

株価・財務情報を用いた倒産確率推定

東京理科大学 工学部 経営工学科

船木 雄二

2008年11月

1 はじめに

2007年6月以降、米国においてサブプライムローンと呼ばれる低所得者等の信用力の低い層に対する住宅ローンの焦げ付きの問題が起こった。これによりサブプライムローン債権を証券化した商品の価格が軒並み下落し、同商品を購入した投資ファンドや金融機関に巨額の損失が発生した。そして2007年7月10日に米国の格付け会社ムーディーズは、サブプライム関連の住宅ローン担保証券を大量に格下げした。この格下げにより、同証券の価格の下落はさらに進み、金融機関の経営体力は弱まり、これを乗り切るために貸し渋りが相次いでいる。

民間信用調査会社の帝国データバンクの調査では、企業の倒産傾向は年々増加傾向にあり、特に金融不安による不況と原料高の影響で大型倒産が連鎖的に起こっていることが示されている。その中でも特に建設業と不動産業は上場企業の倒産が急増しており、信用リスクの顕在化は深刻になっている。倒産を防ぐには、事前に自社の倒産確率を知ることにより、何らかの対策を講じる必要があると考えられる。そこで本研究では、信用リスク管理の一手法である倒産確率推定に焦点を当てる。

以上のような信用リスクの顕在化をふまえ、本研究では、企業の債務履行能力を表す代表的な指標である信用格付けと既存の倒産確率推定方法の比較を行うこと、そして既存のモデルを応用し、その有用性を検証することを目的とする。

本論文の構成は、まず第2章で倒産確率推定方法の理論について触れる。第3章で分析1の概要と結果について述べ、第4章で分析2の概要と結果について述べる。そして第5章で総括を行い、今後の課題について述べる。

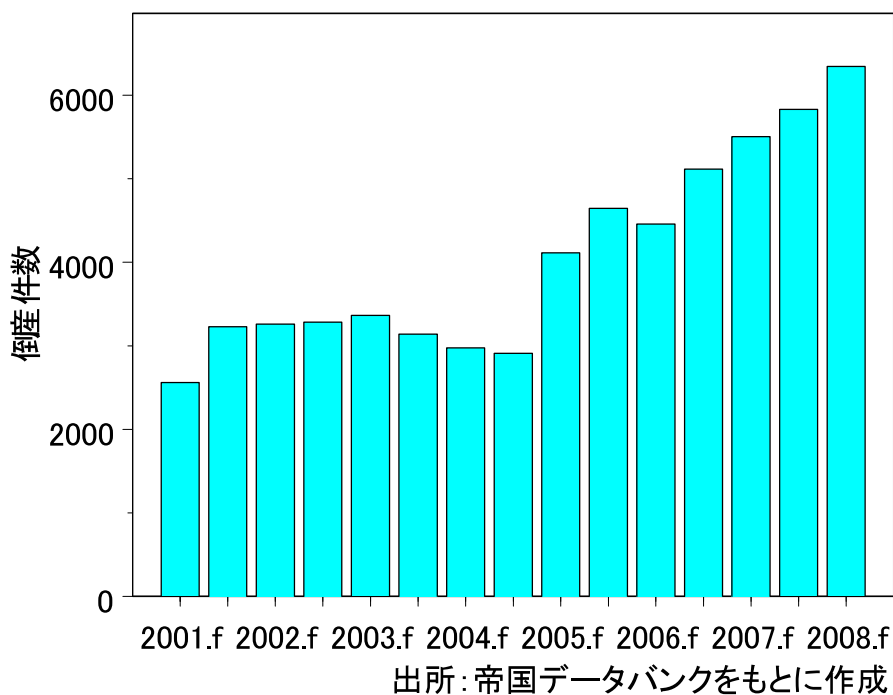


図 1: 倒産件数の推移

2 理論

2.1 オプション・アプローチ

代表的な倒産確率推定方法は、統計モデルと構造型モデルに大別できる。本研究では、構造型モデルのオプション・アプローチ [7] によって倒産確率を推定する。オプション・アプローチは、企業の資産にバランスシート構造を仮定し、株式を資産価値のヨーロピアン・コール・オプションとみなす。企業の倒産を「満期において資産価値が負債価値を下回った状態」と定義し、オプション価格式を用いて倒産確率を推定する。オプション・アプローチの利点は、株価を用いることにある。株価は企業を取り巻く様々な情報を集約して価格形成されているため、株価を用いることにより企業信用力のタイムリーな評価が可能となる。

2.2 先行研究

オプション・アプローチに関する代表的な先行研究として、Merton(1974)、森平(2000)が挙げられる。Merton(1974)は、株式を企業の資産価値の条件付請求権とみなして倒産確率及び信用スプレッド推定方法を提案している。また、企業の資産価値は未知であるとしている。森平(2000)は、Mertonの倒産確率推定方法において、資産価値及び資産価値のボラティリティの推定方法を提案している。ここ

