

アメリカンオプションによる 国際株式分散投資の為替ヘッジモデル

東京理科大学 工学研究科 経営工学専攻
修士2年 坂井 拓郎

発表構成

- 研究背景
- 研究目的
- 提案方法
- 数値実験
- まとめと今後の課題

国際分散投資と為替リスク

• 国際分散投資

- 複数の国々に投資対象を分散することによって、特定の市場に付随するリスクを低減し、かつ、高いリターンを獲得する投資手法である。

• 為替リスク

- 為替相場の変動の影響によるリスク
- 国際分散投資において為替リスクは主要なリスクである

Ex)現時点でのドル建資産1,000(\$)

	現時点	将来時点
為替レート(円/\$)	100	95
資産価値(円)	100,000	95,000

将来時点において
 $100,000 - 95,000$
 $= 5,000$ (円) の**損失**

為替ヘッジ手法

通貨オプション

指定された時点で指定された行使レートで外貨を売る**権利**

権利行使の方法	行使可能な期間
ヨーロピアンタイプ	行使期間の最終日
アメリカンタイプ	行使期間中, いつでも

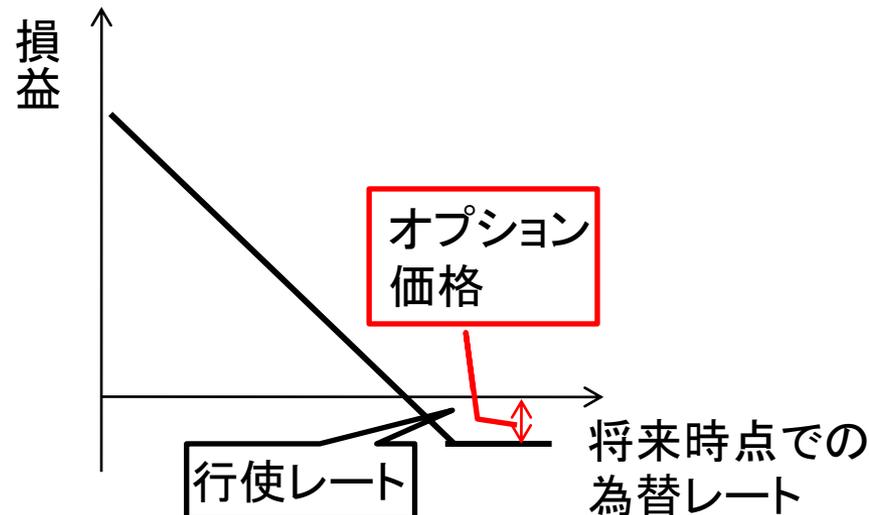


図1: 通貨オプションの損益

通貨先渡

指定された時点で指定された交換レートで外貨を売る**契約**

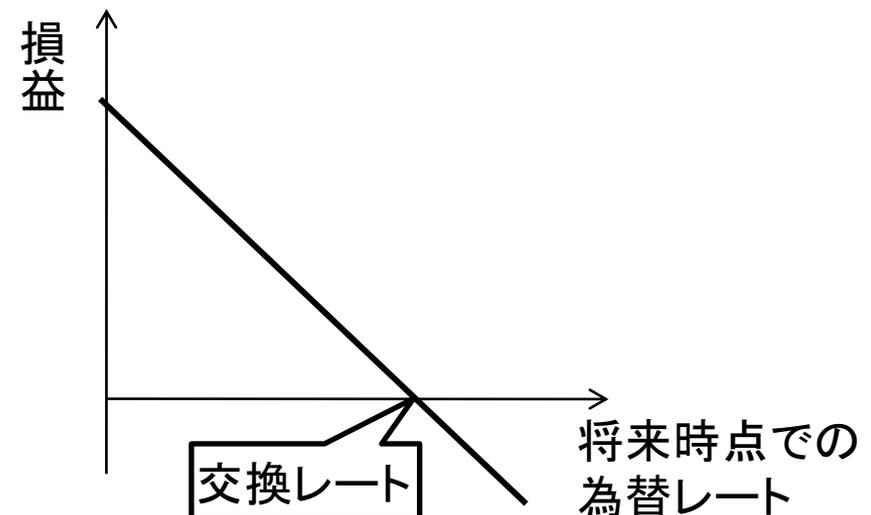


図2: 通貨先渡の損益

国際分散投資に対する数理計画モデル

- **単期間確率計画モデル：平均・分散モデルなど**
 - 計画期間を(期間の長い)1期間と考えると資産価格変動(収益率)にある確率分布を想定し, 現時点での投資のみを決定する問題を解くモデル
 - 問題点: 多期間にわたる不確実性を考慮した動的投資政策の決定をモデル化できない.
- **多期間確率計画モデル**
 - 計画期間中に設定された複数期間で資産価格変動の確率分布を想定し, 各時点で異なる投資決定をする問題を解くモデル
 - **利点**: 計画期間中のポートフォリオのリバランスを考慮して, 現時点の投資決定ができる

先行研究

- 国際分散投資の為替ヘッジに関する研究
 - 先渡ヘッジ／単期間モデル
 - 通貨オプションヘッジ／単期間モデル[1,3,6]
 - 先渡ヘッジ／多期間モデル[4]
 - 通貨オプションヘッジ／多期間モデル[5]
- 先行研究より
 - 為替ヘッジ手法として、先渡ヘッジが通貨オプションヘッジ(ヨーロピアンタイプ)より有効
 - 数理計画モデルとして、多期間モデルが単期間モデルより有効

研究目的

- 研究背景より
 - 国際分散投資において為替リスクをヘッジする必要がある
 - 先行論文において、通貨オプションはヨーロピアンタイプが扱われている
- 研究目的
 - 国際分散投資において、アメリカンタイプの通貨オプションヘッジを用いた多期間モデルの構築
 - 先渡ヘッジ, ヨーロピアンタイプの通貨オプションヘッジとの比較

概要

• モデルの仮定

- 株式, 為替, 金利変動は幾何ブラウン運動に従う
- 為替ヘッジは, 各時点において, 満期が計画最終時点までのアメリカン・タイプの通貨オプションを購入する.

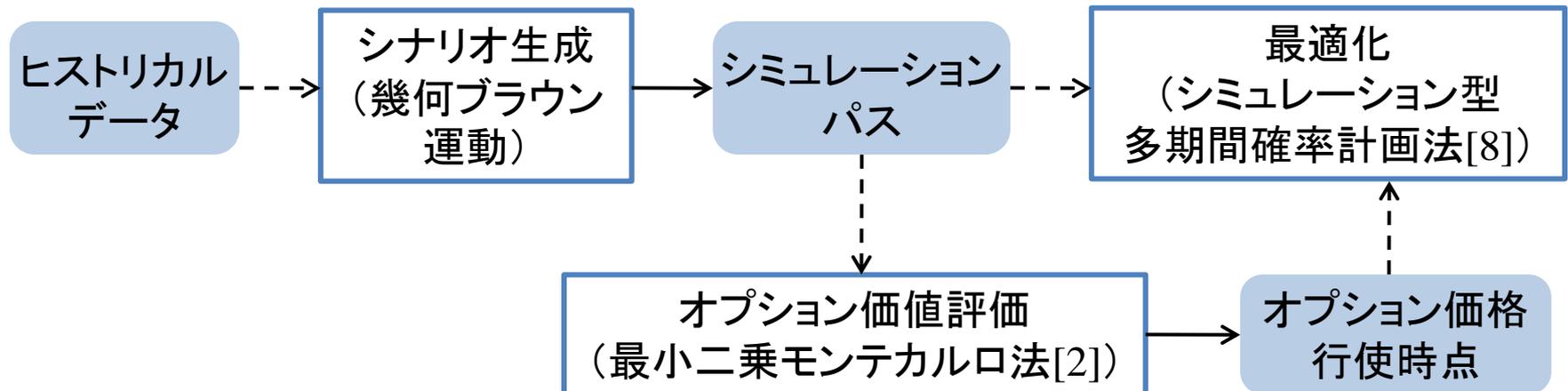


図3: モデル概要

シナリオ生成

- 株価, 為替, 金利の変動のシミュレーションパス生成
– 幾何ブラウン運動に従うと仮定

$$dP = \mu_P P dt + \sigma_P P dz_P \quad (1)$$

$$de = \mu_e e dt + \sigma_e e dz_e \quad (2)$$

$$dr = \mu_r r dt + \sigma_r dz_r \quad (3)$$

P : 株式価格 μ : 期待収益率

e : 為替レート σ : ボラティリティ

r : 金利

dz : ウィーナー過程

(資産間の相関行列 Σ の相関をもつ)

