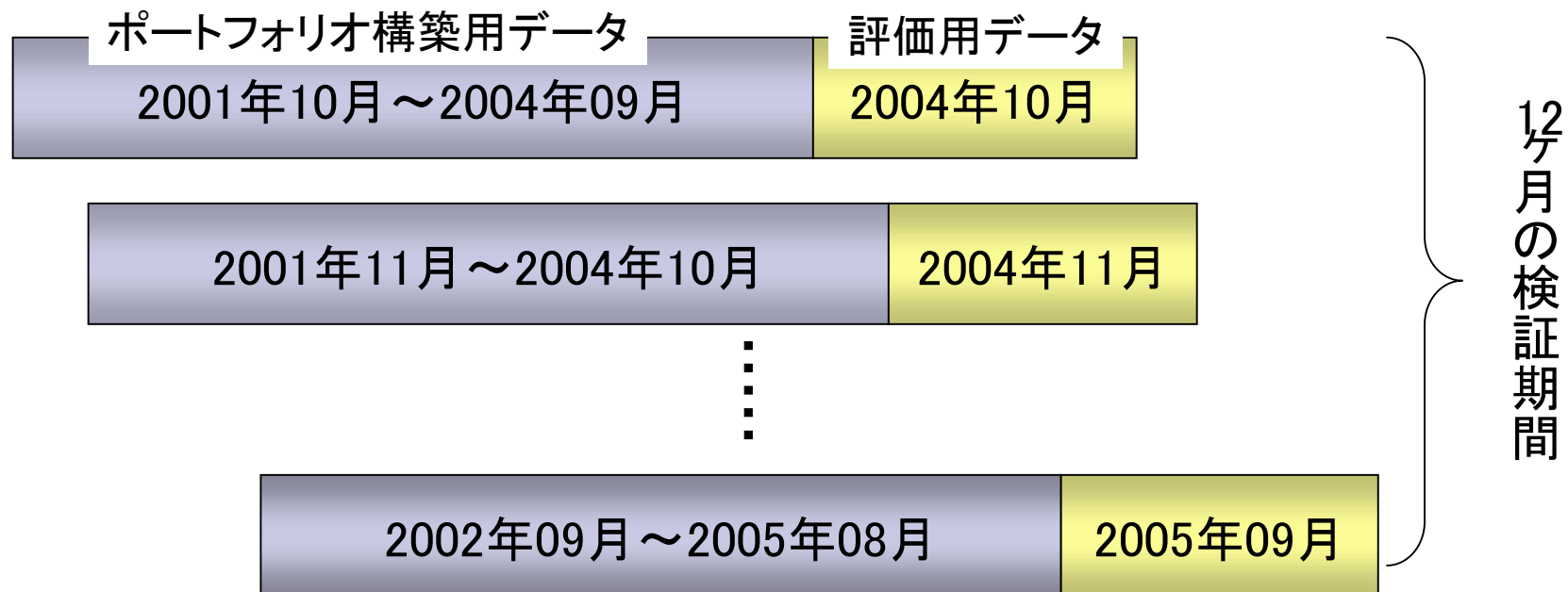
分析手順

- I** ヒストリカル・データを収集, 株価指数の収益率, 為替変動率, 先物プレミアム, オプション収益率を算出する.
- II** 算出したデータをモデルに入力し, 最適ポートフォリオ(最適配分比率, 最適ヘッジ比率, オプション購買比率:ITM, ATM, OTM)を構築し, 効率的フロンティアを描く.
- III** 構築されたポートフォリオを用いて, 検証期間での収益率を求める.