で、企業の資産は市場で活発に取引されていないため Black-Scholes 型モデルを用いるのは不適切であるとし、企業価値の変動を記述する基本式においてリスク・フリーレートを用いる代わりに資産価値の期待収益率で置き換えた Boness 型モデルを用いるべきであると示している。しかし、黒子・神山 (2000) は、Black-Scholes 型モデルと Boness 型モデルにより計算される倒産確率の差は小さいと指摘している。また、安藤・丸茂 (2001) は、Boness 型モデルによる倒産確率は非常に大きく変動することがあることを指摘しており、先行研究によって Boness 型モデルに対する評価が分かれている。しかし両方で共通していることは、Boness 型モデルよりも、Black-Scholes 型モデルの方が、より安定した倒産確率が推定できるということである。

2.3 記号の定義と仮定

本研究で用いる記号を表 1 のように定義する。またオプション・アプローチでは、以下の仮定を置く。

- 裁定機会は存在しない。
- 取引コストはかからない。
- リスク・フリーレートは一定である。
- 資産は無限に分割可能である。

以上の仮定を置くことにより、オプション価格が適用できるため、複雑なシミュレーションをすることなく解析解を求めることができる。

表 1: 記号の定義

T	満期日
t	任意の時点 $0 < t < T$
A	資産価値
B	負債価値
E	株式時価総額
r	リスク・フリーレート
σ	ボラティリティ
W	標準ブラウン運動
$N(\cdot)$	標準正規分布の分布関数
\ln	自然対数

2.4 期待倒産確率推定

本研究では，黒子・神山 (2000) や安藤・丸茂 (2001) の分析結果を受け，Black-Scholes 型モデルを用いて倒産確率を算出する．

まず，満期における株式の評価額は (1) 式で表される．

$$E_T = \max(0, A_T - B_T) \quad (1)$$

株式を，企業の資産価値を原資産，負債価値を権利行使価格とするヨーロピアン・コール・オプションとみなし，Black-Scholes モデルを用いると (3) 式で表される．

$$\begin{aligned} E_0 &= A_0 N(d) - B_T e^{-rT} N(d - \sigma_A \sqrt{T}) \\ d &= \frac{\ln(A_0/B_T) + (r + \sigma_A^2/2)T}{\sigma_A \sqrt{T}} \end{aligned} \quad (2)$$

企業の資産価値が (3) 式のような確率過程に従うと仮定する．

$$dA_t = rA_t dt + \sigma_A A_t dW_t \quad (3)$$

(3) 式を時点 T の資産価値 A_T について解くと，(4) 式で表わされる．

$$A_T = A_0 \exp\{(r - \sigma_A^2/2) + \sigma_A dW_T\} \quad (4)$$

(4) 式の両辺の対数値をとると，(5) 式のように表される．

$$\ln A_T = \ln A_0 + (r - \sigma_A^2/2)T + \sigma_A W_T \quad (5)$$

(5) 式は，企業の資産価値の対数値が平均 $\ln A_0 + (r - \sigma_A^2/2)T$ ，分散 $\sigma_A W_T$ の正規分布に従うことを意味する．したがって，時点 0 (現時点) から見た時点 T の期待倒産確率 (Expected Default Probability，以後 EDP) は，(6) 式のように表わされる．

$$\begin{aligned} EDP &= \Pr(A_T < B_T) \\ &= 1 - N\left(\frac{\ln(A_0/B_T) + (r - \sigma_A^2/2)T}{\sigma_A \sqrt{T}}\right) \end{aligned} \quad (6)$$

2.4.1 パラメータの推定

先に述べた EDP を推定するには、4 つのパラメータ T, B_T, A_0, σ_A を外生的に与える必要がある。まず想定満期 T についてであるが、これは先行研究に合わせて 1 年とする。将来負債価値 B_T は、直近の負債簿価を代用する。現在資産価値 A_0 は、(3) 式を A_0 について解くことにより得られる。

$$A_0 = \frac{E_0 + B_T e^{-rT} N(d - \sigma_A \sqrt{T})}{N(d)} \quad (7)$$

資産価値のボラティリティ σ_A と株価のボラティリティ σ_E には (8) 式のような関係があることが知られている [7]。

$$\sigma_A = \sigma_E \frac{E_0}{A_0 N(d)} \quad (8)$$

また、株価のボラティリティには、ヒストリカル・ボラティリティを用いる。ヒストリカル・ボラティリティは、株価の日次終値の対数収益率の標準偏差を年率に変換することによって与えられる。

$$\sigma_E = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^n (\mu_t - \bar{\mu})^2} \times \sqrt{250} \quad (9)$$
$$\bar{\mu} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \mu_t$$

