

## 数理最適化の現在と生成 AI の活用

MSIISM conference 2023 @ 東京カンファレンスセンター・品川

2023年11月22日

株式会社NTTデータ数理システム 数理計画部

藤井浩一

# 生成 AI と数理最適化

# 生成 AI と数理最適化



You

大江健三郎風の小説のタイトルを 5 つ考えてください



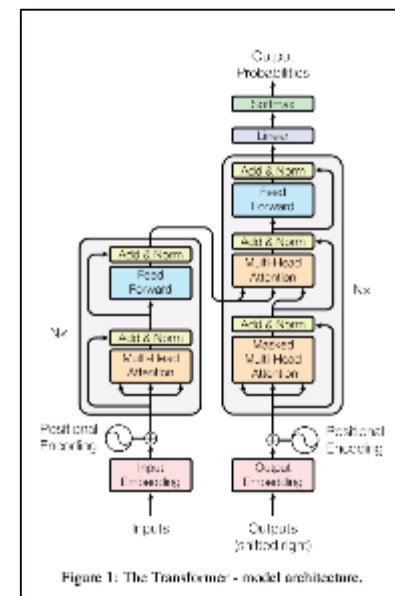
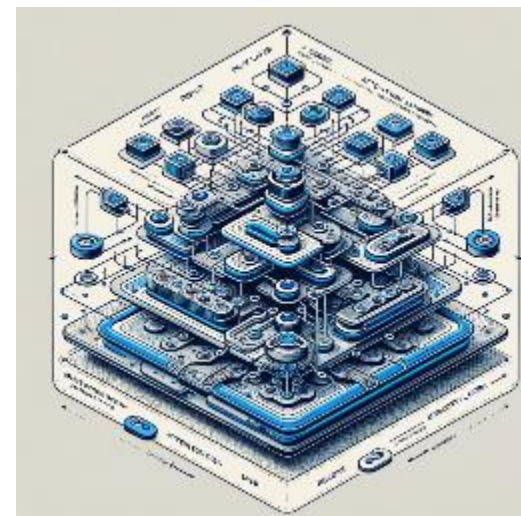
ChatGPT

もちろんです、大江健三郎風の小説のタイトルを考えてみます。彼の作品は深い人間性、社会的・政治的テーマ、そしてしばしば抽象的で詩的な表現が特徴です。以下のタイトルは、このような特徴を反映しています：

1. "沈黙の彼方へ" (Shizukesa no Kanata e - Beyond the Silence)
2. "影のない都市" (Kage no Nai Toshi - The Shadowless City)
3. "忘れられた海" (Wasurerareta Umi - The Forgotten Sea)
4. "透明な樹木" (Tōmei na Jumoku - Transparent Trees)
5. "最後の手紙" (Saigo no Tegami - The Last Letter)

これらのタイトルは大江健三郎のスタイルを反映したもので、彼の文学の深さと複雑さを表現しています。

- マニュアル作成
- 自動メール作成・応答
- プレゼンテーション資料の作成
- 文章の校正



Vaswani, Ashish, et al. "Attention is all you need." *Advances in neural information processing systems* 30 (2017).

