

# 工場のピーク電力抑制を目的とした生産設備群の運転スケジュール最適化

株式会社 IHI 技術開発本部 総合開発センター 制御技術開発部 先端制御グループ  
小熊 祐司

## 1 はじめに

製造業において、自社工場の電力料金の低減・抑制は大きな課題であり、空調・照明に関する節電などの省エネの取り組みが広くなされているほか、再生可能エネルギー発電システムや蓄電池の導入も活発である。電力料金は、過去1年間の最大需要電力（ピーク電力）に比例する基本料金と、電力量 (kWh) に比例する電力量料金からおもに構成されており<sup>[1]</sup>、このうち基本料金に関しては、同じ生産設備で同じ量の生産をおこなう場合でも、ピーク電力を抑えることにより低減・抑制できる可能性がある。

生産設備や生産量の変更をともなわないピーク電力の抑制方法としては、大別して以下の2つが考えられる。

- (1) 再生可能エネルギー発電システムや蓄電池を導入し、ピークカットやピークシフトをおこなう。
- (2) 需要側である生産設備群の運転スケジュールを調整し、電力需要を平準化する。

これらのうち、(1) は電力量料金の削減も可能であるなど、大きな効果が見込まれるが、高額な設備投資が必要であり、その導入はかならずしも容易ではない。(2) については、基本料金の削減のみに効果は限定されるが、特別な初期投資が不要という特長がある。(2) の具体的な方法としては、人手作業によるものとアルゴリズムによるものが考えられるが、生産量と省エネという、本来トレードオフの関係にあるものを同時に考慮する必要があるため、人手作業によるスケジュールリングは多くの場合困難であり、アルゴリズムによるスケジュールリングが有効である。本稿では、(2) の方策に基づくピーク電力抑制技術の一例として、バッチ式の真空熱処理炉を想定した生産設備群の運転スケジュール最適化問題の定式化と、それを解くアルゴリズムについて述べる。

## 2 問題の概要

本稿では、生産設備群として、電力を加熱源とするバッチ式の真空熱処理炉を想定する。真空熱処理炉は、鋼部品を高温（数 100℃～1000℃以上）で加熱処理する設備であり、Fig. 1 に示すように、稼働開始後、炉内温度を所定の温度まで上昇させる際、大きな消費電力ピークを形成

する。バッチ式炉では、いったん処理（ジョブ）を開始すると、完了するまで部品の取り入れや取り出しはできない。複数のバッチ式真空熱処理炉を有する工場において、ピーク電力を抑制するためには、各炉のピークの重なりを回避した運転スケジュールを組む必要がある。本稿で扱う最適化問題は、一定の計画期間を考え、所定のジョブをすべて完了させつつ、各種制約条件を遵守したうえで、全生産設備の合計消費電力ピークが最小となるようなスケジュールを求める問題である。

Fig. 2 に、本最適化問題の概念図を示す。Fig. 2 では4台の真空熱処理炉の1日の運転スケジュールリングを想定しており、最適化前後の真空熱処理炉の運転スケジュールを、消費電力推移とあわせて示している。最適化前の運転スケジュールは、たとえば人手で作成した運転スケジュールに相当する。ガントチャート中の1コマは30分の時間幅を示しており、塗りつぶされたコマは当該時間に何らかのジョブが実行中であることを意味する。なお、各ジョブの所要時間や消費電力推移は必ずしも同じとは限らない。最適化前の消費電力推移をみると、計画対象日の未明に炉 B, C, D が稼働開始する運転スケジュールとなっており、これらのピークが重なることで全炉合計で大きなピークを形成している。一方で最適化後の消費電力推移は、各炉の稼働タイミング、ピークが重なることなく、全体としてピーク電力が抑制されたものとなっている。

