



モデル平均化と空間へドニック・ アプローチを用いた公示地価の分析

筑波大学 大学院システム情報工学研究科
博士後期課程1年（不動産・空間計量研究室）
<http://surveyor.sk.tsukuba.ac.jp/>

瀬谷 創



■ ヘドニック・アプローチ

- 財の価格をその属性のうえに回帰することによって属性の計算価格を得る方法.
- Rosen (1974) によってミクロ経済理論と整合する理論展開がなされて以来大きく発展.
- 国内外問わず，環境質の価値や社会資本整備の便益計測に多くの適用事例を持つ.



■ ヘドニック価格関数

線形回帰モデル (LRM)

$$y = X\beta + \varepsilon$$

y : $n \times 1$ ベクトル 従属変数

X : $n \times r$ 行列 (定数項・説明変数)

- ・ 土地利用
- ・ 交通利便性
- ・ 環境
- ・ 地域固有の変数 *etc.*

β : $r \times 1$ 回帰係数ベクトル

ε : $n \times 1$ *i.i.d.* 誤差ベクトル

n : サンプルサイズ



■ 説明変数の選定

- 近年の，地理情報システム（GIS）や，リモートセンシング技術の発展。
→ 多くの属性（説明変数）が容易に取得可能に
- 重回帰モデルに多くの変数を加えることは，**多重共線性**（Multicollinearity）の問題につながるため，実務的には t 値， F 値やAIC，BIC等に基づき，説明変数の自動選択を行うことが多い（S-PLUSのstep(), stepwise() 関数等）。
→ モデル選択（Model selection）

■ モデル選択の問題点

- t 値や情報量基準は、モデル選択の道具として発展したものでなく、モデル選択に用いることの問題が指摘されている（Leeb and Pötscher, 2005).
- 複数のモデルの中から「最良な一つのモデル」を選択するという立場であり、モデル選択過程における（モデル自体の）不確実性は考慮しない。
 - 標準誤差の過少評価、回帰係数の t 値の過大評価につながる可能性がある。
（Heumann and Grenke, 2010）.

■ モデル平均化（Model averaging）

- モデルの不確実性を明示的に考慮し、複数のモデルを結合（平均化）することでモデルを特定化しようという立場。
- 近年、頻度論とベイズ統計学の両面において目覚ましい理論的發展（前者：Wang et al., 2009, 後者：Hoeting et al., 1999）。
- 最も広く用いられている方法に、ベイズモデル平均化（**Bayesian model averaging (BMA)**）がある。

※S-PLUSのBMA関数は、Adrian E. Raftery と Chris Volinsky によって、webサイト上で公開されている（<http://www2.research.att.com/~volinsky/bma.html>）。

■ BMAの問題点

- BMAを含む多くのモデル平均化は，説明変数の数が多いとき，計算が困難.

→ $r=30$ の場合では， $1,073,741,824 (=2^r)$ ものモデル

- leaps and bounds アルゴリズムを用いた Occam's window アプローチや，Markov Chain Monte Carlo model comparison 等の近似・シミュレーション技法が必要 (Raftery, 1995) . (BMAのその他の問題点については，Magnus et al. (2010) を参照) .

→ 計算負荷は大きい.

■ Weighted-average least squares (WALS)

- Magnus et al. (2010) 等によって提案された。
理論・実証面共にBMAより優れた特徴を持つ。
- BMAでは、説明変数の数 r に対して、モデル数は 2^r となる一方、WALSではモデル数は**最大でも r に過ぎない**。

→ 計算負荷が非常に小さい。

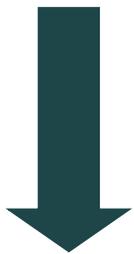
- 観光研究 (Wan and Zhang, 2009) や、地域成長モデル (Magnus et al., 2010) に用いられた例はあるが、**地価分析**に用いられた例はない。

→ **ただ適用すればよいか？**

■ 不動産データと空間的自己相関 (例えば, 清水・唐渡, 2007)

特徴： 空間的自己相関（類似性）
・ ・ ・ 近い点同士の観測値は似たような傾向

例) 公示地価：周囲の取引価格を参照しながら決定する（取引事例比較法）ため，結果としてデータ間に空間的な依存関係が発生しやすい。



空間的自己相関を無視した地価関数推定は，
推定値の信頼性の低下につながる。
(塚井, 2005 ; Tsutsumi and Seya, 2009) .

相関を考慮したモデル分析

・ ・ ・ 空間ヘドニック・アプローチ

■ 空間ヘドニック・アプローチ

- 空間的自己相関の考慮方法はいくつか存在.
本研究では空間計量経済学（Anselin, 1988; LeSage and Pace, 2009）の分野の方法を用いる.
- 空間計量経済モデル：地点（地域）におけるデータ間の空間的自己相関関係を， $n \times n$ の空間重み行列 W で考慮.
- W の与え方：最も近い4点，距離の逆数等が用いられることが多い.

■ 代表的な空間計量経済モデル
(ρ , λ は空間パラメータ)

■ 空間ラグモデル (Spatial lag model (SLM))

$$y = \rho W y + X \beta + \varepsilon, \quad \varepsilon \sim N(\mathbf{0}, \sigma^2 \mathbf{I})$$

■ 空間誤差モデル (Spatial error model (SEM))

$$y = X \beta + u, \quad u = \lambda W u + \varepsilon, \quad \varepsilon \sim N(\mathbf{0}, \sigma^2 \mathbf{I})$$

※モデルの呼称は分野により異なり, S+SPATIALSTATSがベースとする空間統計学の分野で, SEMは Simultaneously autoregressive (SAR) モデルと呼ばれている (例えば, Cressie, 1993) .

(<http://www.msi.co.jp/splus/tips/spatial/frame.html>)

研究の目的

1. **WALSの空間計量経済モデルへの拡張.**

- WALSを誤差項が*i.i.d.*でない場合に拡張した Magnus et al. (2009) を参考にSLMとSEMへの拡張を試みる.
- モンテカルロ・シミュレーション実験により,提案モデルの推定量の特性を把握する.

2. **空間ヘドニック・アプローチへの適用.**

- 市街化区域外を対象とした地価モデルの構築は,宮下・高野 (2008) の例に限られる.
- 宮下・高野 (2008) に変数を追加し, 分析.

※2の変数の整備作業において、筑波大学の宮下将尚さんに多大なご協力を得ました。ここに記して感謝を申し上げます。

モデル平均化

- 説明変数を，2種類に分ける.

$$y = \overset{\text{focus}}{\underset{[n \times p]}{\mathbf{X}}}\boldsymbol{\beta} + \overset{\text{auxiliary}}{\underset{[n \times q]}{\mathbf{Z}}}\boldsymbol{\gamma} + \boldsymbol{\varepsilon}, \quad \boldsymbol{\varepsilon} \sim N(\mathbf{0}, \sigma^2 \mathbf{I})$$

理論的理由で
必ず含める変数
(+ 定数項)

含めたほうがよいか不明な変数
例) 地域成長理論のコントロール変数

- どの説明変数を加えるかで， $M = \{M_1, \dots, M_K\}$ 個のモデルがありうる ($K=2^q$) . k 番目のモデルは， $M_k = \{\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}_k + \mathbf{Z}_k\boldsymbol{\gamma}_k + \boldsymbol{\varepsilon}_k\}$.
ただし， $\mathbf{Z}_k = \mathbf{Z}\mathbf{V}_k$ で， \mathbf{V}_k は， $q \times q$ の対角行列であり，ある j 番目の auxiliary 変数をモデルに含めるとき，対応する j 番目の対角成分を1，含めないとき0とする.
- モデル平均化では，各モデル k に重みを与え，各モデルの推定量を加重平均することで，平均化推定量を得る.