4.分析

4.1 検証期間

資産運用期間を1か月とし、12期間(12ヶ月)を渡って検証を行う



5.結果と考察

5.1事前評価

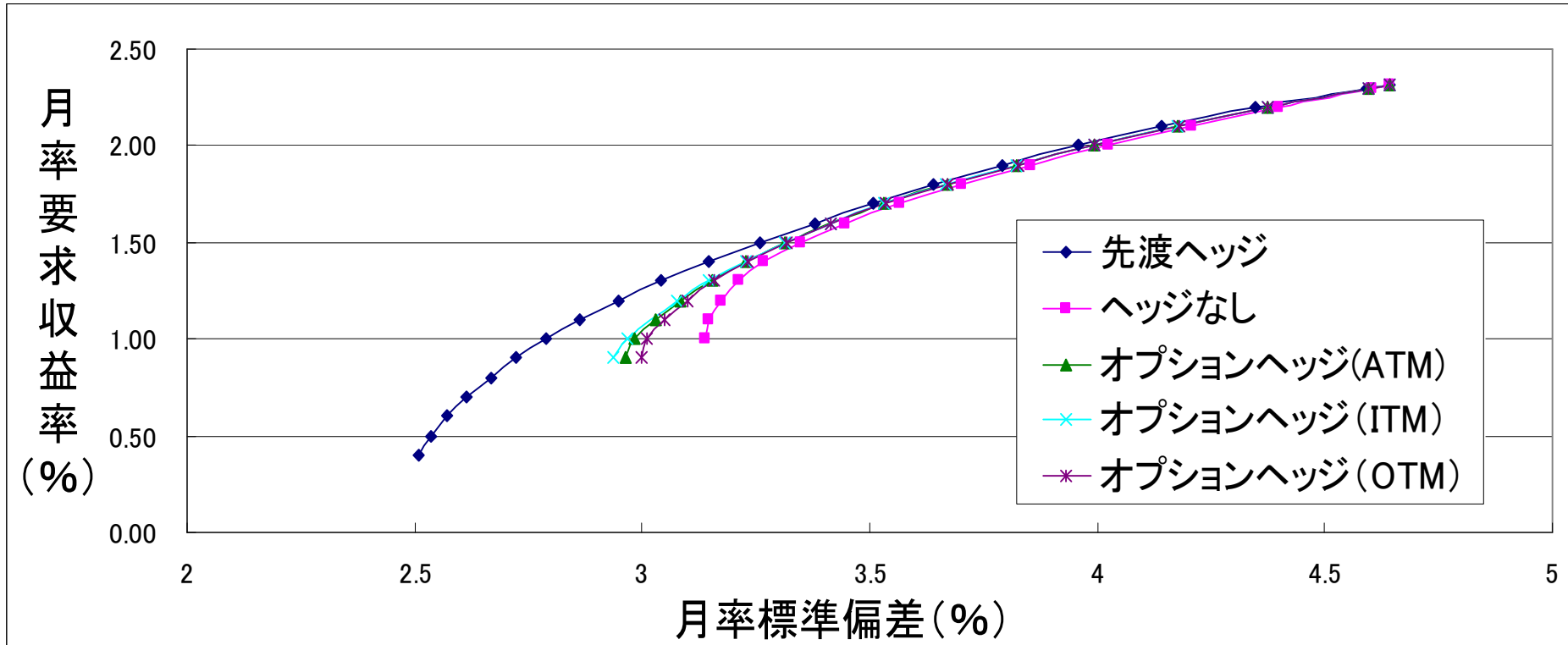


図1, 先渡ヘッジ, オプションヘッジ, ヘッジなしモデルの効率的フロンティアの比較 (期間: 2001/10~2004/09)