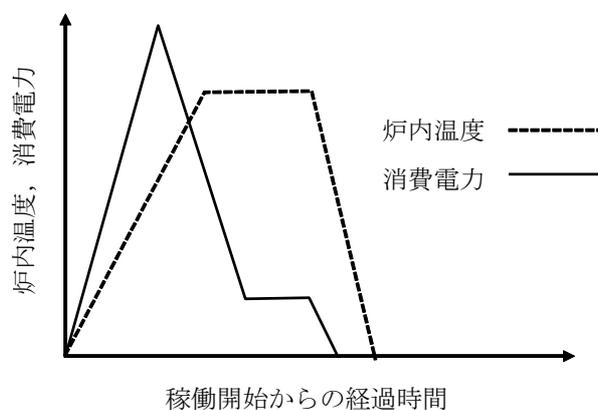


Fig.1 真空熱処理炉 稼働中消費電力の概形

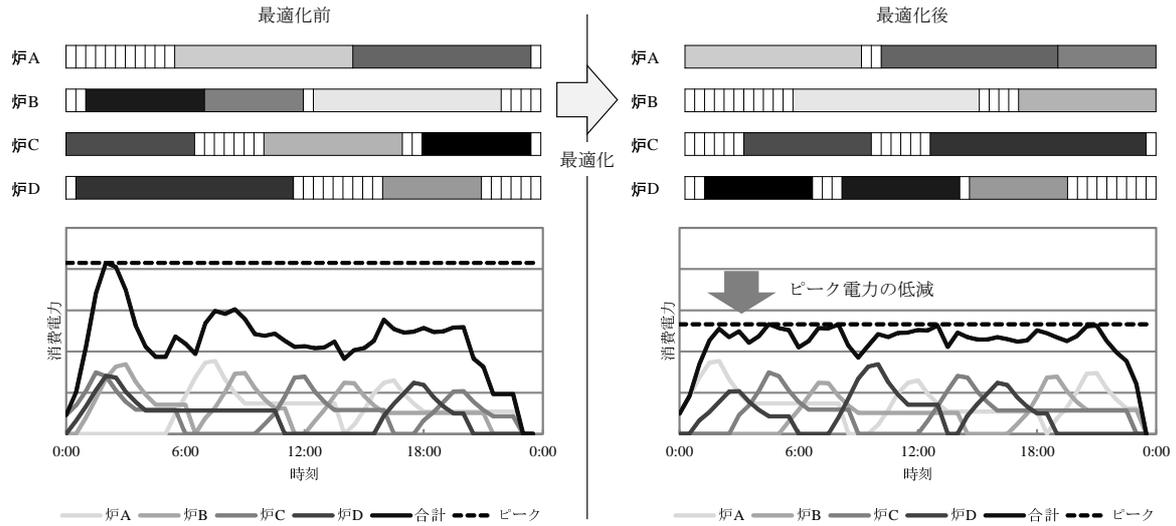


Fig.2 ピーク電力を最小化する生産設備群の運転スケジュール最適化の概念図

### 3 定式化

第2章で述べたピーク電力最小化問題を最適化問題として定式化する．まず，記号を以下のとおり定義する．

#### (1) 集合／要素

- $\mathcal{J}$ : ジョブの集合 ( $\mathcal{J} = \{1, \dots, |\mathcal{J}|\}$ )
- $\mathcal{M}$ : 設備の集合 ( $\mathcal{M} = \{1, \dots, |\mathcal{M}|\}$ )
- $\mathcal{K}$ : 時刻 (ステップ) の集合 ( $\mathcal{K} = \{1, \dots, |\mathcal{K}|\}$ )
- $j$ : ジョブの要素を示す添字 ( $j \in \mathcal{J}$ )
- $m$ : 設備の要素を示す添字 ( $m \in \mathcal{M}$ )
- $k, l$ : 時刻 (ステップ) の要素を示す添字 ( $k, l \in \mathcal{K}$ )

#### (2) パラメータ

- $s_j^{\min} \in \mathcal{K}$ : ジョブ  $j$  の最早開始時刻
- $t_j^{\max} \in \mathcal{K}$ : ジョブ  $j$  の最遅完了時刻
- $L_j \in \mathbf{N}$ : ジョブ  $j$  の所要時間 (ステップ数)
- $\delta_{j\kappa} \in \{0, 1\}$ : ジョブ  $j$  の  $\kappa$  ステップ目の実行状況 (1:実行中, 0:実行中でない)
- $q_{j\kappa} \in \mathbf{R}$ : ジョブ  $j$  の  $\kappa$  ステップ目の消費電力

#### (3) 決定変数

- $x_{jmk} \in \{0, 1\}$ : ジョブ  $j$  を設備  $m$  で時刻  $k$  に実行開始するとき 1, そうでないとき 0
- $y \geq 0$ : ピーク電力

#### (4) 従属変数

- $s_j(\mathbf{x}) \in \mathbf{N}$ : ジョブ  $j$  の開始時刻
- $t_j(\mathbf{x}) \in \mathbf{N}$ : ジョブ  $j$  の完了時刻
- $\lambda_{mk}(\mathbf{x}) \in \mathbf{Z}$ : 設備  $m$  の時刻  $k$  における稼働状況 ( $\geq 1$ :実行中, 0:実行中でない)
- $p_k(\mathbf{x}) \in \mathbf{R}$ : 時刻  $k$  における全炉合計消費電力