Weighted-average least squaresの手順-1/3

- $M = I_n - X(X'X)^{-1}X'$ とし (I_n は $n \times n$ の単位行列), P を $q \times q$ の直交行列, Λ を $P'Z'MZP = \Lambda$ を満たす対角行列とする. これらを用いて, 新たな説明変数ベクトル $Z^* = ZP\Lambda^{-1/2}$ と, 回帰係数ベクトル $\gamma^* = \Lambda^{1/2}P'\gamma$ を得る. ここで, $Z^*\gamma^* = Z\gamma$, $Z^*MZ^* = I_q$ である.
- 以上により, 回帰式は $y = X\beta + Z^*\gamma^* + \varepsilon$ と書き直すことができ, 求めるべきパラメータは, β, γ でなく, β, γ^* となる. ここで, γ は, $\gamma = P\Lambda^{-1/2}\gamma^*$ の関係から求めることができる.
- β_k, γ_k^* の least-squares (LS) 推定量は, $\hat{\beta}_k = (X'X)^{-1}X'y - Q^*V_k\hat{\gamma}_k^*$, $\hat{\gamma}_k^* = V_k\hat{\gamma}^* = V_kZ^*My$ であり ($Q^* = (X'X)^{-1}X'Z^*$), 次の分布に従う.

$$\begin{pmatrix} \hat{\beta}_k \\ \hat{\gamma}_k^* \end{pmatrix} \sim \left(N \begin{pmatrix} \beta + Q^*(I_q - V_k)\gamma^* \\ V_k\gamma^* \end{pmatrix}, \sigma^2 \begin{pmatrix} (X'X)^{-1} + Q^*V_kQ^{*'} & -Q^*V_k \\ -V_kQ^{*'} & V_k \end{pmatrix} \right)$$

Weighted-average least squaresの手順-2/3

- β のWALS推定量は，次のような重みつき平均によって求められる（ただし， $V = \sum_k \lambda_k V_k$ ， λ_k ：重み関数）。

$$\hat{\beta}_{WALS} = \sum_{k=1}^{2^q} \lambda_k \hat{\beta}_k = (X'X)^{-1} X'y - Q^*V\hat{\gamma}^*$$

- $Z^*MZ^* = I_q$ であるため， $V = \text{diag}(v_1, \dots, v_q)$ は対角行列である。今， $v_j = v_j(\hat{\gamma}_j^*)$ と仮定すると， $\hat{\gamma}_1^*, \dots, \hat{\gamma}_q^*$ は独立であるから， $v_1\hat{\gamma}_1^*, \dots, v_q\hat{\gamma}_q^*$ も独立である。したがって， q 次元の問題は， q 個の1次元の問題に削減される。
- したがって，問題は， $\hat{\gamma}_j^* \sim N(\gamma_j^*, \sigma^2)$ という情報のみを使って，（ σ^2 は既知と仮定） γ_j^* の推定量を得ることとなる。
- σ^2 は，説明変数を全て加えたモデル（**unrestricted model**）における推定値 s^2 で代替する（Magnus et al., 2010）。

Weighted-average least squaresの手順-3/3

- Mugnus et al. (2010) は, $\hat{\eta} = \hat{y}^* / \sigma$, $\hat{\eta}_j \sim N(\eta_j, 1)$ とし, **ラプラス事前分布** $\pi(\eta_j) = (c/2) \exp(-c |\eta_j|)$, with $c = \log 2$ の使用を提案.
- この c の設定は, $p(\eta_j > 0) = p(\eta_j < 0)$, $p(|\eta_j| > 1) = p(|\eta_j| < 1)$ を示唆する.
→ η_j が 0 より大きいかわ小さいかわ, $|\eta_j|$ が 1 より大きいかわ小さいかわについて, 事前情報がない (**ignorance**).
(※自由度修正済み決定係数は, $|t$ 値| が 1 未満であるとき減少)
- ベイズの定理より, 事後分布の平均と分散が求められる.

$$E(\eta_j | \hat{\eta}_j) = \frac{1 + h(\hat{\eta}_j)}{2} (\hat{\eta}_j - c) + \frac{1 - h(\hat{\eta}_j)}{2} (\hat{\eta}_j + c)$$

$$\text{var}(\eta_j | \hat{\eta}_j) = 1 + c^2 (1 - h^2(\hat{\eta}_j)) - \frac{c(1 + h(\hat{\eta}_j))\phi(\hat{\eta}_j - c)}{\Phi(\hat{\eta}_j - c)}$$

ただし, $h(\hat{\eta}_j) = \frac{e^{-c\hat{\eta}_j} \Phi(\hat{\eta}_j - c) - e^{c\hat{\eta}_j} \Phi(\hat{\eta}_j + c)}{e^{-c\hat{\eta}_j} \Phi(\hat{\eta}_j - c) + e^{c\hat{\eta}_j} \Phi(-\hat{\eta}_j - c)}$, ϕ : 標準正規分布の密度関数
 Φ : 標準正規分布の分布関数

Weighted-average least squaresの拡張-1/2

- Magnus et al. (2009) は, WALsを誤差項が*i.i.d.*でないケースに拡張した。アルゴリズムは, 次のようにまとめられる。

1. 説明変数を, X (focus)と Z (auxiliary)に分ける。誤差項は*i.i.d.*でなく誤差項ベクトル u は, $u \sim N(0, \Sigma)$ とする (Σ はここでは既知と仮定)。
2. $M = \Sigma^{-1} - \Sigma^{-1}X(X'\Sigma^{-1}X)^{-1}X'\Sigma^{-1}$, P (直交行列), Λ (対角行列)を計算し, $P'Z'MZP = \Lambda$ とする。 $Z^* = ZP\Lambda^{-1/2}$, $\gamma^* = \Lambda^{1/2}P'\gamma$ とし, $Z^*MZ^* = I_q$ とする。
3. GLS推定量 $\hat{\gamma}^* = Z^*My$ を計算。
4. $\hat{\gamma}^*$ の要素 $\hat{\gamma}_1^*, \dots, \hat{\gamma}_q^*$ は, 独立に $\hat{\gamma}_j^* \sim N(\gamma_j^*, 1)$ に従う。
5. ラプラス推定量 $\tilde{\gamma}_j = E(\gamma_j^* | \hat{\gamma}_j^*)$, $\tilde{\omega}_j^2 = \text{var}(\gamma_j^* | \hat{\gamma}_j^*)$ を計算し, $\tilde{\gamma} = (\tilde{\gamma}_1, \dots, \tilde{\gamma}_q)'$, $\Omega = \text{diag}(\tilde{\omega}_1^2, \dots, \tilde{\omega}_q^2)'$ と定義する。
6. $\gamma = P\Lambda^{-1/2}\gamma^*$ より, γ と β のWALS推定量が, それぞれ $\hat{\gamma} = P\Lambda^{-1/2}\tilde{\gamma}$, $\hat{\beta} = (X'\Sigma^{-1}X)^{-1}X'\Sigma^{-1}(y - Z\hat{\gamma})$ により得られる。
7. $Q = (X'\Sigma^{-1}X)^{-1}X'\Sigma^{-1}Z$ とし, $\hat{\gamma}$ と $\hat{\beta}$ の分散は, $\text{var}(\hat{\gamma}) = P\Lambda^{-1/2}\Omega\Lambda^{-1/2}P'$, $\text{var}(\hat{\beta}) = (X'\Sigma^{-1}X)^{-1} + Q\text{var}(\hat{\gamma})Q'$ と得られる。