一定のルール<sup>①</sup>の範囲内で、  
できるだけよい<sup>②</sup>答えを見つける

数理最適化問題

変数：何を<sup>③</sup>変えるか

目的関数：何の<sup>④</sup>値を最大化（最小化）するか

制約式：満たすべき<sup>⑤</sup>条件

## 数理最適化問題

変数： 何を変えるか

品物をナップサックに詰め込むかどうか

目的関数： 何の値を最大化（最小化）するか

詰め込んだ品物の総価値を最大化

制約式： 満たすべき条件

詰め込んだ品物の総量がナップサックの容量以下



$x_1$

50 [円]  $c_1$

90 [g]  $a_1$



$x_2$

200 [円]  $c_2$

300 [g]  $a_2$



$x_7$

80 [円]  $c_7$

90 [g]  $a_7$

400 [g]  $b$



## 数理最適化問題

変数：何を变えるか

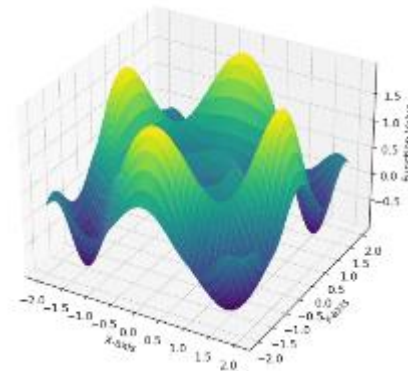
機械学習モデルのパラメータ

目的関数：何の値を最大化（最小化）するか

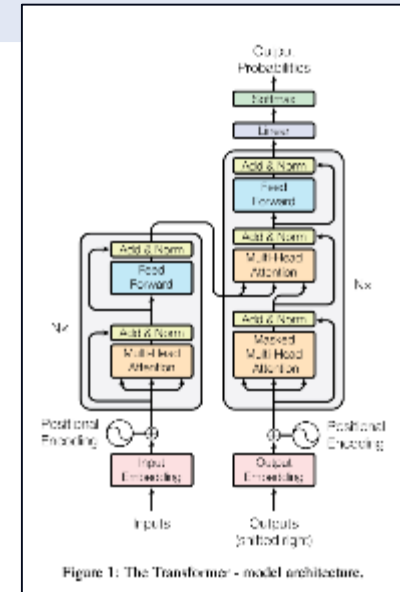
機械学習モデルができるだけ現実に近く

制約式：満たすべき条件

<https://www.wikipedia.org> より



億を超える次元の  
非線形最適化



Vaswani, Ashish, et al. "Attention is all you need." *Advances in neural information processing systems* 30 (2017).

## 1. 問題の制約条件や目的関数を整理

マス目に入力できる数字の条件は何だろう？

- ・ マス目には 1 ~ 9 の数字を入力
- ・ 列には 1 ~ 9 のいずれかの数字を入力
- ・ 行には 1 ~ 9 のいずれかの数字を入力
- ...

5	3			7				
6			1	9	5			
	9	8					6	
8				6				3
4			8		3			1
7				2				6
	6					2	8	
			4	1	9			5
				8			7	9

## 2. 定式化

整理した情報を数式で記述！

定式化技法集やオンラインマニュアルを活用して定式化をしよう！

$$\sum_{v \in V} x_{v,r,c} = 1, \quad r \in R, c \in C$$

$$\sum_{r \in R} x_{v,r,c} = 1, \quad v \in V, c \in C$$

$$\sum_{c \in C} x_{v,r,c} = 1, \quad v \in V, r \in R$$

## 3. モデリング言語による記述

定式化した問題をモデリング言語で記述しよう！

次の三つからモデリング言語を選択しよう！

C++ インターフェース SIMPLE

Python インターフェース PySIMPLE

R インターフェース RSIMPLE

```
from pysimple import *  
  
V = R = C = Set(value=range(1, 10))  
v = Element(set=V)  
r = Element(set=R)  
c = Element(set=C)  
  
prob = Problem()  
x = BinaryVariable(index=(v,r,c))  
prob += Sum(x[v,r,c], v) == 1  
prob += Sum(x[v,r,c], r) == 1  
prob += Sum(x[v,r,c], c) == 1  
...
```

生成 AI が助けになる？

# 数理最適化と生成 AI： [タスク 1] 数式 → モデリング言語 PySIMPLE

- 数理最適化に現れる数式（TeX 形式）を 20 個用意
- OpenAI 社の ChatGPT を用いて PySIMPLE 言語のコードを生成させる
- 条件
  - PySIMPLE のマニュアルは読み込ませる
  - （ちょっとした）プロンプトエンジニアリング
  - 利用するモデルは二種類
    - gpt-3.5 (gpt-3.5-turbo-1106)
    - gpt-4

[Task]

Please answer: write pysimple code of "{数式}".