なお,  $\mathbf{x}$  は  $|\mathcal{J}| \times |\mathcal{M}| \times |\mathcal{K}|$  個の決定変数  $x_{jmk} \in \{0, 1\}$  をまとめて表記したものである．従属変数  $s_j(\mathbf{x}), t_j(\mathbf{x}), \lambda_{mk}(\mathbf{x}), p_k(\mathbf{x})$  は, それぞれ

$$s_j(\mathbf{x}) = \sum_{m \in \mathcal{M}} \sum_{k \in \mathcal{K}} k x_{jmk}, \quad j \in \mathcal{J} \quad (1a)$$

$$t_j(\mathbf{x}) = \sum_{m \in \mathcal{M}} \sum_{k \in \mathcal{K}} (k + L_j - 1) x_{jmk}, \quad j \in \mathcal{J} \quad (1b)$$

$$\lambda_{mk}(\mathbf{x}) = \sum_{j \in \mathcal{J}} \sum_{\kappa=1}^{L_j} \delta_{j\kappa} x_{jm(k-\kappa+1)}, \quad m \in \mathcal{M}, k \in \mathcal{K} \quad (1c)$$

$$p_k(\mathbf{x}) = \sum_{j \in \mathcal{J}} \sum_{m \in \mathcal{M}} \sum_{\kappa=1}^{L_j} q_{j\kappa} x_{jm(k-\kappa+1)}, \quad k \in \mathcal{K} \quad (1d)$$

で計算されるものとする．

以上の定義のもとで, ピーク電力最小化問題 (P1) を,

$$\text{minimize } y \quad (2a)$$

$$\text{subj. to } \sum_{m \in \mathcal{M}} \sum_{k \in \mathcal{K}} x_{jmk} = 1, \quad j \in \mathcal{J} \quad (2b)$$

$$s_j(\mathbf{x}) \geq s_j^{\min}, \quad j \in \mathcal{J} \quad (2c)$$

$$t_j(\mathbf{x}) \leq t_j^{\max}, \quad j \in \mathcal{J} \quad (2d)$$

$$\lambda_{mk}(\mathbf{x}) \leq 1, \quad m \in \mathcal{M}, k \in \mathcal{K} \quad (2e)$$

$$p_k(\mathbf{x}) \leq y, \quad k \in \mathcal{K} \quad (2f)$$

$$y \geq 0 \quad (2g)$$

$$x_{jmk} \in \{0, 1\}, \quad j \in \mathcal{J}, m \in \mathcal{M}, k \in \mathcal{K} \quad (2h)$$

として定式化する．ここで, 各制約条件の意味は以下のとおりである\*1.

\*1 実際の問題では, 上述の制約条件のほか, ジョブの順序関係や優先度, 設備のメンテナンススケジュール, 運転担当者の勤務シフ

- (2b) 式: 各ジョブは 1 つの設備で 1 回だけ実行される。  
(2c) 式: 各ジョブの実行開始時刻は  $s_j^{\min}$  以降である。  
(2d) 式: 各ジョブの実行完了時刻は  $t_j^{\max}$  以前である。  
(2e) 式: 各設備は同時に複数のジョブを実行できない。  
(2f) 式: 時刻  $k$  の全設備合計の消費電力は  $y$  以下である。  
(2g) 式: ピーク電力は正の値をとる。  
(2h) 式: 決定変数  $x_{jmk}$  は 0,1 のいずれかである。

問題の規模としては、本研究ではジョブ数 120、設備数 8、計画期間として 1 週間程度を想定している。一般的にピーク電力は 30 分間の平均電力をもとに計算されることから、1 ステップの時間は 30 分とするのが妥当である。この場合、1 週間に相当するステップ数は  $|\mathcal{K}| = 24 \times 2 \times 7 = 336$  となる。

#### 4 アルゴリズム

第 3 章で定義したピーク電力最小化問題を解くアルゴリズムとして、二分探索と探索空間制限を組合せた方法を提案する。本問題は min-max の構造をもつ混合整数計画問題である。min-max 型の混合整数計画問題は、分枝限定法との相性が悪いことが知られており<sup>[2]</sup>、実際、第 3 章で述べた規模の問題に対して分枝限定法を適用しても、上下界ギャップはほとんど埋まらず、現実的な時間で最適解を得ることは困難である。実際のスケジューリングにおいては、必ずしも本問題の大域的最適解を求める必要はなく、実行可能かつ許容できるレベルの解を現実的な時間で求めることが重要となるため、メタヒューリスティクス<sup>[3]</sup>の利用も考えられる。著者の検討によれば、メタヒューリスティクスとしてタブーサーチ法<sup>[3]</sup>を用いれば、実規模の問題に対しても高速に実行可能解を得ることが可能である。ただし、得られる解の質に関しては改善の余地があると判断した。