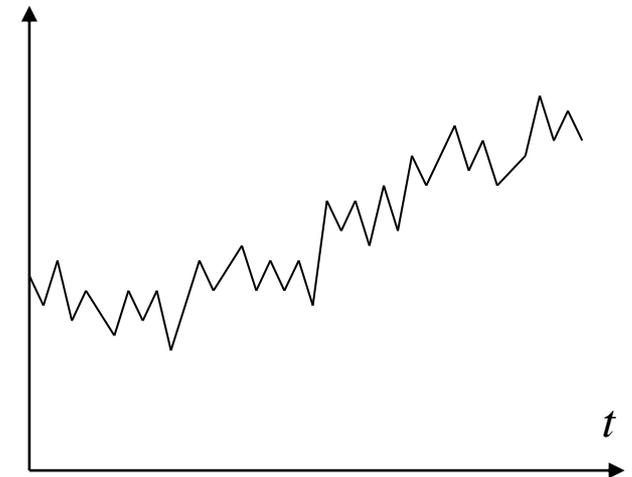


図4: 幾何ブラウン運動

オプション価格評価

- 最小二乗モンテカルロ法[2]

- アメリカンオプションの続行価値を表す条件付期待値を最小二乗法による回帰によって推定する

Step1. 満期日におけるペイオフ(行使価値)を算出

Step2. リスクフリーレートを用いて1期前に割り引く.

Step3. 割引いた価値を目的関数, その期における為替レートを説明変数として, 最小二乗法による回帰によって続行価値を推定

Step4. 続行価値と行使価値を比較し, オプション行使を決定

Step5. Step1-Step4を初期時点まで後退計算を行う

Step6. それぞれの経路に生じているキャッシュフローの現在価値を求め, すべての経路の平均でオプション価値を算出

最適化モデル(1)

- 目的関数
 - 最終時点のポートフォリオのCVaRの最小化
- 制約式
 - キャッシュバランス制約式, 投資量保存制約式, リターン制約式, 他の制約式
- 集合, 添え字の定義

集合

C_0 : マーケット

l : 国内マーケット ; $l \in C$

C : 国外マーケット ; $C = C_0 \setminus \{l\}$

S : シミュレーションパス

添え字

c : マーケット

s : シミュレーションパス

j : オプション; $j = 0, \dots, T-1$

t : 期間; $t = 0, \dots, T$

最適化モデル(2) — 目的関数 —

• CVaR(conditional value-at-risk)

– VaRを超える損失の条件付き期待値

※ VaR(value-at-risk): 与えられた期間内に, 与えられた信頼度 $1-\alpha$ のもとで, ポートフォリオがどのくらいの損失を出すかの推定値

$$\text{CVaR}(R) = z + \frac{1}{1-\alpha} \frac{1}{S} \sum_{s \in S} y_T^{(s)} \quad (4)$$

$$y_T^{(s)} = \max(0, -R_T^{(s)} - z) \quad (5)$$

補助変数

$y_T^{(s)}$: T 時点におけるVaRを超える不足収益率

z : T 時点におけるVaR

$R_T^{(s)}$: T 時点におけるポートフォリオの収益率

パラメータ α : VaRの水準

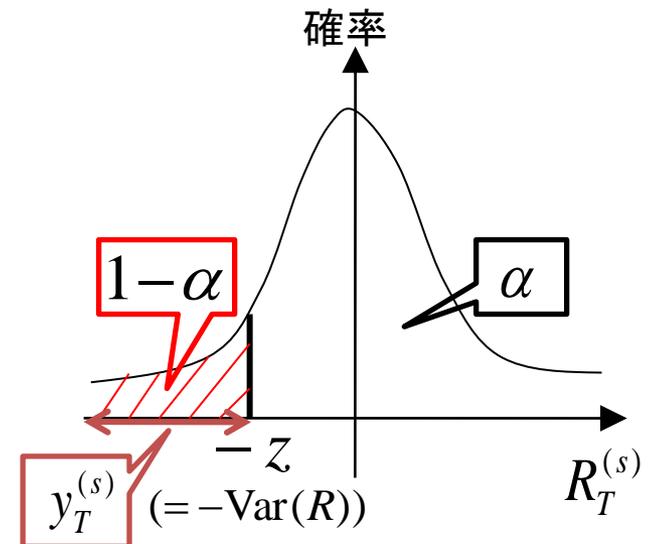


図5: CVaR

最適化モデル(3) — 制約式 —

投資量保存制約

$$w_{c,t} = w_{c,t-1} + x_{c,t}^+ - x_{c,t}^-, \quad (\forall c \in C_0, t = 1, \dots, T-1) \quad (6)$$

キャッシュバランス制約

$$W_0 = (1 + \gamma_l) P_{l,0} w_{l,0} + \sum_{c \in C} (1 + \gamma_c) P_{c,0} w_{c,0} e_{c,0} + O_{c,0} a_{c,0} + u_0 \quad (7)$$

国内資産購入 外国資産購入 オプション購入

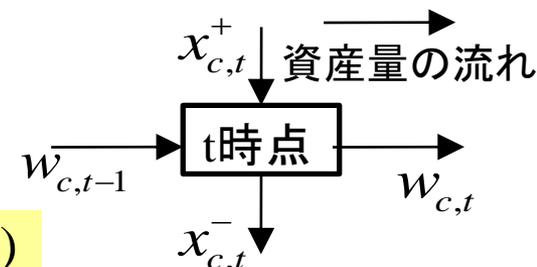


図6: 投資量保存制約

$$(1 - \gamma_l) P_{l,t}^{(s)} x_{l,t}^- + \sum_{c \in C} (1 - \gamma_c) P_{c,t}^{(s)} x_{c,t}^- e_{c,t}^{(s)} + \sum_{c \in C} \sum_{j \leq t-1} a_{c,j} (K_{c,j} - e_{c,t}^{(s)}) \tau_j + (1 + r_{t-1}^{(s)}) u_{t-1}^{(s)} \quad (8)$$

国内資産売却 外国資産売却 オプションペイオフ

$$= (1 + \gamma_l) P_{l,t}^{(s)} x_{l,t}^+ + \sum_{c \in C} (1 + \gamma_c) P_{c,t}^{(s)} x_{c,t}^+ e_{c,t}^{(s)} + O_{c,j} a_{c,j} + u_t^{(s)}, \quad (s \in S, t = 1, \dots, T-1)$$

国内資産購入 外国資産購入 オプション購入

パラメータ

W_0 : 初期国内通貨額 $O_{c,j}$: オプション価格
 γ_c : 売買コスト $K_{c,j}$: オプション行使レート
 $r_t^{(s)}$: 国内金利 τ_j : オプション行使時点
 $P_{c,t}^{(s)}$: 株式価格 $\tau_j = \{0,1\}$
 $e_{c,t}^{(s)}$: 為替レート

決定変数

$x_{c,t}^+$: 株式の購入量
 $x_{c,t}^-$: 株式の売却量
 $w_{c,t}$: 株式のリバランス後投資量
 u_0 : 初期現金運用額
 $u_t^{(s)}$: 国内通貨の運用額
 $a_{c,j}$: オプション購入量

最適化モデル(4)

(LP)

$$\text{Min. } CVaR(R) = z + \frac{1}{1-\alpha} \frac{1}{S} \sum_{s \in S} y_T^{(s)} \quad (\text{a-1})$$

$$\text{s.t. } w_{c,t} = w_{c,t-1} + x_{c,t}^+ - x_{c,t}^-, \quad (c \in C_0, t=1, \dots, T-1) \quad (\text{a-2}) \quad \text{投資量保存制約}$$

$$W_0 = (1 + \gamma_l) P_{l,0} w_{l,0} + \sum_{c \in C} (1 + \gamma_c) P_{c,0} w_{c,0} e_{c,0} + O_{c,0} a_{c,0} + u_0 \quad \text{キャッシュバランス制約} \quad (\text{a-3})$$

$$\begin{aligned} (1 - \gamma_l) P_{l,t}^{(s)} x_{l,t}^- + \sum_{c \in C} (1 - \gamma_c) P_{c,t}^{(s)} x_{c,t}^- e_{c,t}^{(s)} + \sum_{c \in C} \sum_{j \leq t-1} a_{c,j} (K_{c,j} - e_{c,t}^{(s)}) \tau_j + (1 + r_{t-1}^{(s)}) u_{t-1}^{(s)} \\ = (1 + \gamma_l) P_{l,t}^{(s)} x_{l,t}^+ + \sum_{c \in C} (1 + \gamma_c) P_{c,t}^{(s)} x_{c,t}^+ e_{c,t}^{(s)} + O_{c,j} a_{c,j} + u_t^{(s)}, \quad (s \in S, t=1, \dots, T-1) \end{aligned} \quad (\text{a-4})$$

