

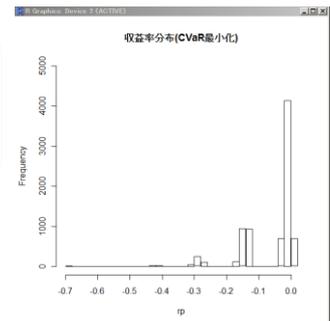
RNUOPT, FIOPT, Visual Mining Studio, Monaco,
Numerical Optimizer による金融工学の事例紹介
NTT データ数理システム
数理計画部 田辺隆人

1. RNUOPT による CvaR (expected shortfall) 最小化

個別銘柄のリターンを説明する α (アルファ), β (ベータ) の導出に関する研究は数多い。しかしながら実際のポートフォリオを作成する際にこれらのみを評価基準としていたのでは、よい指標値を持つ銘柄から順に選択する、という自明な解の周辺しか得られず、アセットの収益率の相関を考慮してリスクをヘッジすることは難しい。機関投資家にはデファクト・スタンダードとなっているローゼンバーグ型のマルチファクターモデルは、銘柄間の相関の情報をファクター間の相関を経由して取り込んでいる。しかしながら、銘柄の収益率の相関を直接計算に用いることも、CVaR (expected shortfall) などの新しいリスク管理指標を用いることも最適化技法[1]を適切に用いることで可能である。

数理計画法パッケージ「数理システム Numerical Optimizer」を R のアドインとした RNUOPT には主要なポートフォリオモデルとサンプルデータが付属している。R 上から次のコマンドを入力するのみで、ポートフォリオの収益率のヒストグラムを描画することができる。

```
sys <- System(MinCVaR, R.8000x5,0.97) # モデルの定義
sol <- solve(sys) # 解く
x <- as.array(current(sys,x)) # 解の取得
rp <- as.matrix(R.8000x5) %*% as.vector(x) # 収益率ベクトルの計算
hist(main="収益率分布 (CVaR 最小化)", rp, ylim=c(0,5000), breaks=40)
```

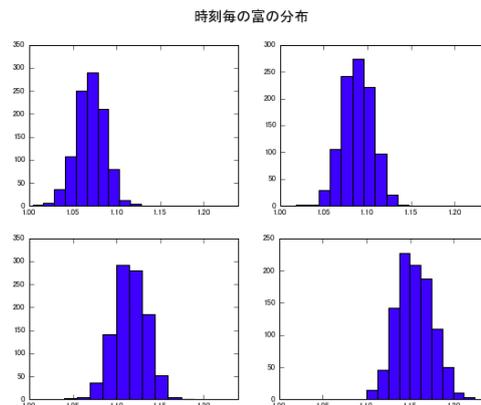
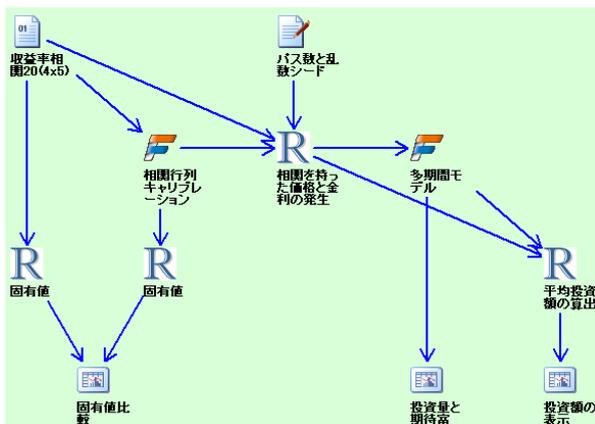


図表 1 : CVaR 最小化ポートフォリオの算出コマンドとヒストグラム

2. FIOPT による多期間ポートフォリオ最適化

年金ファンドの運用管理などには、期間構造を持つアセットアロケーションのモデルが欠かせない。一般に多期間最適化モデルを精度良く解くには、将来におけるアセット価格の変動を記述する「シナリオ」の稠密度と、状況に応じたアロケーションの組み換えの自由度の両方を充実させることが必要である。有限の計算機資源しか利用できない現実の状況において、この両者は必然的にトレードオフの関係に成らざるを得ない。現在ではこのトレードオフ関係が明確な多期間最適化モデルの定式化[2]があり、問題が線形計画問題に帰着できることから実用的な規模の問題を実際に「解く」ことができる。我々はこの手法を核としたアプリケーションの開発に携わっている。

次はこの定式化を用いて多期間最適化を金融工学支援ツール FIOPT によって実装した例である。FIOPT では統計・シミュレーション・最適化・マイニング技法を処理アイコンとしてデータの流れを表現する矢印でつなぎ、解析手順を視覚的に記述することができるため、プロトタイピングや分析スキーム導出の試行錯誤などが簡単に可能である。



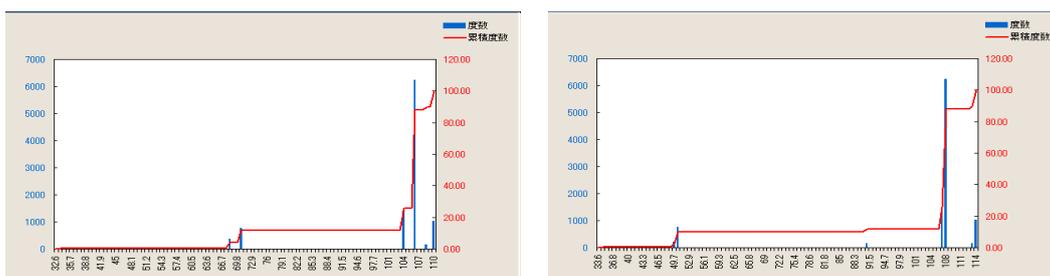
図表 2 : 多期間最適化モデルの最適アロケーションにおける富の分布の時系列変化