ところで、本問題と同じ min-max 型の構造をもつ  $k$ -center 問題に対しては、 $k$ -cover 問題を逐次解く二分探索を構成することで、元の問題に対して分枝限定法を直接適用する場合よりも大規模な問題を解くことができると指摘されている<sup>[4]</sup>。また、いったんなんらかの方法で実行可能解を得たのち、実行可能解のうち一部の変数を固定することで探索空間を削減するヒューリスティクスが知られている<sup>[5]</sup>。これらの方法にならうことで、以下のよう

なアルゴリズムが構成できる。

**Step 1** (P1) の実行可能解をメタヒューリスティクスを用いて求め、暫定解  $(\hat{x}, \hat{y})$  とする。実行可能解が得られなければ探索失敗を出力してアルゴリズムを終了する。

**Step 2** 暫定解  $\hat{x}$  に対して、 $\hat{x} \in \mathcal{S} \subset \{0, 1\}^{|\mathcal{J}| \times |\mathcal{M}| \times |\mathcal{K}|}$  となるような集合  $\mathcal{S}$  を生成する。

**Step 3**  $\hat{y}$  をパラメータとする最適化問題 (P2)

$$\underset{\mathbf{x}, \mathbf{z}}{\text{minimize}} \sum_{k \in \mathcal{K}} z_k \quad (3a)$$

subj. to equations (2b)–(2e), and

$$p_k(\mathbf{x}) \leq (1 - z_k)\hat{y} + z_k\hat{y}, \quad k \in \mathcal{K} \quad (3b)$$

$$\mathbf{x} \in \mathcal{S} \quad (3c)$$

$$z_k \in \{0, 1\}, \quad k \in \mathcal{K} \quad (3d)$$

を考え、目的関数値が 0 となる実行可能解が存在するような最小の  $\hat{y}'$  を二分探索で求める。なお  $\mathbf{z}$  は決定変数  $z_k, k \in \mathcal{K}$  をまとめた表記である。

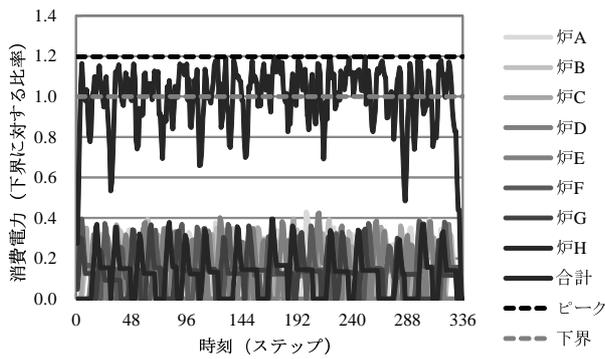
**Step 4** Step 3 で求めた  $\hat{y}'$  に対応する実行可能解を  $\mathbf{x}'$  とする。 $\hat{y}' < \hat{y}$  であれば、 $(\hat{x}, \hat{y}) \leftarrow (\mathbf{x}', \hat{y}')$  として暫定解を更新し Step 2 へ戻る。そうでなければ暫定解  $(\hat{x}, \hat{y})$  を出力してアルゴリズムを終了する。

Step 2 において、集合  $\mathcal{S}$  は、たとえばつぎのような方法でつくることができる

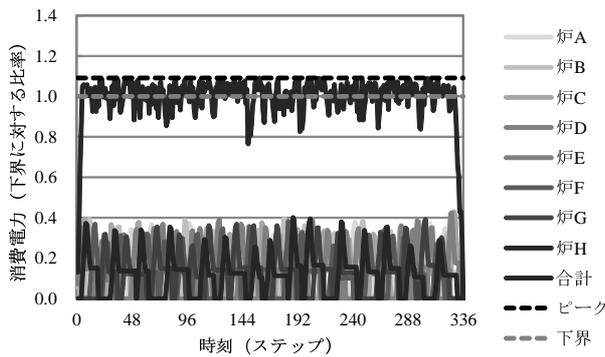
- ジョブの実行開始時間に関する時間解像度を粗くする。たとえば 1 ステップを 30 分とする場合、ジョブの実行開始時刻を正時(毎時 0 分)に限定し、 $x_{jmk} = 1$  となりうる  $k$  を限定する。ただしこの場合でもピーク電力は 30 分単位で評価する。
- 各ジョブの実行開始時刻を実行可能解のものから  $\pm\delta_1$  ステップ以内の範囲に限定する。
- 最適化対象とする時間帯を、実行可能解においてピーク電力が発生する時間帯から  $\pm\delta_2$  ステップ以内の範囲に限定する。