$$V_{(s)}^T = (1 - \gamma_l) P_{l,T}^{(s)} w_{l,T-1} + \sum_{c \in C} (1 - \gamma_c) P_{c,T}^{(s)} w_{c,T-1} e_{c,T}^{(s)} + \sum_{c \in C} \sum_{j \leq T-1} a_{c,j} (K_{c,j} - e_{c,T}^{(s)}) \tau_j + (1 + r_{T-1}^{(s)}) u_{T-1}^{(s)}, \quad (s \in S) \quad (\text{a-5})$$

$$R_{(s)}^T = \frac{V_{(s)}^T}{W^0} - 1, \quad (s \in S) \quad (\text{a-6}) \quad \frac{1}{S} \sum_{s \in S} R_T^{(s)} \geq \mu \quad (\text{a-7}) \quad \text{リターン制約}$$

$$y_T^{(s)} \geq -R_T^{(s)} - z, \quad (s \in S) \quad (\text{a-8}) \quad y_T^{(s)} \geq 0, \quad (s \in S) \quad (\text{a-9})$$

$$0 \leq a_{c,j} \leq w_{c,t}, \quad (c \in C, j=t=0, \dots, T-1) \quad (\text{a-10})$$

$$x_{c,t}^+, x_{c,t}^-, w_{c,t} \geq 0, \quad (c \in C_0, t=0, \dots, T-1) \quad (\text{a-11}) \quad \text{非負制約, 上限制約}$$

$$u_0 \geq 0 \quad (\text{a-12}) \quad u_t^{(s)} \geq 0, \quad (s \in S, t=1, \dots, T-1) \quad (\text{a-13})$$

パラメータ

μ : 要求期待収益率

補助変数

$V_T^{(s)}$: T 時点における
ポートフォリオ価値

概要

アメリカンオプション・ヘッジモデル(A.Option)を, ヨーロピアンオプション・ヘッジモデル(E.Option)と先渡ヘッジモデル(先渡ヘッジ)と比較する

※先渡ヘッジモデル:

為替ヘッジは, 各時点において, 1期間の先渡契約を購入する

※ヨーロピアンオプション・ヘッジモデル:

為替ヘッジは, 各時点において, 満期1のヨーロピアンタイプの通貨オプションを購入する

➤ 変更点

- ✓ (a-3),(a-4),(a-5)式のオプション購入にかかるキャッシュ, オプションのペイオフの部分
- ✓ (a-10)式のオプションの上限制約

※詳細はAppendix参照

比較方法

事前評価:

ヒストリカルデータから最適化を行い, それぞれのポートフォリオを構築し, 効率的フロンティア(要求期待収益率の下での最小CVaR集合)を考察する

事後評価:

構築されたポートフォリオがどの程度パフォーマンスをあげたか検証する

データ概要・設定条件

データ概要

- ・ 投資対象とする株式市場：
日本，米国，カナダ，英国，オーストラリア，スイス
- ・ 株価指数：MSCI indexの月次データ
- ・ 為替レート：月次データ
- ・ 金利：LIBOR1ヶ月の月次データ
- ・ データ期間：1991年1月～2004年4月
(検証期間：2003年4月～2004年4月)

最適化モデル設定条件

シミュレーション数2000, 3期間モデル, $\alpha = 0.95$
初期資金 $W_0 = 10,000$ 万円, 売買コスト $\gamma_c = 0.005\%$

手順

事前評価

- ① ヒストリカルデータから、株価指数の収益率、為替変動率、金利変動率の統計量(平均, 標準偏差, 相関行列)を算出
- ② 算出したデータをモデルに入力し、最適ポートフォリオ(最適資産配分比率, 最適ヘッジ比率)を求め、効率的フロンティアを描く

事後評価

- ① 検証期間の初めの月において、ヒストリカルデータ(過去12年分)から、統計量を算出
- ② 算出したデータをモデルに入力し、最適ポートフォリオを求める
- ③ 1ヶ月進めて、実データを用いて最適ポートフォリオの価値を求める
- ④ ①～③を検証期間の最後の月まで繰り返す

ヒストリカルデータ

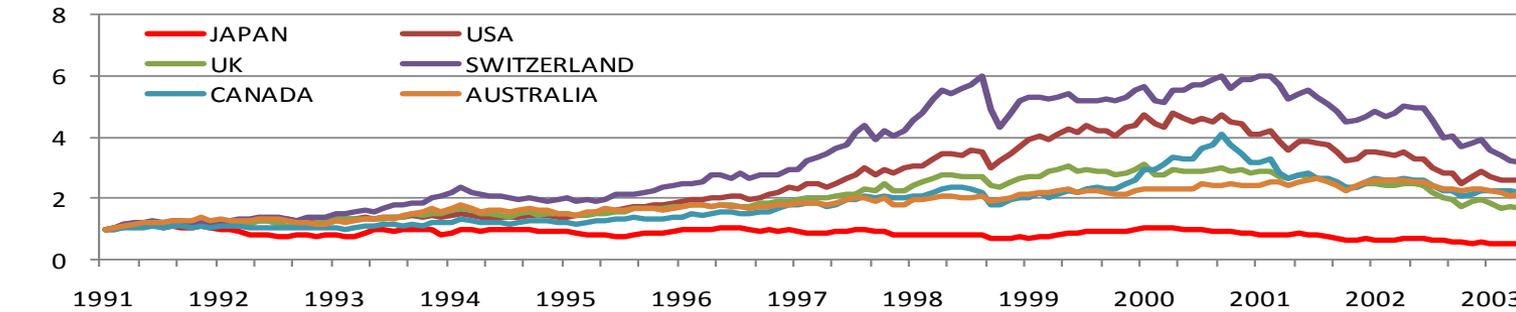


図7: 株価指数

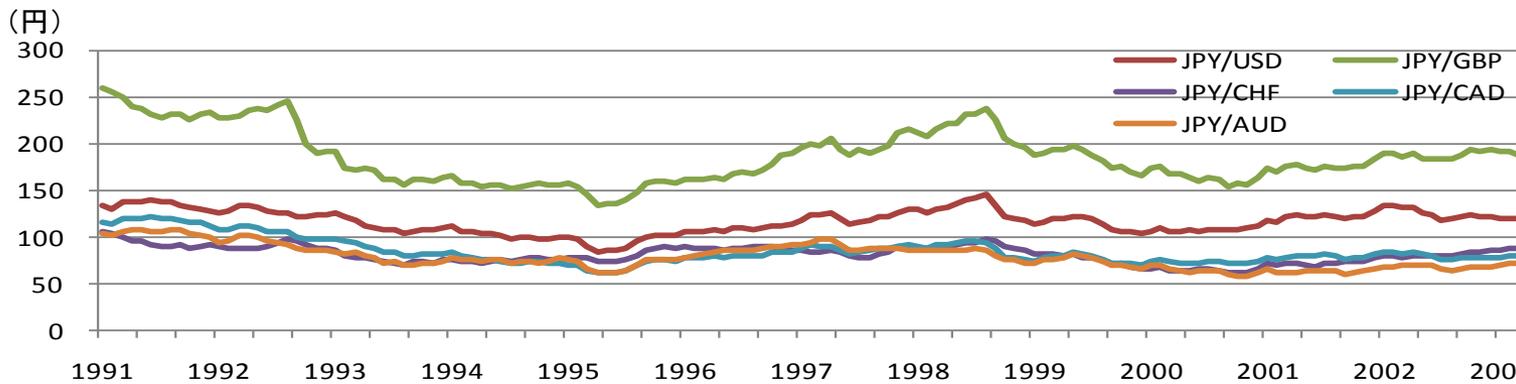


図8: 為替レート

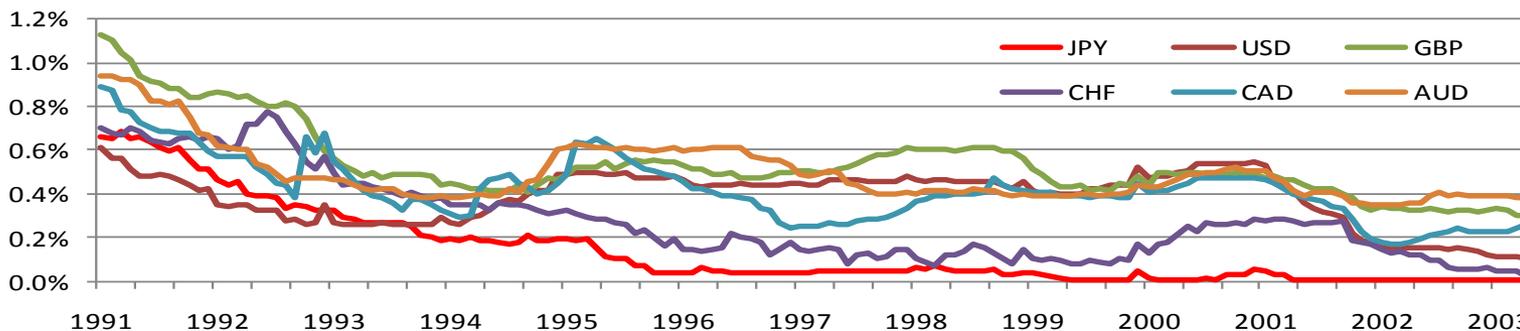


図9: 金利
(月率換算値)