3. 数理システム Visual Mining Studio による倒産判別

倒産判別モデルは、企業体の財務諸表の値を説明変数として、倒産確率を算出するモデルであると捉えることができる。我々はこの問題にデータマイニングの技法である「分類分析」の方法を用いてアプローチしている。データマイニングがコア技術として活用されている広告分野では顧客の行動履歴から広告ターゲットを絞って費用対効果を上げる行動ターゲティングという技法が注目されているが、投資対象のアセットの値動きや出来高の推移を銘柄の「行動履歴」として捉えることによって、小型株・大型株、あるいはグロース株・バリュー株といった指標に代わるポートフォリオスタイル分析の指標をデータから帰納的に「学ぶ」といった応用も可能である。

4. Monaco によるモンテカルロシミュレーションとポートフォリオリスクの可視化

リスクを可視化する手法としてモンテカルロシミュレーションがある。価格決定のプロセスを手続き的に記述するだけで、リスクの評価ができるため汎用性が非常に高い。パッケージ Monaco が Excel シート上に表現された式を高速に評価し、ヒストグラムを与えることができるため、複雑なリスク構造を持つアセットのプライシングに適している。



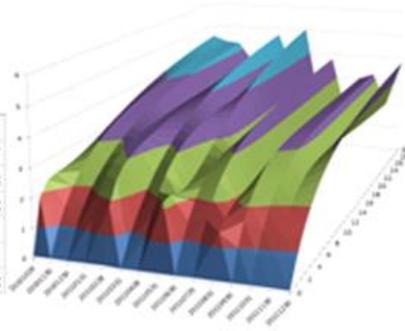
図表 3 : Monaco によるポートフォリオの収益率のヒストグラム (左: 低 CVaR, 右: CVaR)

5. 数理システム Numerical Optimizer による相関行列とモデルの合わせこみ

多次元正規乱数を発生させる場合に、ユーザーが与えた相関行列が正定値でないため、コレスキー分解ができないという問題がしばしば実務家を悩ませているが、これは相関行列を正定値制約を満たすように合わせこむという最適化問題（半正定値計画問題）を解くことにより解決できる。さらに未知のパラメータを含むモデルを、現実のデータをよく説明するようにパラメータ値を設定して合わせこむ操作は例えばイールドカーブのフィッティングなどに幅広く用いられている。手法の核となっているのが数理システム Numerical Optimizer に組み込まれた最適化技術である。

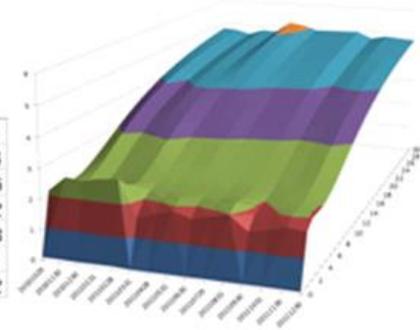
termstrc

MaturityDs	20101029	20101130	20101230	20110131	20110228	20110331
beta0	5.574003	4.732369	4.735668	3.589963	4.333614	5.471397
beta1	-5.4811	-4.64227	-4.65657	-3.50286	-4.24252	-5.4093
beta2	-8.36412	-1.24258	-3.97307	0.484655	-1.9309	-1.26933
tau1	0.6001	2.0001	1.2001	1.12156	0.700631	3.2001
tau2	3.4001	2.6001	2.2001	2.156827	3.463023	3.8001
obj	6.033757	5.420323	7.716558	9.561322	6.995918	5.668918



数理システム Numerical Optimizer

MaturityDs	20101029	20101130	20101230	20110131	20110228	20110331
beta0	5.945717	5.535129	5.392998	5.617269	5.536209	6.522004
beta1	-5.85272	-5.44513	-5.314	-5.53027	-5.44521	-6.46
beta2	-11.3795	-10.5649	-10.4059	-10.7693	-10.0409	-10.8322
tau1	0.417323	0.200011	0.20001	0.200001	0.2	0.764933
tau2	2.825197	2.131945	2.17619	2.182739	2.186641	3.247591
obj	5.654651	4.632092	6.884354	6.598745	6.072681	4.914552



図表4：Nelson Siegel Svensson モデルによるイールドカーブ算出結果
(上：フリーソフトウェアによるもの、下：数理システム Numerical Optimizer によるもの)

対象となる関数の表現のされ方によってフィッティングの精度や速度は大きく異なる。最適化技術のメリットを最大に活かせるのは、フィッティング対象となる関数がパラメータに対する解析的な関数として表現されているケースである。数理システム Numerical Optimizer はモデリング言語に自動微分機能が付属しているため、適切なアルゴリズム（例えば内点法）の選択次第で、格付け推移確率行列の推定など複雑なケースでも数秒から数分のオーダーで合わせこみ計算を行うことが可能である。

一方、関数がブラックボックスで、プログラミング言語による手続きとしてしか記述できないケースも数多く存在するが、この場合、問題のタイプ別に様々なアルゴリズムが提案されている。我々は PSO (Particle Swarm Optimization) や遺伝的アルゴリズム (GA), DFO (Derivative Free Optimization) と呼ばれるアルゴリズムを組み込んだ汎用モジュールを開発して、様々なパラメータチューニングに適用している。

参考文献

[1] 枇々木規雄, 田辺隆人, ポートフォリオ最適化と数理計画法, 朝倉書店[2005]
 [2] 枇々木規雄, 最適資産配分問題に対するシミュレーション/ツリー混合型多期間確率計画モデル, 高橋一編, ジャフイー・ジャーナル[2001] 金融工学の新展開, pp.89-119.