(7) 式と (8) 式を連立して解くことにより、 A_0 と σ_A を求めることができる。本研究では (7) 式と (8) 式を反復法によって解く。まず、 A_0 と σ_A に適当な初期値を与えて (7) 式と (8) 式に代入する。そして、求められた A_0 と σ_A を、与えた A_0 と σ_A と比較し、十分誤差が小さくなるまで繰り返す。この誤差は、反復を 5, 6 回繰り返せば十分小さくなるが、本研究では、反復を 50 回行うこととする。

3 分析1

3.1 分析の概要

本研究では、EDP 格付けに変換し、日本格付研究所 (JCR) の信用格付けと比較する。格付けへの変換は、JCR が公開している累積デフォルト率に対応させる。しかし、公開されている累積デフォルト率には小数点第3桁以下の記載がないため、本研究では格付けを表2のように格付けを変換する。またオプション・アプローチは株価を利用することから、分析対象企業は上場企業でかつJCR から格付けを付与されている企業に限定する。分析対象企業は、2008年度に入って上場企業の倒産が相次いでいる不動産業に限定する。表3と表4にそれぞれ対象企業を示す。

分析期間対象は、生存企業は2008年9月1日時点、倒産企業は倒産する1年前から倒産日までとする。

パラメータの推定から倒産確率推定までの一連の流れは、S言語によるプログラミングによって行う。

表 2: 格付け対応表

JCR 格付	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC 以下
修正格付	5	5	5	4	3	2	1

表 3: 分析対象企業 (生存企業)

企業名	業種
サンケイビル	不動産業
住友不動産	不動産業
大京	不動産業
テーオーシー	不動産業
パシフィックホールディングス	不動産業
平和不動産	不動産業
三井不動産	不動産業
三菱地所	不動産業

表 4: 分析対象企業 (倒産企業)

企業名	業種	倒産の種類	倒産日
ゼファー	不動産業	民事再生法適用申請	2008年7月18日
アーバンコーポレイション	不動産業	民事再生法適用申請	2008年8月13日

3.2 分析結果

表5に生存企業の分析結果を示す。

表5より、全体的に低い格付けになっていることがわかる。比較的業績が好調にも関わらずJCRと比較してかなり低い企業があることが見て取れる。これは、市場での低評価、つまり相対的に株価が低いことが債務履行能力の低評価につながっていると考えられる。また、表5で示した企業は業界内で時価総額が上位に位置する企業であるにもかかわらず、低い格付けとなっている。パシフィック・ホールディングスに及んでは、倒産の水準までに至っている。このことから、比較的業界内で株式時価総額が大きく、倒産に対する耐久性が大きいと考えられる企業までも倒産と判断する可能性があると言える。

表5: 分析結果(生存企業)

企業名	EDP	格付 (JCR)	格付 (EDP)
サンケイビル	1.407	5	2
住友不動産	3.560	5	2
大京	13.126	4	2
テーオーシー	0.490	5	3
パシフィックホールディングス	44.357	4	1
平和不動産	0.977	5	3
三井不動産	1.435	5	2
三菱地所	0.535	5	3

図2, 図3に倒産企業の分析結果を示す。図の縦軸は格付けを、横軸は時間軸を示している。

図2, 3を見ると、ゼファーは2007年9月時点でEDPの格付けがJCRの格付けを下回り、アーバンコーポレイションは常にEDPの格付けがJCRの格付けを下回っていることがわかる。EDPの格付けが下がるタイミングは、株式時価総額が大きく減少しているタイミングとおおむね一致している。また両社ともに、EDPの格付けが下がっている時点は、JCRの格下げのタイミングよりも早いことがわかる。つまり、2社ともにJCRの格付けより先行して倒産を予測できていると言える。特筆すべきはアーバンコーポレイションである。アーバンコーポレイションは、倒産前の直近の決算が過去最高益となっていて、黒字倒産した企業である。このことから、株価情報を取り込むことによって、市場での評価が十分に反映されていると言える。また生存企業と同様に、JCRに比べて全体的にやや低い格付けとなっているが、倒産の予測力は優れていると言える。