# Condition

- pysimple is similar to python, but somehow different, so please read pysimple manual carefully.

# Answer

- Let's think step by step.  
- Answer pysimple code



# 数理最適化と生成 AI： [タスク 2] 数理最適化問題 → モデリング言語 PySIMPLE

- 数理最適化の代表的例題 10 問を用意
- OpenAI 社の ChatGPT を用いて PySIMPLE 言語のコードを生成させる
- 条件
  - PySIMPLE のマニュアルは読み込ませる
  - (ちょっとした) プロンプトエンジニアリング
  - 利用するモデルは二種類
    - gpt-3.5 (gpt-3.5-turbo-1106)
    - gpt-4

Please give me a pysimple code of {数理最適化問題}

[Task]

# Condition

- {x}

# Condition

- pysimple is similar to python, but somehow different, so please read pysimple manual carefully.

# Answer

- Let's think step by step.

- Answer pysimple code

# 数理最適化と生成 AI： [タスク 1] 数式 → モデリング言語 PySIMPLE

- 数理最適化に現れる数式を 20 個用意

1.  $x_{i,j} \geq 0$

2.  $x_{i,j} \leq c_{i,j}$

3.  $\sum_j x_{i,j} - \sum_j x_{j,i} = 0$

4.  $\sum_j x_{i,j} \leq s_i$

5.  $\sum_j x_{j,i} \geq d_i$

15.  $\sum_{i:i<5} (x_i + y_i) = 15$

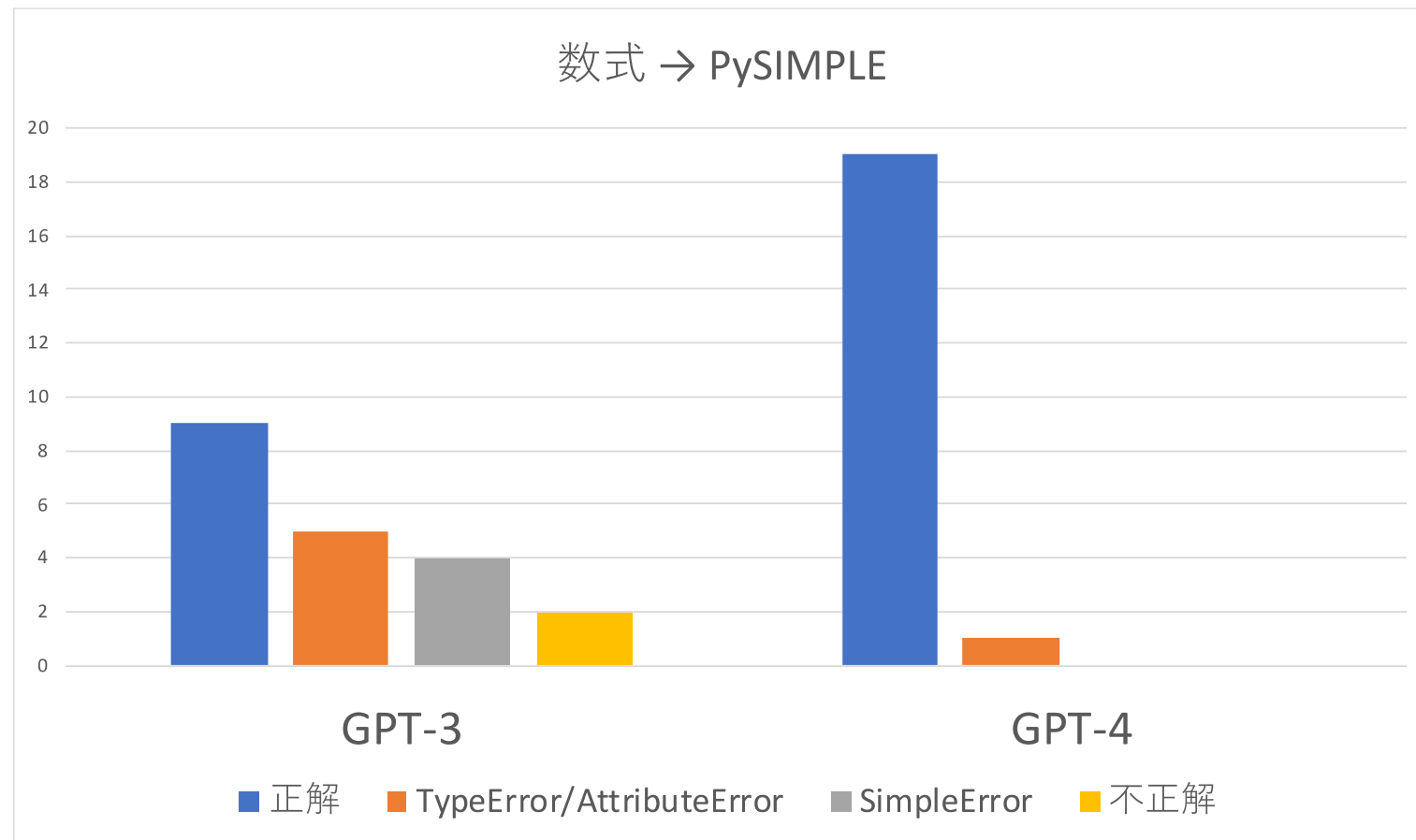
16.  $\sum_{(i,j):i-j<3} (x_{i,j} + z_i) \geq 7$