Weighted-average least squaresの拡張-2/2

- Σ は，既知と仮定したが，多くの場合未知である。
Magnus et al. (2009) は，説明変数を全て加えたUnrestricted modelにおける最尤推定値 $\hat{\Sigma}$ で， Σ を置き換えることを提案している。
- Magnus et al. (2009) では，分散不均一な Σ を用いた簡単な例が示されているのみ。本研究では，SEMの分散共分散行列 $\Sigma = \sigma^2 [(I_n - \lambda W)'(I_n - \lambda W)]^{-1}$ を用い，空間的自己相関を考慮したWALSモデル (SEM_WALS) を構築し，モンテカルロ実験で推定量の特性を把握する。
- また，SLMへの拡張として，SLMを $(I_n - \rho W)y = X\beta + \varepsilon$ と変形し， $(I_n - \hat{\rho}W)y = y^*$ を用いて空間的自己相関を除去し (空間フィルタリング, Griffith, 2003)，誤差項が *i.i.d.* の場合の，通常のWALSにおいて y を y^* で置き直したモデルを構築し (SLM_WALS)，モンテカルロ実験で推定量の特性を把握する。

モンテカルロ実験-1/2

■ モンテカルロ実験のデザイン-1

■ サンプルサイズ： $l = 50$ （小標本）, 200 （中標本）

■ データ発生過程（DGP）：

▪ LRM: $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \gamma_3 z_{3i} + \gamma_4 z_{4i} + \varepsilon_i.$

▪ SEM: $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \gamma_3 z_{3i} + \gamma_4 z_{4i} + u_i,$

$$u_i = \sum_{j=1}^{50,200} \lambda w_{ij} u_j + \varepsilon_i.$$

▪ SLM: $y_i = \sum_{j=1}^{50,200} \rho w_{ij} y_j + \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \gamma_3 z_{3i} + \gamma_4 z_{4i} + \varepsilon_i.$

■ シミュレーション回数: 500 $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2).$

モンテカルロ実験-2/2

■ モンテカルロ実験のデザイン-2

- True value : $\beta_0 = \beta_1 = \gamma_3 = 1, \beta_2 = \gamma_4 = 0, \rho = \lambda = (0.2, 0.8), \sigma^2 = 3$
- 変数の作成 : $x_{ki}, z_{ki} \sim N(0, 1)$
- 重み行列の作成 : x, y 座標をそれぞれ $x_c, y_c \sim N(0, 1)$ から独立に発生し, その座標値を元に, ドローネ三角網ベースの隣接重み行列を作成.

- プログラミングは, S-PLUSで行った.
- Appendixに, WALSコードのS-PLUSコード例を示す.
(※Wan and Zhang (2009) のmatlabコードを参考に作成)

モンテカルロ実験の結果-1/5

- $l = 50$ (小標本) では, 最尤推定であるSEM_WALS, SLM_WALSの分散に過小バイアスがあるが, $l = 200$ (中標本) では改善している.

		Truth	Mean	RMSE	0.050	0.950
WALS	β_0	1.0	0.990	0.245	0.480	1.471
WALS	β_1	1.0	0.977	0.286	0.360	1.510
WALS	β_2	0.0	-0.023	0.244	-0.483	0.457
WALS	γ_3	1.0	0.800	0.343	0.271	1.382
WALS	γ_4	0.0	0.003	0.149	-0.309	0.301
SEM	β_0	1.0	0.989	0.246	0.483	1.478
SEM	β_1	1.0	0.981	0.289	0.373	1.537
SEM	β_2	0.0	-0.021	0.248	-0.483	0.460
SEM	γ_3	1.0	0.809	0.342	0.269	1.395
SEM	γ_4	0.0	-0.001	0.155	-0.316	0.307
SLM	β_0	1.0	1.051	0.387	0.447	1.931
SLM	β_1	1.0	0.969	0.289	0.354	1.541
SLM	β_2	0.0	-0.024	0.244	-0.474	0.458
SLM	γ_3	1.0	0.800	0.345	0.269	1.378
SLM	γ_4	0.0	0.000	0.152	-0.319	0.302
SEM	λ	0.0	-0.055	0.247	-0.541	0.348
SLM	ρ	0.0	-0.049	0.222	-0.466	0.332
WALS	σ^2	3.0	2.969	0.646	1.881	4.462
SEM	σ^2	3.0	2.583	0.715	1.608	3.942
SLM	σ^2	3.0	2.594	0.706	1.598	3.918

- DGP: LRM, $\lambda = \rho = 0.0, l = 50$

		Truth	Mean	RMSE	0.05	0.95
WALS	β_0	1.0	1.007	0.125	0.766	1.254
WALS	β_1	1.0	1.018	0.122	0.773	1.240
WALS	β_2	0.0	0.012	0.125	-0.231	0.260
WALS	γ_3	1.0	0.898	0.158	0.659	1.133
WALS	γ_4	0.0	0.041	0.130	-0.212	0.271
SEM	β_0	1.0	1.007	0.125	0.764	1.257
SEM	β_1	1.0	1.017	0.122	0.780	1.234
SEM	β_2	0.0	0.012	0.126	-0.236	0.250
SEM	γ_3	1.0	0.901	0.157	0.658	1.131
SEM	γ_4	0.0	0.041	0.131	-0.211	0.269
SLM	β_0	1.0	1.019	0.156	0.734	1.329
SLM	β_1	1.0	1.017	0.121	0.768	1.240
SLM	β_2	0.0	0.012	0.125	-0.236	0.262
SLM	γ_3	1.0	0.898	0.158	0.660	1.134
SLM	γ_4	0.0	0.040	0.130	-0.210	0.272
SEM	λ	0.0	-0.020	0.118	-0.247	0.193
SLM	ρ	0.0	-0.012	0.098	-0.202	0.176
WALS	σ^2	3.0	3.018	0.297	2.476	3.630
SEM	σ^2	3.0	2.921	0.299	2.375	3.518
SLM	σ^2	3.0	2.923	0.296	2.404	3.520

- DGP: LRM, $\lambda = \rho = 0.0, l = 200$

モンテカルロ実験の結果-2/5

- $l = 50$ では, SEM_WALS, SLM_WALSの空間パラメータに過小バイアスがある. 回帰係数のバイアスは, WALSでも大きくはない.