5.結果と考察

5.2事後評価

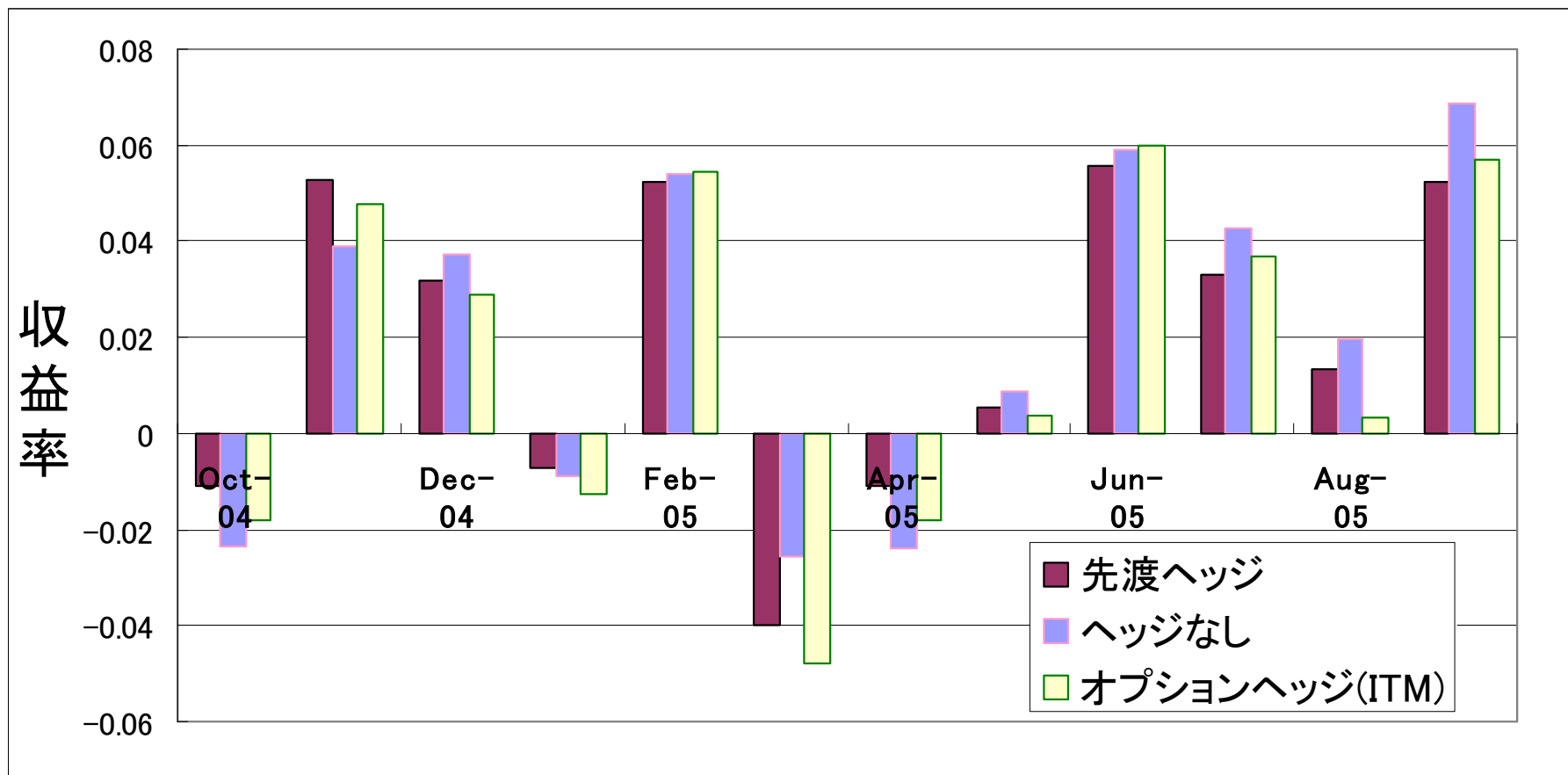


図3, パフォーマンスの比較
(收益率0.8%, 期間:2004/10~2005/09)

5.結果と考察

5.2事後評価

表2, 検証期間における平均収益率と標準偏差

収益率:0.8%	ヘッジなし	先渡ヘッジ	オプションヘッジ(ITM)
月平均収益率(%)	2.14	1.72	1.55
月標準偏差(%)	3.27	2.92	3.33
収益率:1.1%	ヘッジなし	先渡ヘッジ	オプションヘッジ(ITM)
月平均収益率(%)	2.02	1.96	1.86
月標準偏差(%)	3.58	3.38	3.67

6.まとめと今後の課題

6.1まとめ

ヘッジなし,先渡ヘッジ,オプションヘッジモデルを以下のように特徴付けることができる:

- ①ヘッジなしモデルは「高リスク・高リターン」.
- ②先渡ヘッジモデルは「低リスク・低リターン」.
- ③オプションヘッジモデルは「高リスク・低リターン」.

リスク回避的な投資家にとって,先渡ヘッジがオプションヘッジより有効な手法であると示唆する.

6.まとめと今後の課題

6.1 今後の課題

国内インデックスの予測精度が悪い，ポートフォリオの収益率の動きがばらついている．

- 国内インデックスの代わりに，各国市場の銘柄を用いてポートフォリオを構築する．
- ファクタモデルを用いて，インデックスの収益率を予測する．



参考文献

- [1] 今野 浩:「理財工学Ⅰ」,日科技連(1995)
- [2] 今野 浩:「理財工学Ⅱ」,日科技連(1998)
- [3] 廿日出 芳郎: 国際ビジネスファイナンス,日本評論(2003)
- [4] D.F.デローザ著,森谷博之・及川訳,「外国為替のオプション」東洋経済新報社(2000)
- [5] D.F.デローザ著,三井海上火災保険(株)有価証券部 訳,「外国為替のリスクマネジメント」
- [6] Söhnke M. Bartram and Gunter Dufey: 「International Portfolio Investment: Theory, Evidence, and Institutional Framework」, JEL Classification: G15,G11,F31(May 15 2001)

付録①通貨プット・オプション価格モデル

BSGKモデル:

外貨通貨のユーロピアン・オプションを
評価するため修正したブラック・シュールズモデル

P : ユーロピアン・プットのプレミアム

T : 残存期間

R_d : 国内金利

R_f : 外国金利

S_t : 時点 t の直物為替レート

K : 行使価格

σ : 為替レート変動率の対数の標準偏差

$N(\cdot)$: 標準正規分布関数

$$P(S, T) = e^{-R_f T} S_t (N(x + \sigma \sqrt{T}) - 1) - e^{-R_d T} K (N(x) - 1)$$

$$x = \frac{\ln\left(\frac{S_t}{K}\right) + \left(R_d - R_f - \left(\frac{\sigma^2}{2}\right)\right) T}{\sigma \sqrt{T}}$$

附録②コンパクト分解法[2]

コンパクト分解は

ファクター・モデルを経由せずに、ヒストリカル・データもしくはシナリオ・モデルを用いて、直接に大規模区な平均・分散モデルを高速に解くための手法である。

ヒストリカル・データの場合

過去の T 期間の (R_1, \dots, R_n) の実現値を (r_{1t}, \dots, r_{nt}) , $(t=1, \dots, T)$ とし, $f_t = 1/T$ とする方法である。

シナリオ・モデルの場合

将来に起こり得るシナリオを T 個用意した上で, 第 i シナリオの出現確率を f_t , そのシナリオの下での (R_1, \dots, R_n) の (r_{1t}, \dots, r_{nt}) 実現値(の予測値)をとする方法。

本研究では, 外国株式市場収益率及び為替レート変動の実現値としてヒストリカル・データを用いてモデルの定式化を行う。