シナリオ生成パラメータ

表1:シナリオ生成パラメータ

	株価指数						為替レート					金利(月率換算値)					
	JAPAN	USA	UK	SWITZERLAND	CANADA	AUSTRALIA	JPY.USD	JPY.GBP	JPY.CHF	JPY.CAD	JPY.AUD	JPY	USD	GBP	CHF	CAD	AUD
初期値	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	119.90	188.72	87.01	82.21	73.12	0.004%	0.108%	0.304%	0.024%	0.257%	0.387%
平均値	-0.39%	0.71%	0.40%	0.89%	0.56%	0.57%	-0.01%	-0.12%	-0.04%	-0.17%	-0.14%	-3.20%	-1.11%	-0.88%	-1.39%	-0.56%	-0.61%
標準偏差	5.49%	4.34%	4.26%	5.01%	4.63%	3.87%	2.81%	3.13%	2.91%	2.94%	3.19%	22.21%	6.27%	3.70%	16.40%	9.66%	3.73%

相関行列

JAPAN	1.000																	
USA	0.377	1.000																
UK	0.344	0.707	1.000															
SWITZERLAND	0.365	0.649	0.722	1.000														
CANADA	0.427	0.749	0.573	0.561	1.000													
AUSTRALIA	0.468	0.572	0.586	0.521	0.543	1.000												
JPY.USD	0.056	-0.001	0.061	0.195	0.010	0.016	1.000											
JPY.GBP	-0.041	-0.082	-0.108	0.024	-0.026	0.012	0.725	1.000										
JPY.CHF	-0.115	-0.249	-0.244	-0.168	-0.225	-0.191	0.519	0.767	1.000									
JPY.CAD	0.081	0.057	0.093	0.186	0.087	0.064	0.924	0.716	0.498	1.000								
JPY.AUD	0.129	0.062	0.148	0.207	0.097	0.076	0.755	0.581	0.423	0.808	1.000							
JPY	-0.020	-0.051	0.030	0.114	-0.002	0.085	-0.016	0.025	0.084	-0.013	0.006	1.000						
USD	0.039	-0.105	-0.053	-0.003	-0.092	-0.226	-0.029	0.048	0.071	-0.067	-0.032	0.157	1.000					
GBP	-0.044	-0.069	-0.253	-0.123	-0.006	-0.040	0.079	0.206	0.183	0.071	-0.021	-0.021	0.000	1.000				
CHF	0.129	0.079	-0.024	0.133	0.103	0.023	0.096	0.172	0.113	0.020	-0.062	0.132	0.266	0.103	1.000			
CAD	-0.152	-0.097	0.000	-0.027	-0.226	-0.252	-0.097	-0.210	-0.019	-0.116	-0.145	0.043	0.240	0.091	-0.010	1.000		
AUD	0.018	-0.076	-0.046	0.037	-0.045	-0.179	-0.001	-0.032	0.004	-0.012	0.115	0.150	0.406	0.104	0.147	0.234	1.000	

- 株価指数間，為替間の相関は高い
- 株価指数と為替との相関は低い

(初期値は2003年4月のデータ，株価指数は1とする)

シミュレーションパス例

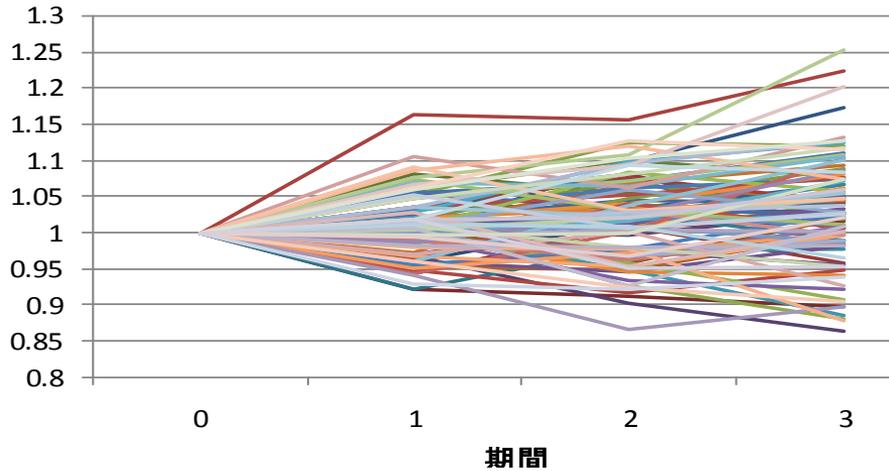


図10: USA株価指数(パス1-50)

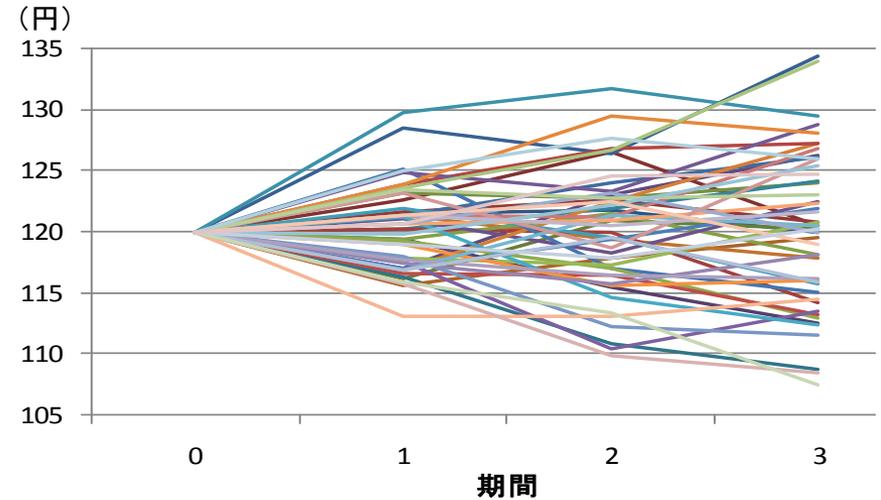


図11: JPY/USD(パス1-50)

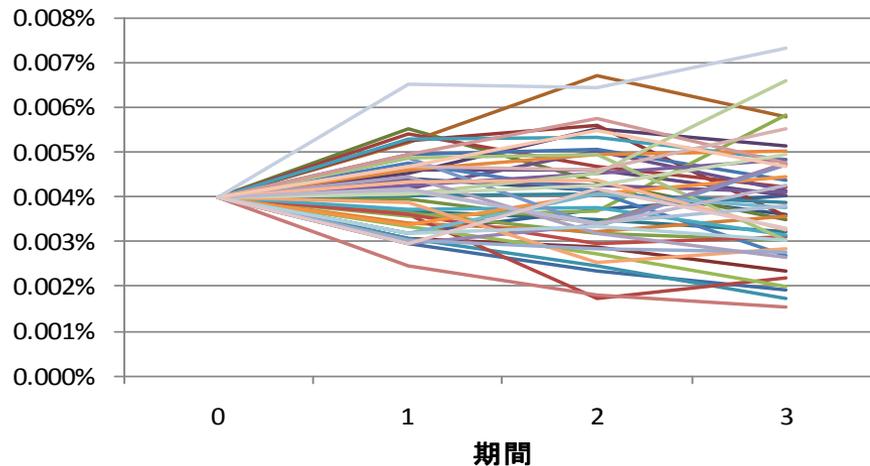


図12: JPY金利(パス1-50)