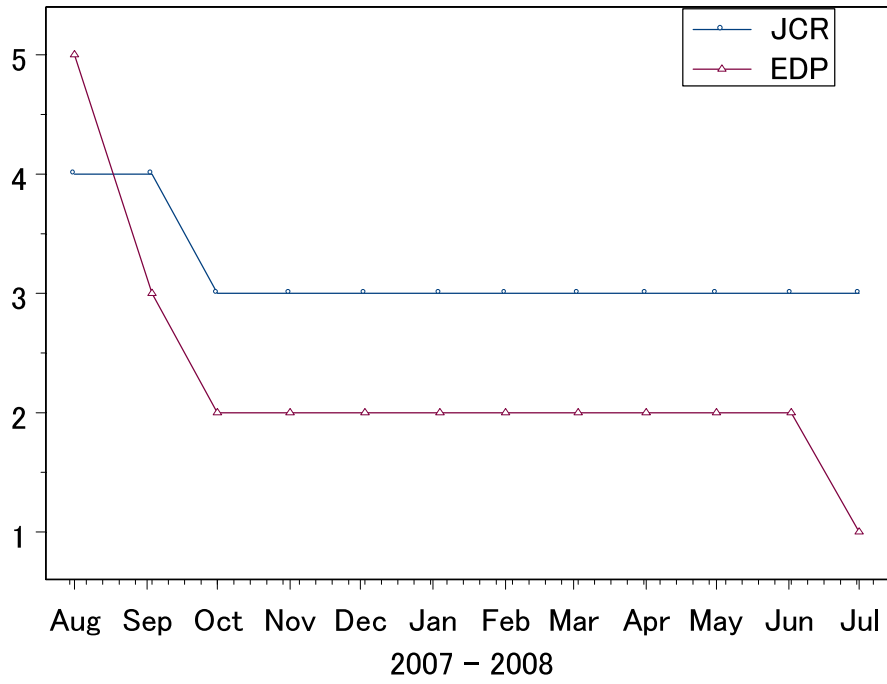


図 2: ゼファー

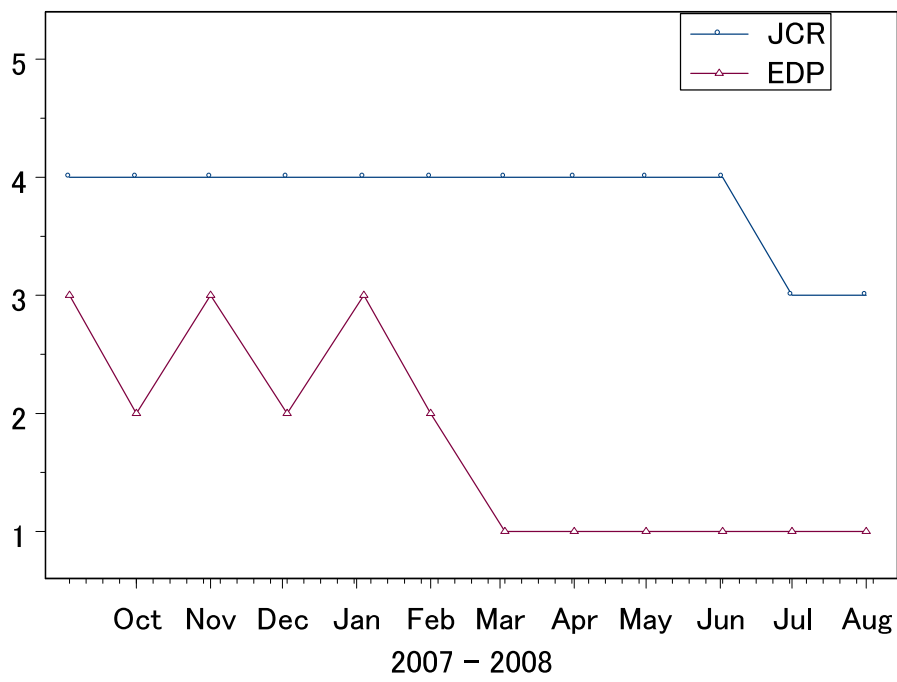


図 3: アーバンコーポレイション

3.3 EDPの問題点

分析1の結果より，EDPは倒産予測力は信用格付けより優れているが，債務履行能力を過小評価する傾向が見られることがわかった．この問題点を改善するため，小田(1998)で用いられている支払猶予期待パラメータ $\rho(0 < \rho < 1)$ をEDPに導入する．支払猶予(fobearance)期待とは，債務超過に陥ったとしても，金融機関等が資金援助を行ったり猶予的態度をとるだろうという市場期待のことである[5]．この ρ を将来負債価値にかけることにより，EDPを(10)式のように修正する．

$$\begin{aligned} \text{修正 EDP} &= \Pr(A_T < \rho B_T) \\ &= 1 - N\left(\frac{\ln(A_0/\rho B_T) + (r - \sigma_A^2/2)T}{\sigma_A \sqrt{T}}\right) \end{aligned} \quad (10)$$

4 分析2

4.1 分析2の概要

分析2では，EDPと修正EDPの比較を行う．まず，修正EDPを算出するにあたり，支払猶予期待パラメータを算出する．支払猶予期待パラメータは，推定されたEDPの自然対数値とR&Iによる平均累積デフォルト率の自然対数値の乖離自乗和を最小にする値とする[4]．また，算出するにあたり，企業群を以下の4つに分類する．