		Truth	Mean	RMSE	0.05	0.95
WALS	β_0	1.0	0.985	0.315	0.352	1.598
WALS	β_1	1.0	0.965	0.232	0.519	1.402
WALS	β_2	0.0	-0.002	0.236	-0.455	0.478
WALS	γ_3	1.0	0.777	0.322	0.363	1.296
WALS	γ_4	0.0	0.020	0.242	-0.439	0.503
SEM	β_0	1.0	0.989	0.316	0.383	1.625
SEM	β_1	1.0	0.969	0.234	0.530	1.408
SEM	β_2	0.0	-0.005	0.239	-0.463	0.500
SEM	γ_3	1.0	0.796	0.311	0.358	1.319
SEM	γ_4	0.0	0.027	0.246	-0.466	0.517
SLM	β_0	1.0	0.918	0.368	0.315	1.660
SLM	β_1	1.0	0.949	0.231	0.529	1.382
SLM	β_2	0.0	0.000	0.235	-0.456	0.500
SLM	γ_3	1.0	0.785	0.318	0.348	1.305
SLM	γ_4	0.0	0.015	0.240	-0.432	0.503
SEM	λ	0.2	0.086	0.259	-0.437	0.484
SLM	ρ	---	0.072	---	-0.398	0.450
WALS	σ_2	3.0	3.056	0.634	1.995	4.481
SEM	σ_2	3.0	2.634	0.664	1.712	3.946
SLM	σ_2	3.0	2.645	0.652	1.750	3.984

- DGP: SEM, $\lambda = 0.2, l = 50$

		Truth	Mean	RMSE	0.05	0.95
WALS	β_0	1.0	1.004	0.158	0.697	1.299
WALS	β_1	1.0	0.995	0.121	0.750	1.218
WALS	β_2	0.0	-0.005	0.126	-0.242	0.252
WALS	γ_3	1.0	0.894	0.167	0.656	1.144
WALS	γ_4	0.0	-0.020	0.083	-0.165	0.157
SEM	β_0	1.0	1.004	0.158	0.700	1.307
SEM	β_1	1.0	0.996	0.121	0.751	1.221
SEM	β_2	0.0	-0.004	0.124	-0.243	0.244
SEM	γ_3	1.0	0.898	0.163	0.659	1.149
SEM	γ_4	0.0	-0.006	0.080	-0.151	0.157
SLM	β_0	1.0	0.875	0.206	0.588	1.223
SLM	β_1	1.0	0.995	0.120	0.754	1.211
SLM	β_2	0.0	-0.003	0.125	-0.235	0.247
SLM	γ_3	1.0	0.898	0.163	0.658	1.150
SLM	γ_4	0.0	-0.021	0.082	-0.163	0.150
SEM	λ	0.2	0.172	0.109	-0.049	0.380
SLM	ρ	---	0.139	---	-0.067	0.331
WALS	σ_2	3.0	3.063	0.327	2.495	3.775
SEM	σ_2	3.0	2.911	0.314	2.380	3.619
SLM	σ_2	3.0	2.926	0.310	2.401	3.633

- DGP: SEM, $\lambda = 0.2, l = 200$

モンテカルロ実験の結果-3/5

- 正の空間的自己相関(SEM)が強いとき, **SLM_WALSの定数項**に過小バイアスがある. また, **WALSの分散**には過大バイアスがある.

		Truth	Mean	RMSE	0.05	0.95
WALS	β_0	1.0	0.958	1.214	-1.528	3.327
WALS	β_1	1.0	0.922	0.410	0.093	1.667
WALS	β_2	0.0	0.095	0.367	-0.586	0.764
WALS	γ_3	1.0	0.786	0.319	0.291	1.241
WALS	γ_4	0.0	0.040	0.185	-0.307	0.363
SEM	β_0	1.0	0.965	1.212	-1.571	3.215
SEM	β_1	1.0	0.953	0.261	0.461	1.455
SEM	β_2	0.0	0.090	0.295	-0.459	0.624
SEM	γ_3	1.0	0.811	0.273	0.398	1.184
SEM	γ_4	0.0	0.019	0.206	-0.397	0.405
SLM	β_0	1.0	0.343	0.846	-0.515	1.526
SLM	β_1	1.0	0.936	0.289	0.351	1.490
SLM	β_2	0.0	-0.004	0.304	-0.619	0.601
SLM	γ_3	1.0	0.896	0.246	0.419	1.307
SLM	γ_4	0.0	0.019	0.182	-0.372	0.338
SEM	λ	0.8	0.657	0.207	0.299	0.877
SLM	ρ	---	0.612	---	0.223	0.866
WALS	σ^2	3.0	5.449	3.126	2.676	10.212
SEM	σ^2	3.0	2.805	0.625	1.688	4.046
SLM	σ^2	3.0	2.987	0.628	1.910	4.311

		Truth	Mean	RMSE	0.05	0.95
WALS	β_0	1.0	1.001	0.623	-0.150	2.203
WALS	β_1	1.0	1.039	0.146	0.741	1.323
WALS	β_2	0.0	0.011	0.183	-0.342	0.389
WALS	γ_3	1.0	0.878	0.233	0.501	1.301
WALS	γ_4	0.0	-0.004	0.116	-0.234	0.228
SEM	β_0	1.0	0.991	0.616	-0.141	2.248
SEM	β_1	1.0	1.019	0.110	0.796	1.225
SEM	β_2	0.0	0.011	0.125	-0.218	0.256
SEM	γ_3	1.0	0.896	0.163	0.660	1.149
SEM	γ_4	0.0	-0.042	0.109	-0.215	0.166
SLM	β_0	1.0	0.276	0.752	-0.081	0.717
SLM	β_1	1.0	1.049	0.129	0.802	1.286
SLM	β_2	0.0	0.036	0.145	-0.226	0.327
SLM	γ_3	1.0	0.844	0.207	0.600	1.132
SLM	γ_4	0.0	0.019	0.084	-0.124	0.204
SEM	λ	0.8	0.762	0.072	0.635	0.859
SLM	ρ	---	0.691	---	0.532	0.829
WALS	σ^2	3.0	6.026	3.233	4.116	8.587
SEM	σ^2	3.0	2.966	0.315	2.361	3.593
SLM	σ^2	3.0	3.294	0.444	2.652	3.948

■ DGP: SEM, $\lambda = 0.8, l = 50$

■ DGP: SEM, $\lambda = 0.8, l = 200$

モンテカルロ実験の結果-4/5

- 弱い正の空間的自己相関(SLM)があるとき, WALSとSEM_WALSの定数項に過大バイアスが発生.

		Truth	Mean	RMSE	0.05	0.95
WALS	β_0	1.0	1.378	0.484	0.794	1.976
WALS	β_1	1.0	0.987	0.240	0.527	1.429
WALS	β_2	0.0	-0.104	0.323	-0.753	0.511
WALS	γ_3	1.0	0.745	0.353	0.299	1.226
WALS	γ_4	0.0	-0.042	0.225	-0.458	0.365
SEM	β_0	1.0	1.375	0.481	0.763	1.980
SEM	β_1	1.0	0.980	0.239	0.507	1.434
SEM	β_2	0.0	-0.090	0.320	-0.723	0.497
SEM	γ_3	1.0	0.755	0.349	0.288	1.267
SEM	γ_4	0.0	-0.039	0.226	-0.466	0.371
SLM	β_0	1.0	1.170	0.478	0.507	2.181
SLM	β_1	1.0	0.987	0.239	0.517	1.437
SLM	β_2	0.0	-0.061	0.308	-0.673	0.526
SLM	γ_3	1.0	0.764	0.345	0.305	1.287
SLM	γ_4	0.0	-0.022	0.223	-0.467	0.380
SEM	λ	---	0.094	---	-0.417	0.476
SLM	ρ	0.2	0.130	0.219	-0.374	0.470
WALS	σ_2	3.0	3.095	0.656	1.985	4.584
SEM	σ_2	3.0	2.663	0.650	1.686	3.798
SLM	σ_2	3.0	2.653	0.645	1.696	3.795