事前評価(1) — 効率的フロンティア —

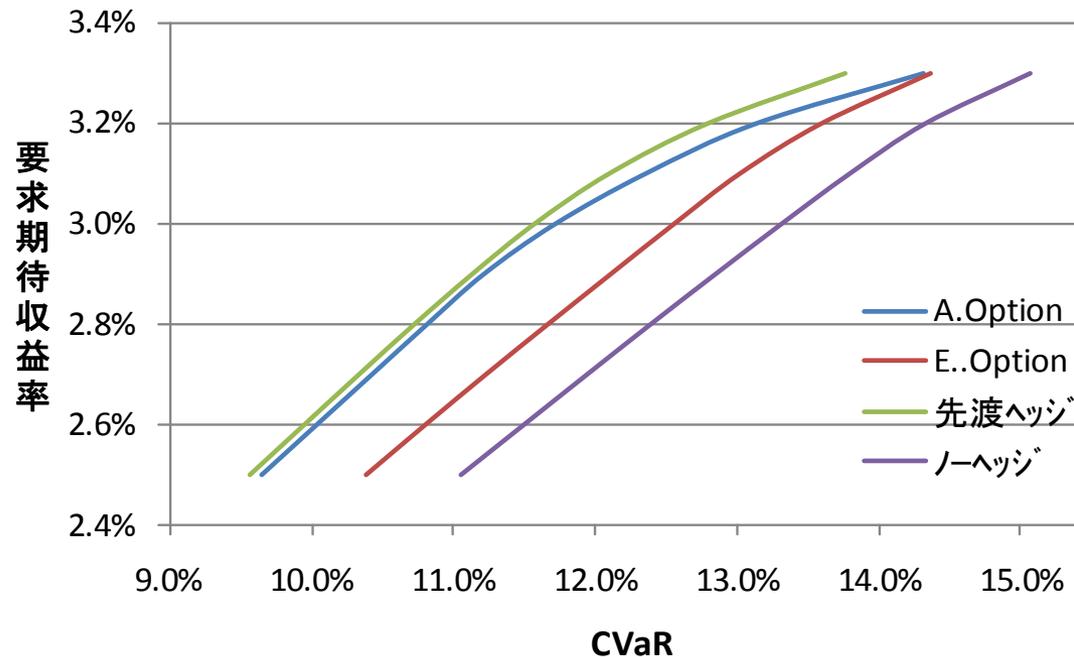


図13: 効率的フロンティア

- 為替ヘッジをすることで、リスクを減少させることができる
- アメリカンオプションのリスク削減効果
 - ✓ 先渡ヘッジより劣るが、ヨーロッパンオプションより優れる
 - ✓ 要求期待収益率が高いと、他のモデルと比べて急激に減少する

事前評価(2) — 資産配分比率 —

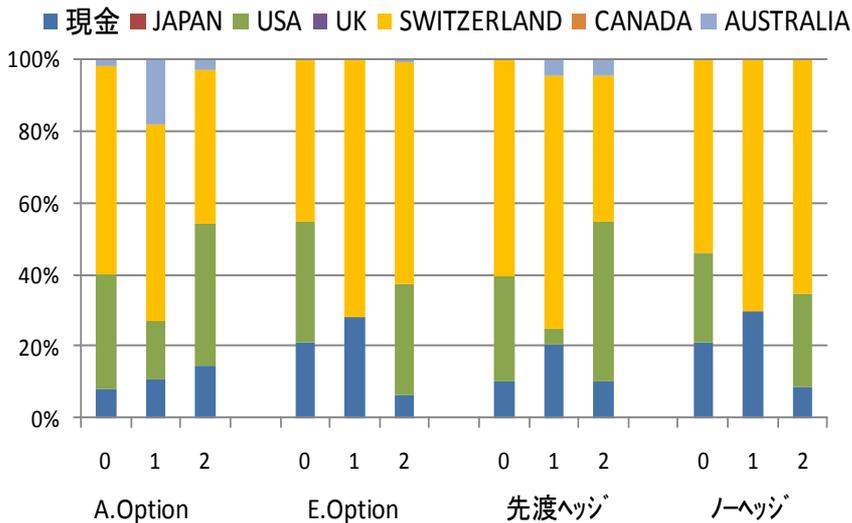


図14: $\mu=2.6\%$

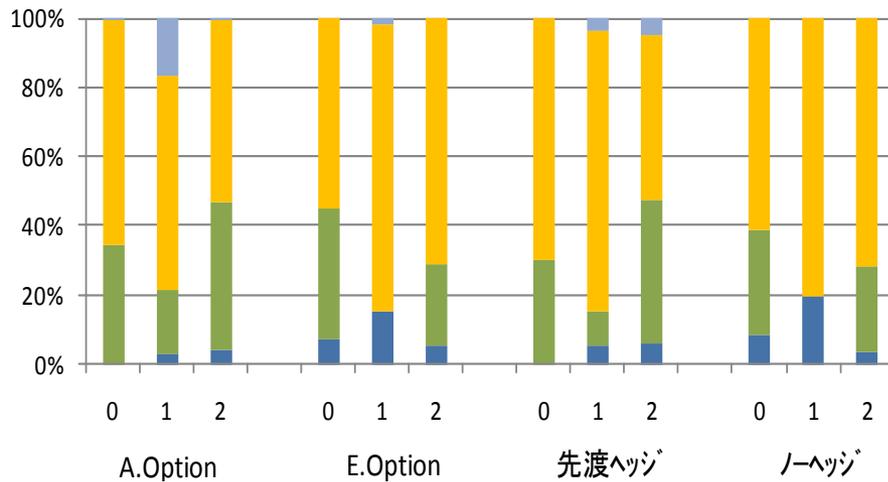


図15: $\mu=2.9\%$

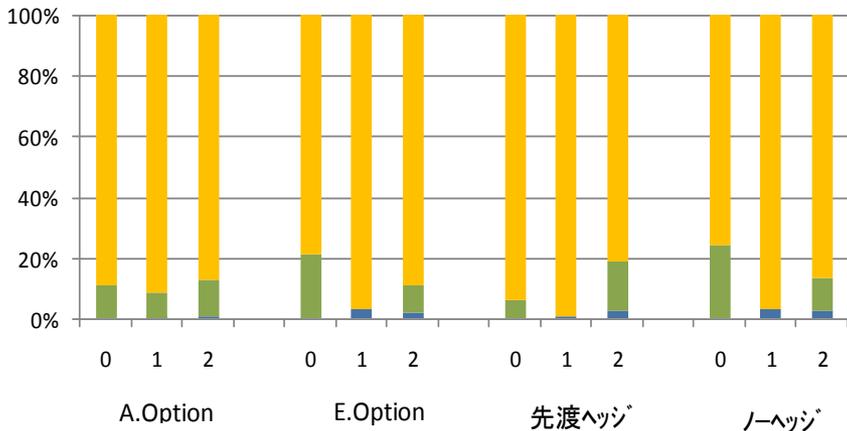


図16: $\mu=3.2\%$

- 要求期待収益率が高くなると、スイスの比率が高くなる
- A.Optionは先渡ヘッジと似ている(現金比率が若干低い)
- E.Optionはノーヘッジと似ている