- 企業群1：平均時価総額が5000億円以上
- 企業群2：平均時価総額が1000億円以上5000億円未満
- 企業群3：平均時価総額が100億円以上1000億円未満
- 企業群4：平均時価総額が100億円未満

そして，EDPと修正EDPを算出した後に，精度の比較[6]を行う．精度の比較には，以下の3つを用いる．

- 正解率：全サンプル数に対する倒産サンプルの割合
- 第1種エラー率：倒産企業を非倒産企業であろうと判断する誤り
- 第2種エラー率：非倒産企業を倒産企業であろうと判断する誤り

分析対象企業は，分析1と同様に不動産業に限定する．生存企業は東証1部・2部に上場している企業のうち，59社を選択する．倒産企業は，東証1部・2部に上場していた5社とする．分析対象期間は，生存企業は2007年10月1日から2008年10月1日までの1年間，倒産企業は倒産する1年前から倒産日までとする．

4.2 分析結果

4.2.1 支払猶予期待パラメータの推定

表 6 に支払猶予期待パラメータの推定結果を示す。
表 6 より、平均株式時価総額の大きい企業群ほど ρ の値が小さくなっていることがわかる。つまり、企業規模が大きいほど支払が猶予される期待が大きいことを意味しており、常識的な結果であると言える。

表 6: EDP と R&I 平均累積デフォルト率の乖離自乗和と ρ の推定結果

	1.00	0.99	0.98	0.97	0.96	0.95
企業群 1	7629	7312	7027	6774	6558	6380
企業群 2	34469	34121	33813	33549	33335	33173
企業群 3	209983	205090	201169	199350	197281	196070
企業群 4	96211	94286	93147	93555	95662	100763
	0.94	0.93	0.92	0.91	0.90	ρ_{min}
企業群 1	6245	6156	6116	6130	6201	0.92
企業群 2	33069	33029	33056	33158	33341	0.93
企業群 3	198136	203504	208296	216732	232966	0.95
企業群 4	104473	108828	113794	122662	136663	0.98

4.2.2 倒産確率の推移

図 4, 図 5 に生存企業の倒産確率の推移の例を示す。図は縦軸が倒産確率を、横軸は時系列を示している。また黒線が EDP, 赤線が修正 EDP を示している。

図 4, 図 5 より、修正 EDP は EDP に比べて倒産確率が低くなっていることがわかる。特に、ピーク時の倒産確率は半減しており、支払猶予期待パラメータの効果がよく表れていると言える。

図 6, 図 7 に、倒産企業の倒産確率の推移の例を示す。図 6, 図 7 も生存企業と同様に修正 EDP が EDP よりも低い値で推移しているが、依然として生存企業よりも高い水準となっていることがわかる。よって、倒産の判別には支障がないことが示唆される。