		Truth	Mean	RMSE	0.05	0.95
WALS	β_0	1.0	1.209	0.263	0.890	1.527
WALS	β_1	1.0	1.007	0.130	0.769	1.265
WALS	β_2	0.0	0.020	0.134	-0.259	0.281
WALS	γ_3	1.0	0.922	0.155	0.657	1.192
WALS	γ_4	0.0	0.024	0.084	-0.167	0.168
SEM	β_0	1.0	1.208	0.262	0.888	1.529
SEM	β_1	1.0	0.993	0.128	0.744	1.252
SEM	β_2	0.0	0.016	0.133	-0.258	0.278
SEM	γ_3	1.0	0.913	0.159	0.652	1.187
SEM	γ_4	0.0	0.018	0.081	-0.159	0.153
SLM	β_0	1.0	1.016	0.169	0.721	1.360
SLM	β_1	1.0	0.998	0.128	0.750	1.248
SLM	β_2	0.0	0.005	0.132	-0.263	0.275
SLM	γ_3	1.0	0.909	0.161	0.645	1.176
SLM	γ_4	0.0	0.019	0.082	-0.165	0.156
SEM	λ	---	0.168	---	-0.076	0.360
SLM	ρ	0.2	0.178	0.101	-0.031	0.353
WALS	σ_2	3.0	3.072	0.321	2.474	3.680
SEM	σ_2	3.0	2.917	0.305	2.376	3.519
SLM	σ_2	3.0	2.905	0.309	2.336	3.513

■ DGP: SLM, $\rho = 0.2, l = 50$

■ DGP: SLM, $\rho = 0.2, l = 200$

モンテカルロ実験の結果-5/5

- 強い正の空間的自己相関(SLM)があるとき, WALSのfocus変数の回帰係数に過大バイアスが存在する.

		Truth	Mean	RMSE	0.05	0.95
WALS	β_0	1.0	4.304	3.541	1.798	6.654
WALS	β_1	1.0	1.317	0.501	0.570	2.075
WALS	β_2	0.0	0.045	0.385	-0.657	0.799
WALS	γ_3	1.0	0.853	0.326	0.338	1.429
WALS	γ_4	0.0	-0.213	0.386	-0.816	0.456
SEM	β_0	1.0	4.236	3.472	1.751	6.608
SEM	β_1	1.0	1.016	0.291	0.467	1.630
SEM	β_2	0.0	0.032	0.265	-0.488	0.554
SEM	γ_3	1.0	0.687	0.389	0.243	1.164
SEM	γ_4	0.0	-0.103	0.238	-0.539	0.361
SLM	β_0	1.0	1.353	0.702	0.536	2.825
SLM	β_1	1.0	1.049	0.297	0.451	1.673
SLM	β_2	0.0	0.022	0.281	-0.562	0.541
SLM	γ_3	1.0	0.828	0.306	0.348	1.329
SLM	γ_4	0.0	-0.049	0.232	-0.431	0.443
SEM	λ	---	0.683	---	0.362	0.877
SLM	ρ	0.8	0.712	0.148	0.413	0.878
WALS	σ^2	3.0	6.456	4.100	3.274	11.597
SEM	σ^2	3.0	3.044	0.671	1.934	4.617
SLM	σ^2	3.0	2.731	0.631	1.688	4.104

		Truth	Mean	RMSE	0.05	0.95
WALS	β_0	1.0	4.682	3.735	3.465	5.910
WALS	β_1	1.0	1.282	0.338	0.920	1.629
WALS	β_2	0.0	0.146	0.227	-0.211	0.492
WALS	γ_3	1.0	1.002	0.174	0.654	1.318
WALS	γ_4	0.0	0.110	0.209	-0.238	0.458
SEM	β_0	1.0	4.644	3.697	3.423	5.830
SEM	β_1	1.0	0.921	0.148	0.670	1.151
SEM	β_2	0.0	0.044	0.124	-0.186	0.278
SEM	γ_3	1.0	0.806	0.233	0.578	1.088
SEM	γ_4	0.0	-0.022	0.096	-0.199	0.152
SLM	β_0	1.0	1.102	0.297	0.638	1.776
SLM	β_1	1.0	1.013	0.130	0.753	1.257
SLM	β_2	0.0	0.004	0.113	-0.222	0.230
SLM	γ_3	1.0	0.893	0.172	0.638	1.184
SLM	γ_4	0.0	-0.027	0.122	-0.277	0.186
SEM	λ	---	0.761	---	0.624	0.857
SLM	ρ	0.8	0.777	0.057	0.650	0.863
WALS	σ^2	3.0	7.134	4.378	4.736	10.597
SEM	σ^2	3.0	3.183	0.383	2.564	3.842
SLM	σ^2	3.0	2.925	0.316	2.406	3.528

■ DGP: SLM, $\rho = 0.8, l = 50$

■ DGP: SLM, $\rho = 0.8, l = 200$

モンテカルロ実験の考察

- 正の強い空間的自己相関が存在するとき，WALSの分散パラメータは過大となることが示唆された。
- 小標本においては，最尤推定は過小バイアスをもたらす。
 - 今後，制限付き最尤法への拡張を検討
- DGPが強いSLMであるとき，これを無視したWALSの推定は，focus変数の回帰係数に過大バイアスをもたらす可能性がある。
 - 経済成長モデル（beta-convergence研究）等の実証研究において，大きな問題

■ 市街化区域外における地価モデルの構築

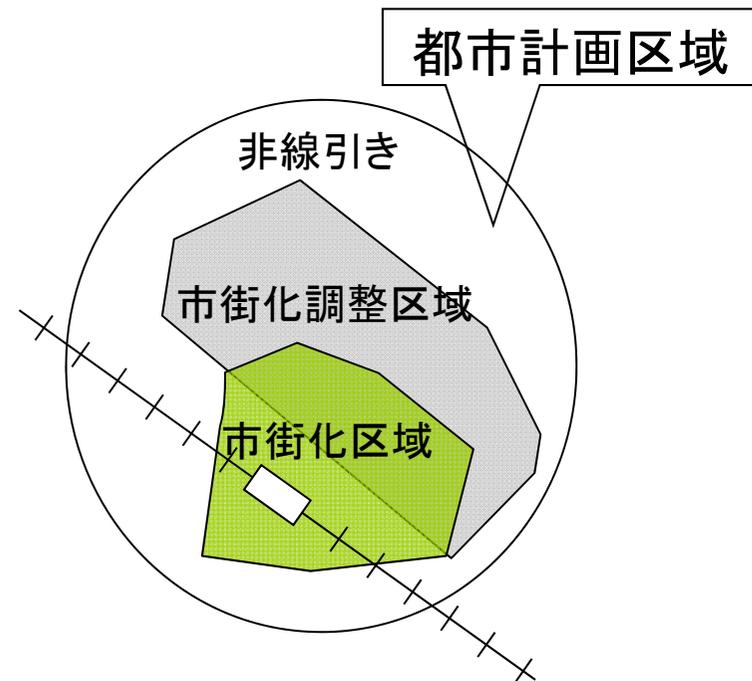
- 宮下・高野 (2008) : 既存研究のほとんどが、市街化区域のみを対象としているという問題意識
- 市街化区域外における地価モデルの構築