事前評価(3) —ヘッジ比率—

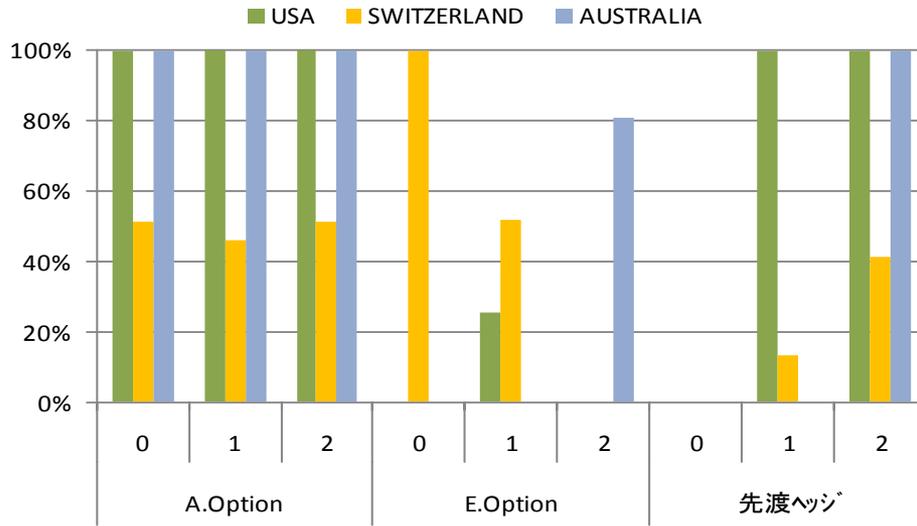


図17: $\mu=2.6\%$

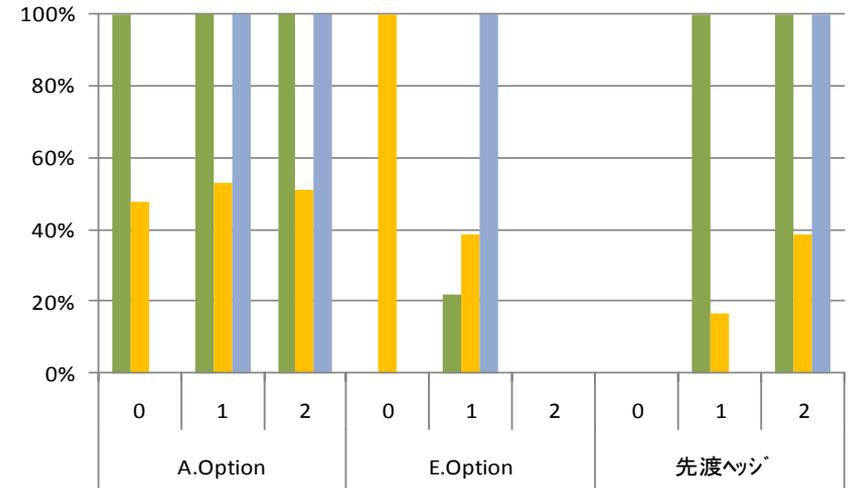


図18: $\mu=2.9\%$

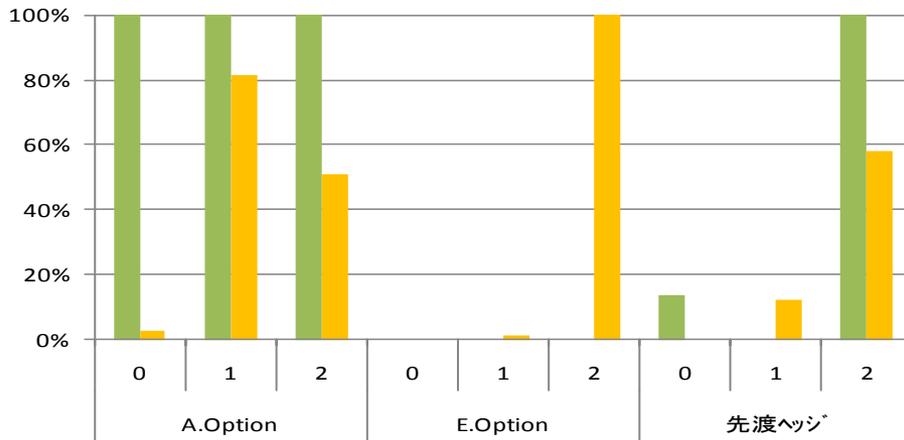


図19: $\mu=3.2\%$

- 要求期待収益率が高くなるとヘッジ比率は小さくなる
- A.Optionは他と比べて、ヘッジ比率が高い

事後評価 — 資産の推移 —

- $\mu=2.5\%$ の場合

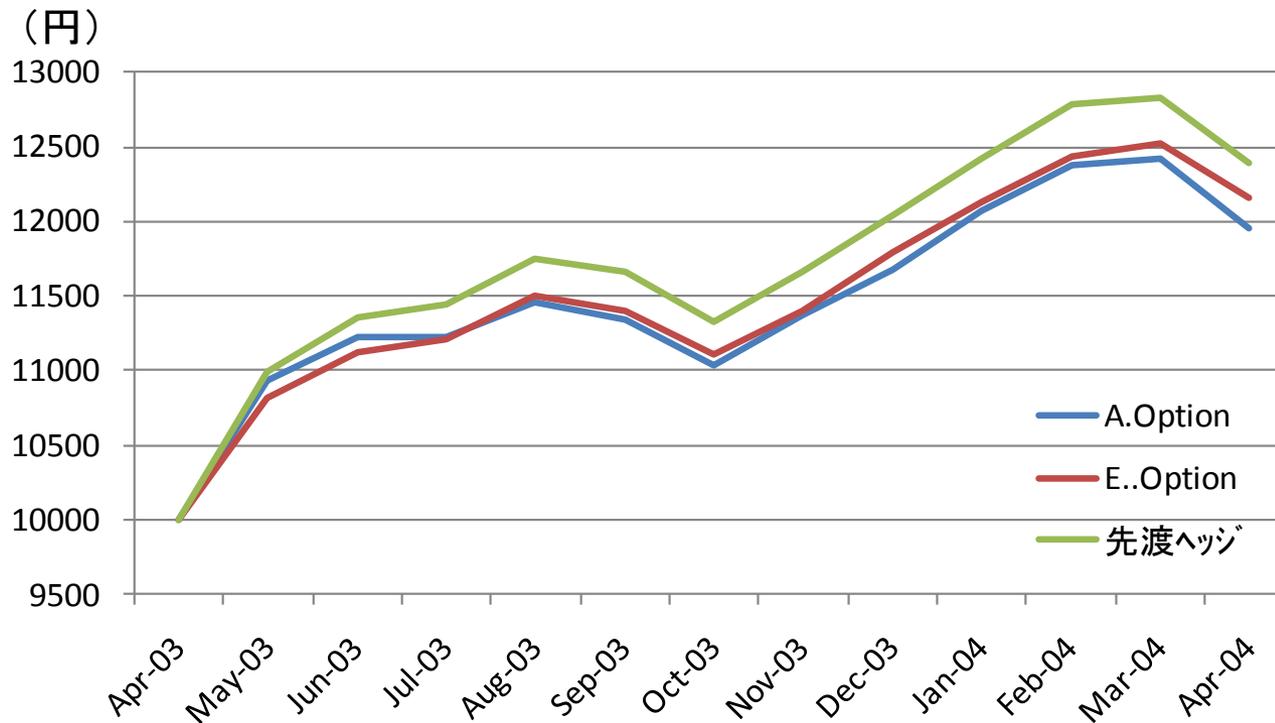


図20: 資産の推移

- アメリカンオプションのパフォーマンスは先渡ヘッジより劣り、ヨーロッパンオプションと同程度

結果のまとめ

- 事前評価：A.Optionリスク削減効果
 - 先渡ヘッジより劣る
 - 資産配分比率は似ているが、ヘッジコストがかかるため
 - E.Optionより優れる
 - E.Optionはノーヘッジに資産配分比率が似ている
 - E.Optionのヘッジ比率が低い
- 事後評価：A.Optionのパフォーマンス
 - 先渡ヘッジより劣り, E.Optionと同程度

まとめ

- 国際分散投資において、アメリカンタイプの通貨オプションヘッジを用いた多期間モデルを構築
- 数値実験を行い、アメリカンオプション・ヘッジモデルをヨーロッパンオプション・ヘッジモデル、先渡ヘッジモデルと比較
 - アメリカンオプション・ヘッジモデルのリスク削減効果
 - ✓ 先渡ヘッジモデルより劣るが、ヨーロッパンオプション・ヘッジモデルより優れる
 - アメリカンオプション・ヘッジモデルのパフォーマンス
 - ✓ 先渡ヘッジモデルより劣り、ヨーロッパンオプション・ヘッジモデルと同程度

今後の課題

- 各時点における為替ヘッジ方法の変更
 - 満期, 行使レートが異なるオプション, コールオプションをモデルに導入する
 - オプションを組み合わせた為替ヘッジ戦略の数値実験
- コンパクト表現[7]による定式化
 - 「危険資産に対する決定変数がシミュレーションパスに依存しない」
 - 問題の規模を縮小し, 計算時間を向上できる
 - 期間数, シミュレーション数を増やした数値実験

参考文献

- [1] D. Lien and Y. K. Tse : “Hedging downside risk: Futures vs. options”, *International Review of Economics and Finance*, 10:159–169 (2001)
- [2] F.A. Longstaff and E.S. Schwartz : “Valuing American Options by Simulation: A Simple Least-Squares Approach”, *Review of Financial Studies*, 14, no.1, pp. 113-147 (2001)
- [3] R. Maurer and S. Valiani : “Hedging the exchange rate risk in international portfolio diversification: Currency forwards versus currency options”, Working paper, Goethe Universit at Frankfurt am Main (2003)
- [4] N. Topaloglou, H. Vladimirov, and S.A. Zenios : “A dynamic stochastic programming model for international portfolio management”, *European Journal of Operational Research* 185, pp.1501–1524 (2008)