三菱地所

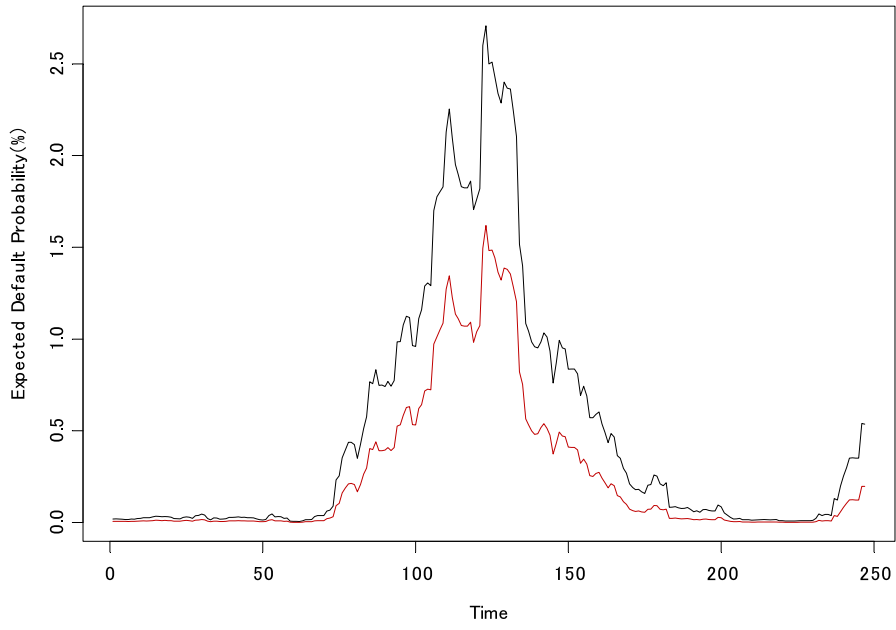


图 4: 三菱地所

東急不動産

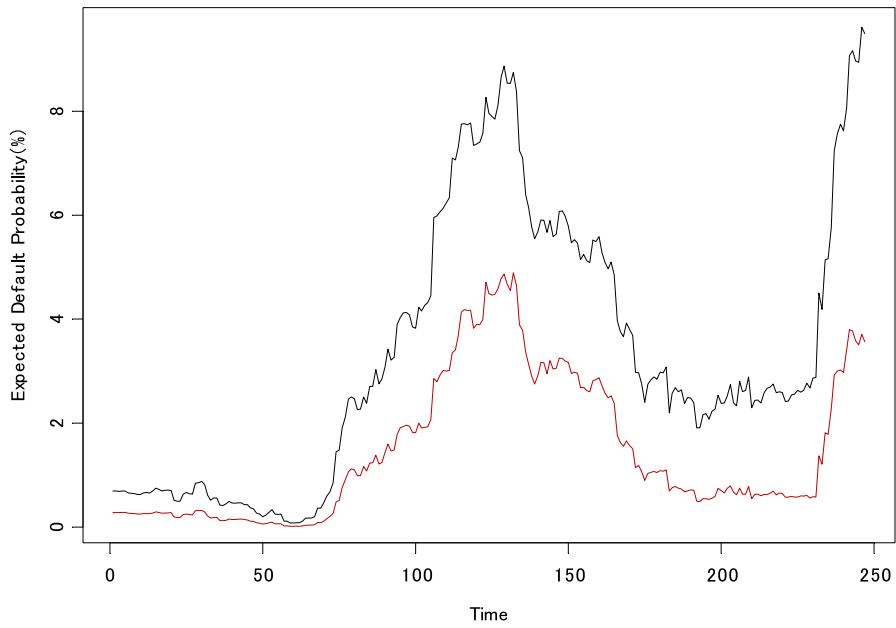


图 5: 東急不動産

アーバンコーポレイション

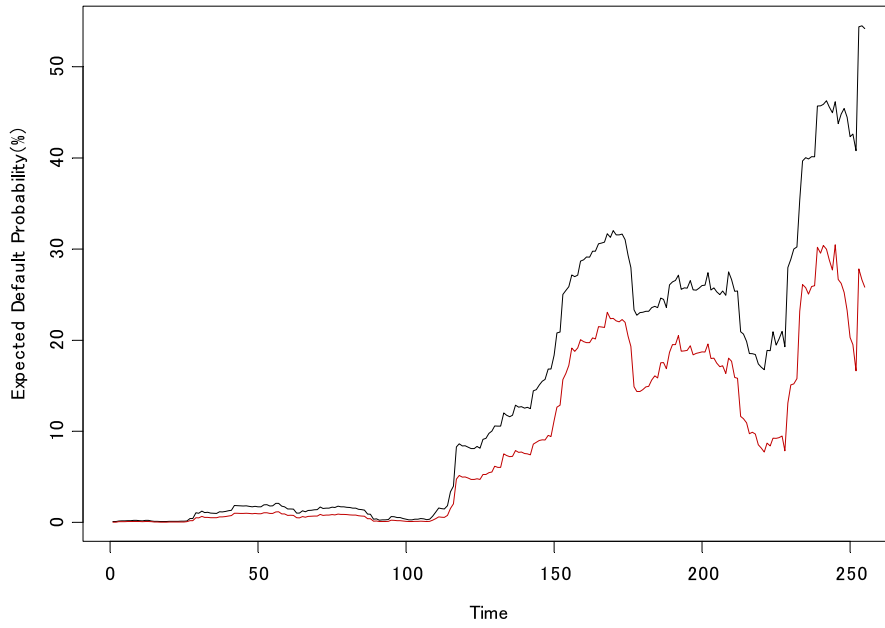


図 6: アーバンコーポレイション

創建ホームズ

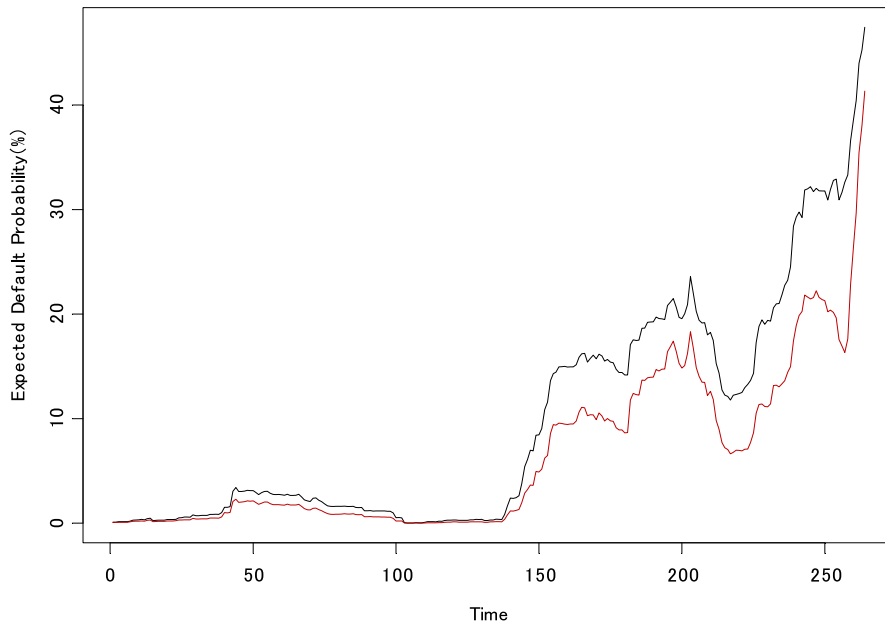


図 7: 創建ホームズ

4.2.3 倒産確率推定の精度比較

倒産確率推定の精度比較を表7,表8に示す。表7,表8より,修正EDPはEDPに比べ,第1種エラー率はやや上がり,第2種エラー率は下がっていることがわかる。これは,支払猶予期待パラメータを導入したため,全体的に倒産確率が下がったことが要因であると考えられる。正解率を見ると,修正EDPの方が全体的に高いことがわかる。よって,修正EDPの方が倒産を正確に捉えられていると言える。

表 7: EDP の倒産確率推定の精度

倒産確率 水準	正解率	第1種 エラー率	第2種 エラー率
1%以上	10.24% (960/9379)	17.95%	58.92%
2%以上	10.42% (813/7802)	30.51%	48.91%
3%以上	11.26% (775/6880)	33.76%	42.73%
4%以上	12.28% (746/6074)	36.24%	37.29%
5%以上	12.94% (704/5441)	39.83%	33.15%
10%以上	14.30% (445/3112)	61.97%	18.66%
20%以上	16.79% (233/1388)	80.09%	8.08%
30%以上	21.97% (147/669)	87.44%	3.65%
40%以上	18.32% (70/382)	94.02%	2.18%
50%以上	18.36% (38/207)	96.75%	1.18%
60%以上	11.46% (11/96)	99.06%	0.59%
70%以上	11.49% (10/87)	99.15%	0.54%
80%以上	11.49% (10/87)	99.15%	0.54%
90%以上	11.63% (10/86)	99.15%	0.53%

表 8: 修正 EDP の倒産確率推定の精度

倒産確率 水準	正解率	第1種 エラー率	第2種 エラー率