都市計画区域

- ・ 市街化区域
→ 市街化を促進する区域
- ・ 市街化調整区域
→ 市街化を抑制する区域
- ・ 非線引都市計画区域
→ 上記に属さない区域

都市計画区域外

- ・ 準都市計画区域
- ・ 準都市計画区域外



市街化区域外を対象とした地価モデル

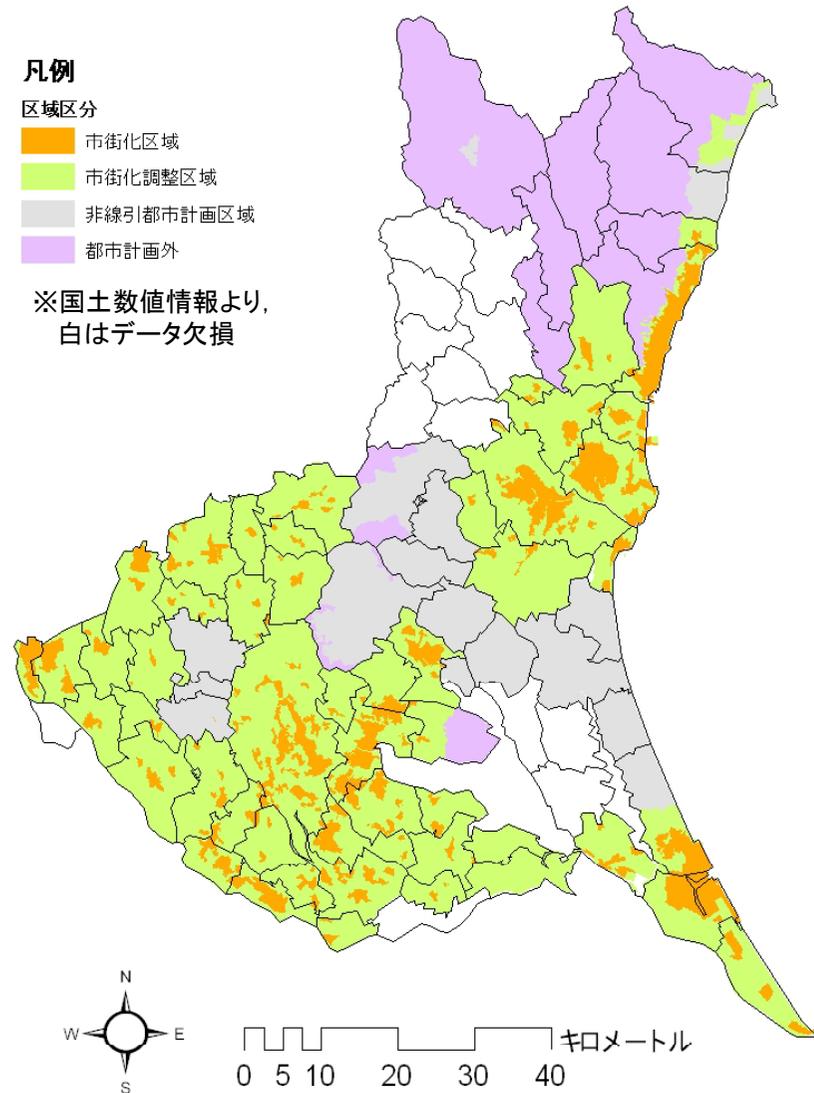
■ モデル構築にあたっての問題点

- 市街化区域外を対象とした研究例はないため、
採用する説明変数に関する不確実性が大きい。

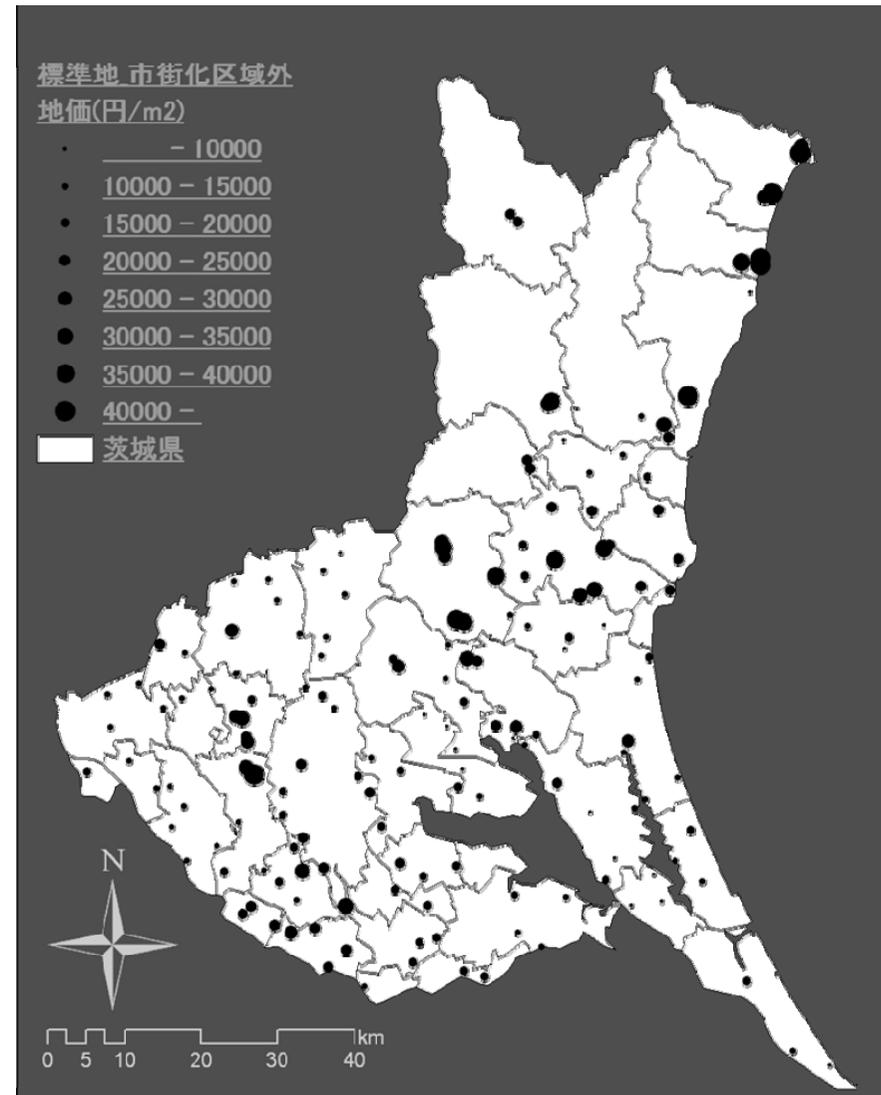
→ モデル平均化アプローチが有効

- 茨城県を対象とした宮下・高野 (2008) に変数を追加し、モデル平均化アプローチによる地価モデルの構築を試みる。

対象地域と対象データ



■ 茨城県の市街化区域外



■ 2007年の公示地価 (円/m²) $n = 161$ ²⁹

説明変数の概要

- 地価は**自然対数**をとる.
- 説明変数は右表.
- 比較するモデル：
 - WALS
 - SEM_WALS
 - SLM_WALS
 - 強制投入法
 - ステップワイズ法
- 理論的に必要な変数はないため、**WALSにおいて全変数をZ (auxiliary) とし、モデル平均化を行う.**