参考文献

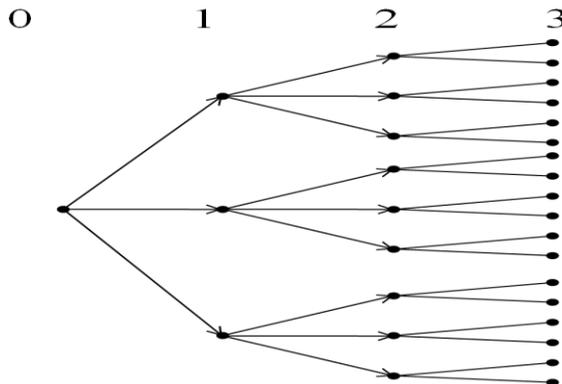
- [5] N. Topaloglou, H. Vladimirov, and S. A. Zenios: “Controlling Currency Risk with Options or Forwards”, Handbook of Financial Engineering ,Part II, 245-278 (2008)
- [6]張立, 山口俊和, 朝日弓未: “国際分散投資における為替リスクのヘッジ手法の比較”, 日本オペレーションズ・リサーチ学会秋季研究発表会アブストラクト集, pp. 192-193 (2005)
- [7]枇々木規雄: “コンパクト表現によるシミュレーション型多期間確率計画モデルの定式化”, *Journal of the Operations Research Society of Japan*, Vol45, No.4 (2002)
- [8]枇々木規雄: 金融工学と最適化, 朝倉書店 (2001)

Appendix

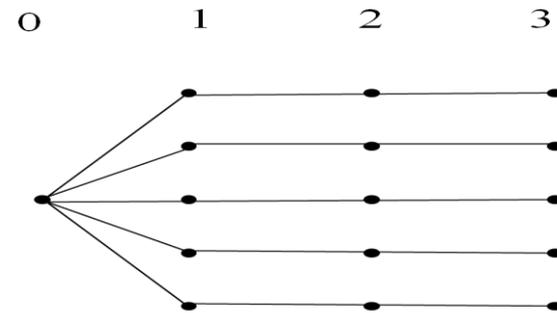
多期間確率計画モデル

- シナリオ・ツリー型多期間確率計画モデル
 - 不確実性をシナリオ・ツリーによって離散的に記述
- シミュレーション型多期間確率計画モデル
 - 不確実性を離散分布に従う確率変数をモンテカルロ・シミュレーションにより発生させたパスによって記述

シナリオ・ツリーより不確実性を詳細に記述できる。



シナリオ・ツリー



モンテカルロシミュレーションによるパス

ヨーロッパオプション・ヘッジモデル

(LP)

$$\text{Min. } CVaR(R) = z + \frac{1}{1-\alpha} \frac{1}{S} \sum_{s \in S} y_T^{(s)} \quad (\text{b-1})$$

$$\text{s.t. } w_{c,t} = w_{c,t-1} + x_{c,t}^+ - x_{c,t}^-, \quad (c \in C_0, t=1, \dots, T-1) \quad (\text{b-2}) \quad \text{投資量保存制約}$$

$$W_0 = (1 + \gamma_l) P_{l,0} w_{l,0} + \sum_{c \in C} (1 + \gamma_c) P_{c,0} w_{c,0} e_{c,0} + O_{c,0}^e a_{c,0}^e + u_0 \quad (\text{b-3}) \quad \text{キャッシュバランス制約}$$

$$\begin{aligned} (1 - \gamma_l) P_{l,t}^{(s)} x_{l,t}^- + \sum_{c \in C} (1 - \gamma_c) P_{c,t}^{(s)} x_{c,t}^- e_{c,t}^{(s)} + \sum_{c \in C} a_{c,t-1}^e \max(K_{t-1}^e - e_{c,t}^{(s)}, 0) + (1 + r_{t-1}^{(s)}) u_{t-1}^{(s)} \\ = (1 + \gamma_l) P_{l,t}^{(s)} x_{l,t}^+ + \sum_{c \in C} (1 + \gamma_c) P_{c,t}^{(s)} x_{c,t}^+ e_{c,t}^{(s)} + O_{c,t}^e a_{c,t}^e + u_t^{(s)}, \quad (s \in S, t=1, \dots, T-1) \end{aligned} \quad (\text{b-4})$$

$$V_{(s)}^T = (1 - \gamma_l) P_{l,T}^{(s)} w_{l,T-1} + \sum_{c \in C} (1 - \gamma_c) P_{c,T}^{(s)} w_{c,T-1} e_{c,T}^{(s)} + \sum_{c \in C} a_{c,T-1}^e \max(K_{T-1}^e - e_{c,T}^{(s)}, 0) + (1 + r_{T-1}^{(s)}) u_{T-1}^{(s)}, \quad (s \in S) \quad (\text{b-5})$$

$$R_{(s)}^T = \frac{V_{(s)}^T}{W_0} - 1, \quad (s \in S) \quad (\text{b-6}) \quad \frac{1}{S} \sum_{s \in S} R_T^{(s)} \geq \mu \quad (\text{b-7}) \quad \text{リターン制約}$$

$$y_T^{(s)} \geq -R_T^{(s)} - z, \quad (s \in S) \quad (\text{b-8}) \quad y_T^{(s)} \geq 0, \quad (s \in S) \quad (\text{b-9})$$

$$0 \leq a_{c,t}^e \leq w_{c,t}, \quad (c \in C, t=0, \dots, T-1) \quad (\text{b-10})$$

$$x_{c,t}^+, x_{c,t}^-, w_{c,t} \geq 0, \quad (c \in C_0, t=0, \dots, T-1) \quad (\text{b-11}) \quad \text{非負制約, 上限制約}$$

$$u_0 \geq 0 \quad (\text{b-12}) \quad u_t^{(s)} \geq 0, \quad (s \in S, t=1, \dots, T-1) \quad (\text{b-13})$$

パラメータ

$O_{c,t}^e$: オプション価格

$K_{c,t}^e$: オプション行使レート

決定変数

$a_{c,t}^e$: オプション購入量

先渡ヘッジモデル

(LP)

$$\text{Min. } CVaR(R) = z + \frac{1}{1-\alpha} \frac{1}{S} \sum_{s \in S} y_T^{(s)} \quad (\text{c-1})$$

$$\text{s.t. } w_{c,t} = w_{c,t-1} + x_{c,t}^+ - x_{c,t}^-, \quad (c \in C_0, t=1, \dots, T-1) \quad (\text{c-2}) \quad \text{投資量保存制約}$$

キャッシュバランス制約

$$W_0 = (1 + \gamma_l) P_{l,0} w_{l,0} + \sum_{c \in C} (1 + \gamma_c) P_{c,0} w_{c,0} e_{c,0} + u_0 \quad (\text{c-3})$$

$$\begin{aligned} (1 - \gamma_l) P_{l,t}^{(s)} x_{l,t}^- + \sum_{c \in C} (1 - \gamma_c) P_{c,t}^{(s)} x_{c,t}^- e_{c,t}^{(s)} + \sum_{c \in C} h_{c,t-1} (f_{t-1}^{(s)} - e_{c,t}^{(s)}) + (1 + r_{t-1}^{(s)}) u_{t-1}^{(s)} \\ = (1 + \gamma_l) P_{l,t}^{(s)} x_{l,t}^+ + \sum_{c \in C} (1 + \gamma_c) P_{c,t}^{(s)} x_{c,t}^+ e_{c,t}^{(s)} + u_t^{(s)}, \quad (s \in S, t=1, \dots, T-1) \end{aligned} \quad (\text{c-4})$$

$$V_{(s)}^T = (1 - \gamma_l) P_{l,T}^{(s)} w_{l,T-1} + \sum_{c \in C} (1 - \gamma_c) P_{c,T}^{(s)} w_{c,T-1} e_{c,T}^{(s)} + \sum_{c \in C} h_{c,T-1} (f_{T-1}^{(s)} - e_{c,T}^{(s)}) + (1 + r_{T-1}^{(s)}) u_{T-1}^{(s)}, \quad (s \in S) \quad (\text{c-5})$$

$$R_{(s)}^T = \frac{V_{(s)}^T}{W^0} - 1, \quad (s \in S) \quad (\text{c-6}) \quad \frac{1}{S} \sum_{s \in S} R_T^{(s)} \geq \mu \quad (\text{c-7}) \quad \text{リターン制約}$$

$$y_T^{(s)} \geq -R_T^{(s)} - z, \quad (s \in S) \quad (\text{c-8}) \quad y_T^{(s)} \geq 0, \quad (s \in S) \quad (\text{c-9})$$

$$0 \leq h_{c,t} \leq w_{c,t}, \quad (c \in C, t=0, \dots, T-1) \quad (\text{c-10})$$

$$x_{c,t}^+, x_{c,t}^-, w_{c,t} \geq 0, \quad (c \in C_0, t=0, \dots, T-1) \quad (\text{c-11}) \quad \text{非負制約, 上限制約}$$

$$u_0 \geq 0 \quad (\text{c-12}) \quad u_t^{(s)} \geq 0, \quad (s \in S, t=1, \dots, T-1) \quad (\text{c-13})$$