1%以上	11.24% (821/7307)	29.83%	45.39%
2%以上	12.72% (725/5700)	38.03%	34.82%
3%以上	13.29% (618/4651)	47.18%	28.22%
4%以上	13.32% (518/3890)	55.73%	23.60%
5%以上	13.72% (443/3230)	62.14%	19.50%
10%以上	15.46% (267/1727)	77.18%	10.22%
20%以上	18.10% (137/757)	88.29%	4.34%
30%以上	14.00% (49/350)	95.81%	2.11%
40%以上	12.92% (23/178)	98.03%	1.08%
50%以上	11.43% (12/105)	98.97%	0.65%
60%以上	12.50% (11/88)	99.06%	0.54%
70%以上	11.49% (10/87)	99.15%	0.54%
80%以上	11.49% (10/87)	99.15%	0.54%
90%以上	11.63% (10/86)	99.15%	0.53%

5 まとめと今後の課題

本研究では、まず分析1でEDPとJCRの信用格付けを比較した。その結果、EDPは倒産の予測力はJCRの信用格付けよりも優れているが、生存企業の債務履行能力を過小評価する傾向があることがわかった。分析2では分析1の結果を踏まえ、支払猶予期待パラメータをEDPに導入することによって債務履行能力の過小評価の緩和を試みた。その結果、倒産確率はやや下がったものの、倒産の予測力自体は損なわれいことが示唆された。そして正解率が上がり、倒産の予測力が向上したと結論付けられた。

今後の課題として、まず不動産業以外の業種への適用が考えられる。次に、本研究では支払猶予期待パラメータの推定に際して4つの企業群に分けて推定を行ったが、さらに適切な企業群の分割方法を探ることが挙げられる。そして、EDPの拡張が挙げられる。例えば、社債情報の追加や、負債が市場で活発に取引された場合には負債の市場価値の導入などが挙げられる。

本研究ではS言語によるプログラムを用いてデータセットの読み込みから倒産確率の推定、グラフ化までを行った。S言語の優れている点として、プログラムの文法のシンプルさが挙げられると思う。実際にS-PLUSを用いることによって、容易に上記のことが行えた。今後の課題として、プログラムを改良して、より計算時間を短縮できるプログラムを組むことも挙げられる。