それぞれに対する具体的な数式表現は紙面の都合上省略する。a. は既得の実行可能解がなくても適用可能であり、Step 1 で (P1) を解く際、計算時間や消費メモリの削減を目的として利用することもできる。ただし、ジョブの数が多い(稼働率が高い)場合など、元の問題が実行可能であっても a. の方法で探索空間を制限することにより実行不可能となる場合もあるので注意を要する。b. および c. はなんらかの実行可能解をあらかじめ得ておく必要があるため、Step 2–4 の最適化で利用する。なお、c. は特定の

トに関する制約条件なども考慮しなければならない。ただし、これらの制約条件は基本的に適当な線形制約で記述でき、(P1) と同じ枠組みの最適化問題として議論できるほか、最適化問題の求解難易度に対して支配的とならないことから、本稿では省略して議論を進める。



(a) タブーサーチ法



(b) 提案法

Fig.3 最適化結果 消費電力推移

Table1 最適化結果 計画期間中ピーク電力

アルゴリズム	下界とのギャップ
タブーサーチ法	20 %
提案法	8 %

時間帯のみに着目してピーク電力を下げるため、計画期間全体でのピーク電力が下がるのは計算の終盤となるため、Step 2-4 の最適化は、まず b. の方法で探索空間を制限した最適化で計画期間全体のピーク電力を下げ、最後に微調整というかたちで c. の方法で探索空間を制限した最適化をおこなうのが望ましい。

Step 3 で解く (P2) は、ピーク電力が  $y$  を上回る時刻数を最小化する問題であり、経験的に問題 (P1) より解きやすい。(P2) を解くアルゴリズムは、メタヒューリスティクス、分枝限定法のいずれでもよいが、著者の経験の範囲では、b. の方法で探索範囲を制限する場合はメタヒューリスティクス、c. の方法で探索範囲を制限する場合は分枝限定法が適している。

Step 3 の  $\tilde{y}$  に関する二分探索では上下限を指定する必

要がある。上下限の値は、Step 3 で得られる最終的な解に対して大きくは影響しないものの、二分探索の収束に要する時間を短くするためには上下限の幅は狭い方がよい。上限としては暫定解のピーク電力  $\tilde{y}$  が適切であり、下限としては探索空間を制限した (P1) の連続緩和問題の最適値を使うのがよい。

## 5 最適化結果

提案法の評価のため、ジョブ数 120、設備数 8、計画期間 1 週間の仮想的な問題に対して、(1) メタヒューリスティクスの単純適用 (タブーサーチ法)、(2) 提案法の適用、の 2 つの方法で最適化を試みた。最適化ソルバとしては Numerical Optimizer V19 を採用した。Fig. 3 および Table 1 に、各方法で得られたスケジュールの消費電力推移と計画期間中ピーク電力値をそれぞれ示す。なお、各図表において、消費電力は下界 ((P1) の連続緩和問題の最適値) に対する相対値として示している。提案法を適用することで、メタヒューリスティクスの単純適用と比較して、ピーク電力の低いスケジュールが得られていることがわかる。

## 6 おわりに

本稿では、ピーク電力抑制を目的とした生産設備群の運転スケジュール最適化問題を定式化し、二分探索と探索空間削減を組合せた解法を述べた。講演中では、本稿で省略した制約条件も含めた定式化やアルゴリズムの詳細について述べるほか、アルゴリズムを構築するうえでの Numerical Optimizer の利用方法についても説明する。

## 参考文献

- [1] 東京電力エナジーパートナー Web サイト (<http://www.tepco.co.jp/ep/>) など (2017/8 アクセス)
- [2] 宮代隆平, 松井知己: “ここまで解ける整数計画”, システム/制御/情報, Vol. 50, No. 9, pp. 363-368 (2006)
- [3] K. Nonobe, T. Ibaraki: “An Improved Tabu Search Method for the Weighted Constraint Satisfaction Problem”, INFOR, Vol. 39, No. 1, pp. 131-151 (2001)
- [4] 久保幹夫: “数理最適化とメタヒューリスティクス”, オペレーションズ・リサーチ: 経営の科学, Vol. 58, No. 12, pp. 723-728 (2013)
- [5] 久保幹夫: “数理計画ソルバーを用いたメタ解法”, システム/制御/情報, Vol. 50, No. 9, pp. 357-362 (2006)