パラメータ

$f_{c,t}^{(s)}$: 為替フォワードレート

決定変数

$h_{c,t}$: ヘッジ量

事後評価 — 資産配分比率 —

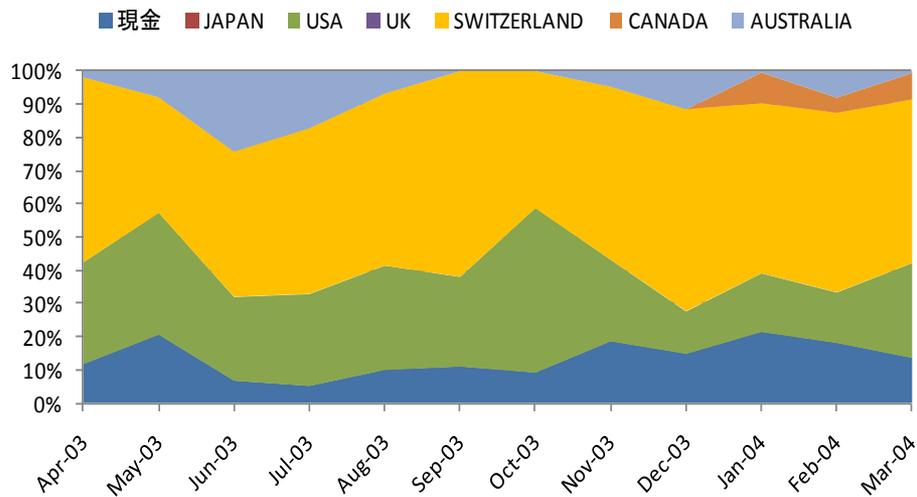


図21: A.Option

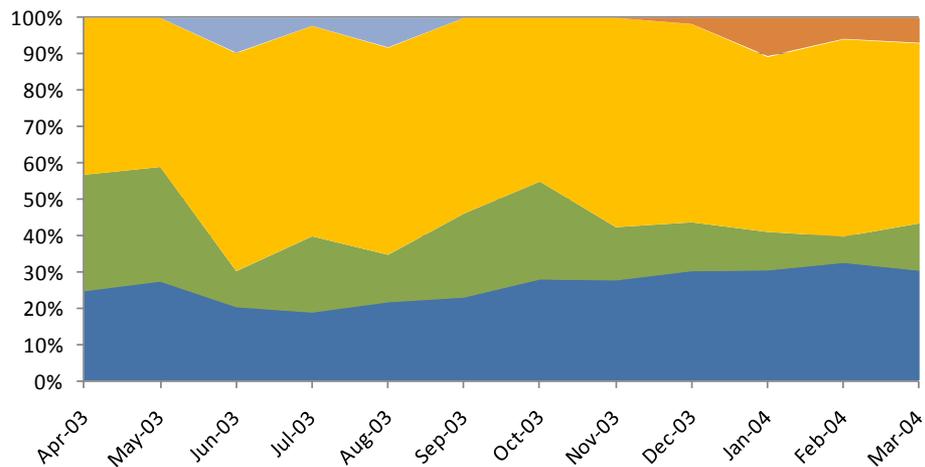


図22: E.Option

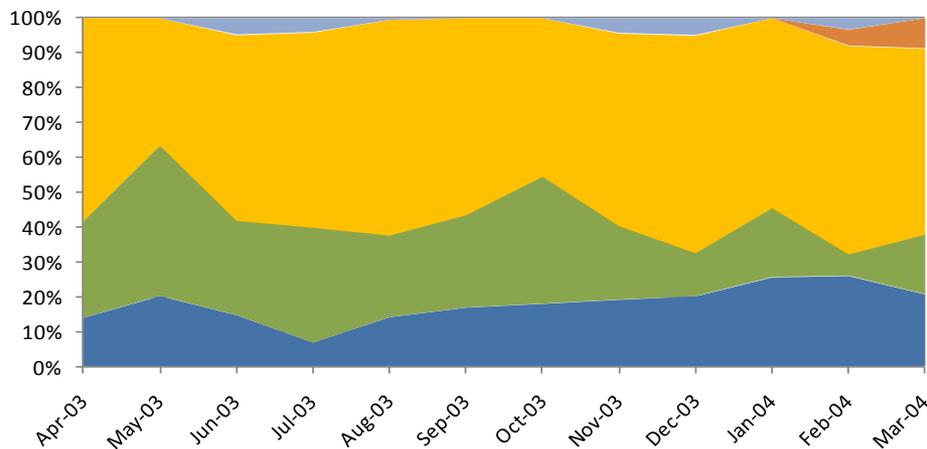


図23: 先渡ヘッジ

事後評価 —ヘッジ比率—

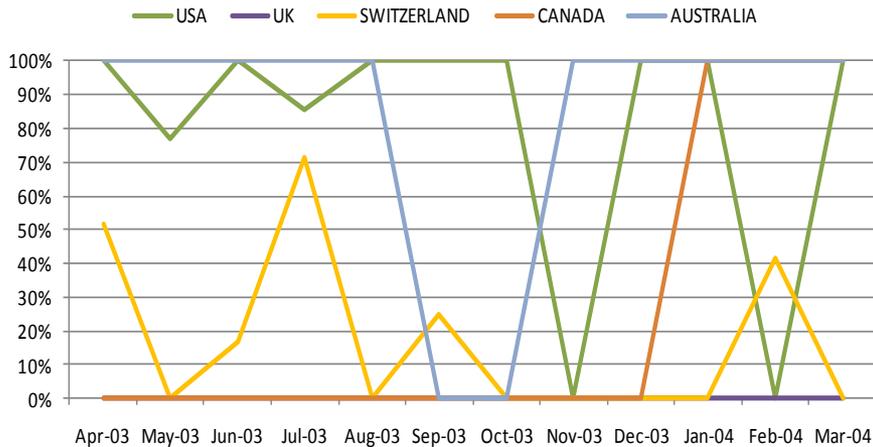


図24: A.Option

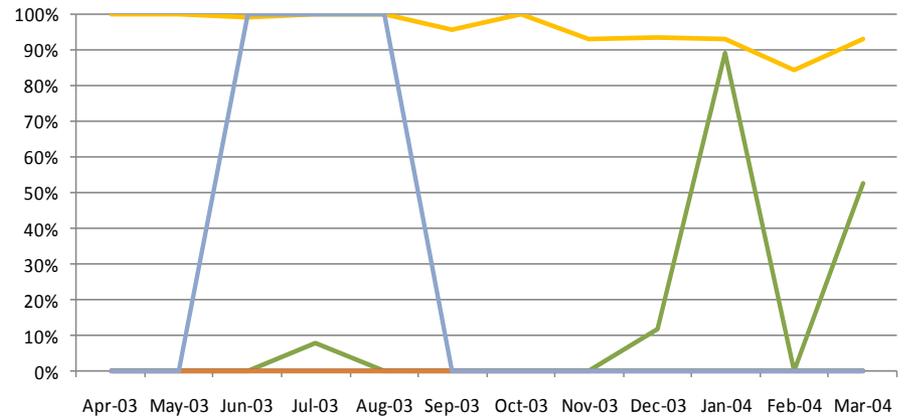


図25: E.Option

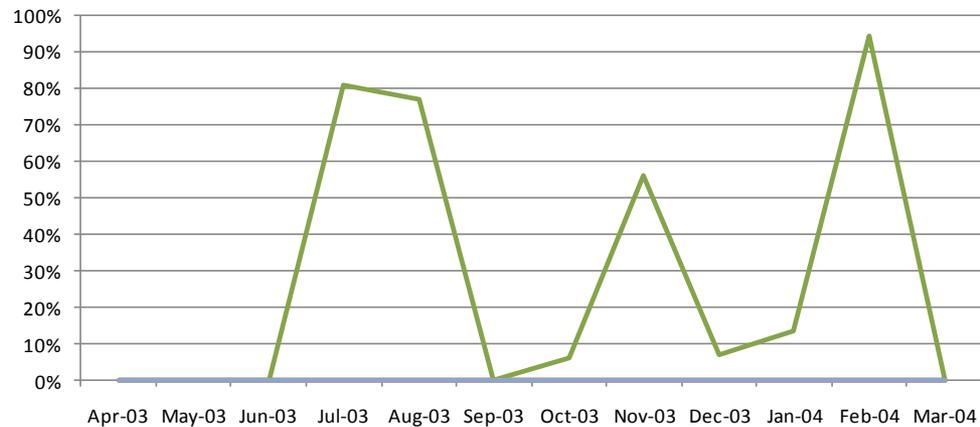


図26: 先渡ヘッジ