略称	概要
Station	最寄駅からの距離 (km)
FAR	容積率 (%) / 100
Road_4	前面道路幅員 (0-4 m, Yes: 1, No: 0)
Road_6	前面道路幅員 (4-6 m, Yes: 1, No: 0)
Road_8	前面道路幅員 (6-8 m, Yes: 1, No: 0)
GOS	都市ガス又は下水道が供給 (Yes: 1, Neither: 0)
Residence	周辺に住宅がある (Yes: 1, No: 0)
Farm	周辺に農家がある (Yes: 1, No: 0)
Industrial	周辺に工場がある (Yes: 1, No: 0)
Public	周辺に公共施設がある (Yes: 1, No: 0)
Vacant	周辺に空地がある (Yes: 1, No: 0)
Store	周辺に店舗がある (Yes: 1, No: 0)
DLA	標準地周辺が分譲住宅地域である (Yes: 1, No: 0)
BUA	標準地周辺が既成住宅地域である (Yes: 1, No: 0)
RA	標準地周辺が住宅地域である (Yes: 1, No: 0)
ASA	標準地周辺が農家集落地域である (Yes: 1, No: 0)
CA	標準地周辺が商業地域である (Yes: 1, No: 0)
Dev_L	標準地周辺が中規模開発地である (Yes: 1, No: 0)
Dev_M	標準地周辺が中規模開発地である (Yes: 1, No: 0)
N_P_Road	国道又は県道沿い (Yes: 1, No: 0)
Adjustment	標準地周辺が区画整理等されている (Yes: 1, No: 0)
POP	人口密度 (千人/km ²)
Mito	水戸駅距離 (km)
Tokyo	東京駅距離 (km)
UPA	最寄市街化区域距離 (km)
Interchange	最寄インターチェンジ距離 (km)
Incineration	最寄焼却場距離 (km)
Crematory	最寄火葬場距離 (km)
NPP	最寄原子力発電所距離 (km)
Kasumigaura	霞ヶ浦距離 (km)
Elevation	標高 (m)
Dev_Permit	区域指定ダミー (Yes: 1, No: 0)

推定 結果

	wals			sem_wals			slm_wals			強制投入			ステップワイズ		
	coef.	s.e.	t	coef.	s.e.	t	coef.	s.e.	t	coef.	s.e.	t	coef.	s.e.	t
Constant	10.890	0.435	25.1	10.744	0.385	27.9	7.2169	0.367	19.7	11.051	0.487	22.7	10.176	0.186	54.9
Station	-0.0226	0.006	-3.83	-0.0206	0.005	-3.89	-0.0198	0.005	-3.96	-0.0235	0.006	-3.83	-0.0259	0.006	-4.42
FAR	-0.1882	0.082	-2.30	-0.1651	0.069	-2.40	-0.1640	0.070	-2.34	-0.2538	0.095	-2.66	-0.2226	0.083	-2.68
Road_4	0.0073	0.093	0.08	0.0071	0.078	0.09	0.0138	0.079	0.17	0.0007	0.117	0.01			
Road_6	-0.0271	0.080	-0.34	-0.0121	0.069	-0.17	-0.0171	0.069	-0.25	-0.0389	0.100	-0.39			
Road_8	0.0604	0.083	0.73	0.0617	0.070	0.88	0.0770	0.071	1.09	0.0846	0.101	0.83			
GOS	0.1050	0.049	2.16	0.1098	0.041	2.70	0.1133	0.041	2.74	0.1394	0.057	2.43	0.1345	0.055	2.47
Residence	0.0780	0.054	1.44	0.0712	0.047	1.53	0.0797	0.046	1.72	0.0980	0.062	1.57	0.1346	0.054	2.48
Farm	-0.0116	0.079	-0.15	-0.0090	0.066	-0.14	0.0135	0.068	0.20	-0.0111	0.091	-0.12			
Industrial	0.0165	0.091	0.18	0.0515	0.078	0.66	0.0303	0.080	0.38	0.0244	0.112	0.22			
Public	0.0035	0.134	0.03	0.0213	0.117	0.18	0.0194	0.115	0.17	0.0063	0.171	0.04			
Vacant	0.0683	0.092	0.74	0.0827	0.078	1.05	0.0900	0.081	1.12	0.0979	0.112	0.88			
Store	-0.0167	0.078	-0.22	-0.0447	0.066	-0.68	-0.0376	0.067	-0.56	-0.0119	0.092	-0.13			
DLA	0.1345	0.132	1.02	0.1992	0.115	1.73	0.1609	0.119	1.35	0.2021	0.164	1.23			
BUA	0.1003	0.085	1.18	0.1100	0.076	1.44	0.1015	0.073	1.39	0.1564	0.109	1.44			
RA	0.0740	0.081	0.91	0.0567	0.072	0.79	0.0757	0.069	1.10	0.1106	0.103	1.07			
ASA	0.0008	0.100	0.01	0.0418	0.087	0.48	0.0075	0.086	0.09	0.0130	0.127	0.10			
CA	0.1624	0.260	0.62	0.2355	0.223	1.06	0.1982	0.227	0.87	0.2678	0.324	0.83			
Dev_L	-0.0582	0.140	-0.42	-0.1485	0.124	-1.20	-0.0960	0.123	-0.78	-0.1017	0.177	-0.57			
Dev_M	0.1615	0.200	0.81	0.2395	0.180	1.33	0.2209	0.182	1.21	0.2594	0.246	1.05			
N_P_Road	-0.0656	0.081	-0.81	-0.0240	0.073	-0.33	-0.0814	0.070	-1.17	-0.0859	0.098	-0.88			
Adjustment	0.1107	0.124	0.89	0.0551	0.117	0.47	0.0386	0.106	0.36	0.1587	0.145	1.10			
POP	0.1249	0.028	4.46	0.1373	0.024	5.77	0.1329	0.024	5.58	0.1194	0.029	4.09	0.1379	0.025	5.52
Mito	-0.0109	0.007	-1.60	-0.0138	0.006	-2.38	-0.0086	0.006	-1.51	-0.0148	0.008	-1.91			
Tokyo	-0.0088	0.003	-2.67	-0.0084	0.003	-2.90	-0.0089	0.003	-3.18	-0.0102	0.004	-2.82			
UPA	0.0217	0.007	2.93	0.0221	0.006	3.45	0.0220	0.006	3.49	0.0271	0.008	3.35			
Interchange	0.0010	0.005	0.22	0.0024	0.004	0.56	0.0003	0.004	0.08	0.0046	0.005	0.93			
Incineration	0.0045	0.008	0.56	0.0071	0.007	0.97	0.0042	0.007	0.60	0.0091	0.010	0.95			
Crematory	-0.0110	0.008	-1.36	-0.0081	0.007	-1.16	-0.0081	0.007	-1.17	-0.0158	0.009	-1.79	-0.0167	0.008	-2.00
NPP	0.0003	0.008	0.04	0.0029	0.006	0.45	-0.0016	0.006	-0.25	0.0018	0.009	0.21			
Kasumigaura	0.0092	0.003	3.29	0.0091	0.003	3.64	0.0077	0.002	3.21	0.0121	0.003	4.10			
Elevation	-0.0040	0.001	-2.86	-0.0042	0.001	-3.50	-0.0036	0.001	-3.00	-0.0050	0.002	-3.03			
Dev_Permit	0.1280	0.109	1.18	0.1461	0.091	1.60	0.1551	0.095	1.63	0.1921	0.125	1.54			
rho/lambda				0.4880			0.3704								
Adjusted R ²	0.527			0.580			0.573			0.557			0.504		