参考文献

- [1] Crosbie,P.J., Bohn,J.R. “ Modeling default risk ”,KMV working paper(2002).
- [2] Merton,R.C :“ On the Pricing of Corporate Debt:The Risk Structure of Interest Rates ”,Journal of Finance, 29(2),p.449-470(1974).
- [3] 安藤啓,丸茂幸平 :“ ノックアウト・オプション・アプローチを用いたデフォルト率の推定方法 ”,日本銀行金融研究所,Discussion Paper(2001).
- [4] 岩田政彦 :“ 公開財務情報と株価及び社債流通価格を用いた倒産確率の推定とその応用 ”,Working Paper(2000).
- [5] 小田信之 :“ オプション価格理論に基く適正預金保険料率の推定 ”,日本銀行金融研究所,金融研究,p.127-165(1998).
- [6] 黒子貴史,神山直樹 :“ 倒産確率推定モデルの精度比較検証 ”,証券アナリストジャーナル,vol38,no.4,p.76-90(2000).
- [7] 森平爽一郎 :“ 信用リスクの管理 第3回 :オプションモデルによる倒産確率推定 :基礎 ”,証券アナリストジャーナル,vol.38,no.1,p.85-100(2000).
- [8] アレクサンダー・J・マクニール,リュディガー・フライ,ポール・エンブレヒツ(著),塚原英敦,他(訳) :「 定量的リスク管理 - 基礎概念と数理技法 - 」,共立出版 (2008).
- [9] R.A.ベッカー,J.M.チェンバース,A.R.ウィルクス(著),渋谷政昭,柴田里程(訳) :「 S言語 - データ解析とグラフィックスのためのプログラミング環境 - 」,共立出版 (2000).
- [10] John M.Chambers(著),垂水共之,越智義道,水田正弘,森裕一,山本義郎(訳) :「 データによるプログラミング」,森北出版 (2002)

Appendix : S 言語によるプログラム

#データの準備

```
sigma.e <- データセット名[,2]          #ヒストリカル・ボラティリティ  
B <- データセット名[,3]                #負債価値 (= 簿価)  
E <- データセット名[,4]                #株式時価総額
```

```
r <- 0.0065                             #リスク・フリーレート  
t <- 1                                   #想定満期日  
dp <- 0.08                              #平均累積デフォルト率  
rho <- c(1,0.93)                        #支払猶予期待パラメータ  
itr <- 50                                #反復回数
```

#マトリックスの宣言

```
EDP = matrix(nrow=length(sigma.e),ncol=length(rho))  
d = matrix(nrow=length(sigma.e),ncol=length(rho))  
est = matrix(nrow=length(sigma.e),ncol=length(rho))
```

#ベクトルの宣言

```
A = vector(mode="double",length=itr)  
sigma.a = vector(mode="double",length=itr)  
d.1 = vector(mode="double",length=itr)  
d.2 = vector(mode="double",length=itr)  
s.A = vector(mode="double",length=itr)  
s.sigma.a = vector(mode="double",length=itr)
```

#計算実行

```
for(k in 1:length(rho)){  
  for(i in 1:length(sigma.e)){  
    A[1] <- E[i] + B[i]  
    sigma.a[1] <- sigma.e[i]*E[i]/(E[i]+B[i])  
    for(j in 1:itr){  
      d.1[j] <- (log(A[j]/(B[i]))+(r+sigma.a[j]^2/2)*t)/  
                (sigma.a[j]*sqrt(t))  
      sigma.a[j+1] <- sigma.e[i]*(E[i]/  
                      (A[j]*pnorm(d.1[j],0,1)))  
      d.2[j] <- d.1[j]-sigma.a[j]*sqrt(t)  
      A[j+1] <- (E[i]+(B[i])*exp(-r*t)*pnorm(d.2[j],0,1))/  
                pnorm(d.1[j],0,1)
```



```

        sigma.a[j] <- sigma.a[j+1]
        A[j] <- A[j+1]
    }
    d[i,k] <- (log(A[itr]/(rho[k]*B[i]))+
              (r-sigma.a[itr]^2/2)*t)/(sigma.a[itr]*sqrt(t))
    #期待倒産確率
    EDP[i,k] <- (1-pnorm(d[i,k],0,1))*100
    #期待倒産確率と平均累積デフォルト率の乖離
    est[i,k] <- (log(EDP[i,k])-log(dp))^2
}
}

#グラフ描画
tsplot(EDP[,1])
lines(EDP[,2],col=8)
title(main="データセット名",xlab="Time",
      ylab="Expected Default Probability(%)")

```