実証分析の考察

- 強制投入法の（修正済）決定係数は，予測される通りWALSやステップワイズ法より高い．しかしながら多重共線性の診断指標であるVIFが，Mito (36.4)，Tokyo (17.6)，NPP (62.1) となり，推定値の信頼性の点で問題がある．
 - ステップワイズ法では，WALSで有意な多くの変数が採用されなかった．無論この結果は，変数の投入・除去確率に左右され，客観性の点で問題がある．
 - また，ステップワイズ法では，WALSに比べて， t 値の過大推定の傾向が見られる．
 - 2つの空間WALSモデルは，（空間を考慮しない）強制投入法より決定係数が高いという興味深い結果が得られた．
- WALSは，ステップワイズ法に比べて，結果に分析者の意向が入り込む余地が少なく，より客観的なモデル構築が可能になると考えられる．

まとめ

- WALSを，空間計量経済モデルに拡張し，S-PLUSを用いたモンテカルロ実験と，市街化区域外を対象とした地価モデルの構築を行った。
- DGPによっては，従来の空間的自己相関を考慮しないWALS推定量が，深刻なバイアスを持つ可能性が示唆された。
- 市街化区域外の地価データにも，強い正の空間的自己相関の存在が確認された。
- 今回作成したいくつかの関数を，より精緻化・一般化し，公開することが今後の目標である。

Appendix

WALSのSPLUS関数の例:

(※Wan and Zhang (2009) のmatlabコードを参考に作成)

#y: 従属変数ベクトル, x: 説明変数行列, k1: focus変数の数(定数項を含む)

```
Output <-function(y,x,k1){
  n      <- nrow(y)
  k      <- ncol(x)
  x1     <- x[,1:k1]
  x2     <- x[(k1+1):k]
  ix     <- solve( t(x1) %*% x1 )

  if(k1==k){
    b     <- ix %*% t(x) %*% y
    ssqr  <- ( t(y) %*% y - t(x %*% b) %*% (x %*% b) ) / (n-k)
    se    <- ( ssqr %*% diag(ix) )^0.5
  }else{
    M1    <- diag(n) - x1 %*% ix %*% t(x1)
    Q     <- ix %*% t(x1) %*% x2
    Z     <- t(x2) %*% M1 %*% x2
    P     <- eigen(Z,symmetric=TRUE)$vectors
    D     <- diag(eigen(Z,symmetric=TRUE)$values^(-0.5))
    x2star <- x2 %*% P %*% D
    xstar <- cbind(x1,x2star)
    ssqr1 <- t(y) %*% (diag(n) - xstar %*% solve(t(xstar) %*% xstar) %*% t(xstar)) %*% y / (n-k)
    s     <- ssqr1^0.5
    beta2star <- t(x2star) %*% M1 %*% y
    eta    <- beta2star / s[1,1]
    c     <- log(2)
    Phi1  <- pnorm(-eta - c , mean=0, sd=1)
    Phi2  <- pnorm(eta - c , mean=0, sd=1)
    Phi   <- dnorm(eta - c , mean=0, sd=1)
    Psi   <- Phi1 / Phi2
    h     <- (1-exp(2 * c * eta) * Psi) / (1+exp(2 * c * eta) * Psi)
    eta2  <- eta-h * c
    Omega <- diag( as.vector(1+c^2*(1-h^2)-c*(1+h)*Phi/Phi2) )
    beta2 <- s[1,1] * P %*% D %*% eta2
    beta1 <- ix %*% t(x1) %*% (y- x2 %*% beta2)
    varbeta2 <- ssqr1[1,1] * P %*% D %*% Omega %*% D %*% t(P)
    varbeta1 <- ssqr1[1,1] * ix + Q %*% varbeta2 %*% t(Q)
    b     <- rbind(beta1,beta2)
    se    <- (rbind(as.matrix(diag(varbeta1)),as.matrix(diag(varbeta2))))^0.5
  }
}
```

参考文献

- 塚井誠人 (2005). 「空間統計モデルのフロンティア」. 『土木計画学研究・論文集』, 22 (2), 1–13.
- 清水千弘・唐渡広志 (2007). 『不動産市場の計量経済分析』. 朝倉書店.
- 宮下将尚・高野哲司 (2008). 「市街化区域外の地価推定に関する研究」, 2008年度 S-PLUS学生研究奨励賞, <http://www.msi.co.jp/splus/events/student/08kekka.html>, (accessed 2010/10/26).
- Anselin, L. (1988). *Spatial Econometrics: Methods and Models*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands.
- Cressie, N. (1993). *Statistics for Spatial Data, Revised Edition*. John Wiley & Sons, New York.
- Griffith, D. (2003). *Spatial Autocorrelation and Spatial Filtering: Gaining Understanding through Theory and Scientific Visualization*. Springer-Verlag, Berlin.
- Heumann, C. and Grenke, M. (2010). An efficient model averaging procedure for logistic regression models using a Bayesian estimator with Laplace prior. In Kneib, T. and Tutz, G. (eds.), *Statistical Modelling and Regression Structures—Festschrift in Honour of Ludwig Fahrmeir*. 79–90, Physica-Verlag, Heidelberg.
- Hoeting, J.A., Madigan, D., Raftery, A.E. and Volinsky, C.T. (1999). Bayesian model averaging: A tutorial (with Discussion), *Statistical Science*, 14, 382–401, [Corrected version.], Correction: 15, 193–195.
- Leeb, H. and Pötscher, B.M. (2005). Model selection and inference: Facts and fiction. *Econometric Theory*, 21, 21–59.
- LeSage, J.P. and Pace, R.K. (2009). *Introduction to Spatial Econometrics*. Taylor & Francis, Boca Raton.
- Magnus, J.R., Powell, O. and Prüfer, P. (2010). A comparison of two model averaging techniques with an application to growth empirics. *Journal of Econometrics*, 154, 139–153.
- Magnus, J.R., Wan, A.T.K. and Zhang, X. (2009). Weighted average least squares estimation with nonspherical disturbances and an application to the Hong Kong housing market. Tilburg University, Netherlands, mimeo.
- Raftery, A.E. (1995). Bayesian model selection in social research. *Sociological Methodology*, 25, 111–163.
- Rosen, S. (1974). Hedonic prices and implicit market, product differentiation in pure competition. *Journal of Political Economy*, 82, 34–55.
- Tsutsumi, M. and Seya, H. (2009). Hedonic approaches based on spatial econometrics and spatial statistics: application to evaluation of project benefits. *Journal of Geographical Systems*, 11 (4), 357–380.
- Wan, A.T.K. and Zhang, X. (2009). On the use of model averaging in tourism research. *Annals of Tourism Research*, 36, 522–532.
- Wang, H., Zhang, H. and Zou, G. (2009). Frequentist model averaging estimation: A review. *Journal of Systems Science and Complexity*, 22 (4), 732–748.