17.  $\sum_{(i,j,k)i+j+k>10} (x_{i,j,k} + y_j + z_k) \leq 30$

18.  $\sum_{i:i>5} (x_i + y_i + z_i) = 25$

19.  $\sum_{(i,j)i \cdot j < 20} (x_{i,j} + y_j + z_i) \geq 15$

20.  $\sum_{ii+k>10} x_{i,k} \leq 20$



# 数理最適化と生成 AI： [タスク 1] 数式 → モデリング言語 PySIMPLE

- 数理最適化に現れる数式を 20 個用意

$$\sum_{(i,j) i \cdot j < 20} (x_{i,j} + y_j + z_i) \geq 15$$



```
6 # Define the elements
7 i = Element(value=range(1, 10))
8 j = Element(value=range(1, 10))
9
10 # Define the variables
11 x = Variable(index=(i,j))
12 y = Variable(index=j)
13 z = Variable(index=i)
14
15 # Define the condition
16 ij = Condition((i,j), i*j < 20)
17
18 # Define the constraint
19 problem += Sum(x[ij] + y[ij(1)] + z[ij(0)], ij) >= 15
```

# 数理最適化と生成 AI： [タスク 2] 数理最適化問題 → モデリング言語 PySIMPLE

## ■ 数理最適化の代表的例題 10 問を用意

	GPT-3	GPT-4
ナップサック問題	○	○
最大被覆問題	○	○
集合被覆問題	○	○
一般化割当問題	○	×
巡回セールスマン問題	▲	▲
配送ルート問題	×	×
ビンパッキング問題	×	×
ジョブショップスケジューリング問題	×	×
カッティングストック問題	×	×
二次割当問題	×	×

○ : PySIMPLE コードとして正解

▲ : Python コードとしては動くが  
PySIMPLE コードとしては不正解

× : Python コードとして動かない

# 数理最適化と生成 AI：まとめ

- [タスク 1] 数式 → モデリング言語 PySIMPLE
  - 精度高く解がもとまっている
  - 特に model=gpt-4 の精度が高い
- [タスク 2] 数理最適化問題 → モデリング言語 PySIMPLE
  - 比較的単純な問題であれば対応可能
    - ナップサック問題
    - 最大被覆問題
    - 集合被覆問題
  - 複数の数式がまとまった形で変換するのは難易度が高い
- 生成 AI（ChatGPT）の活用はタスクを限れば、有効な可能性がある

# 数理最適化と生成 AI の未来

- 数理最適化の知識を身につけて、生成 AI 時代に備えましょう！

- 定式化技法集

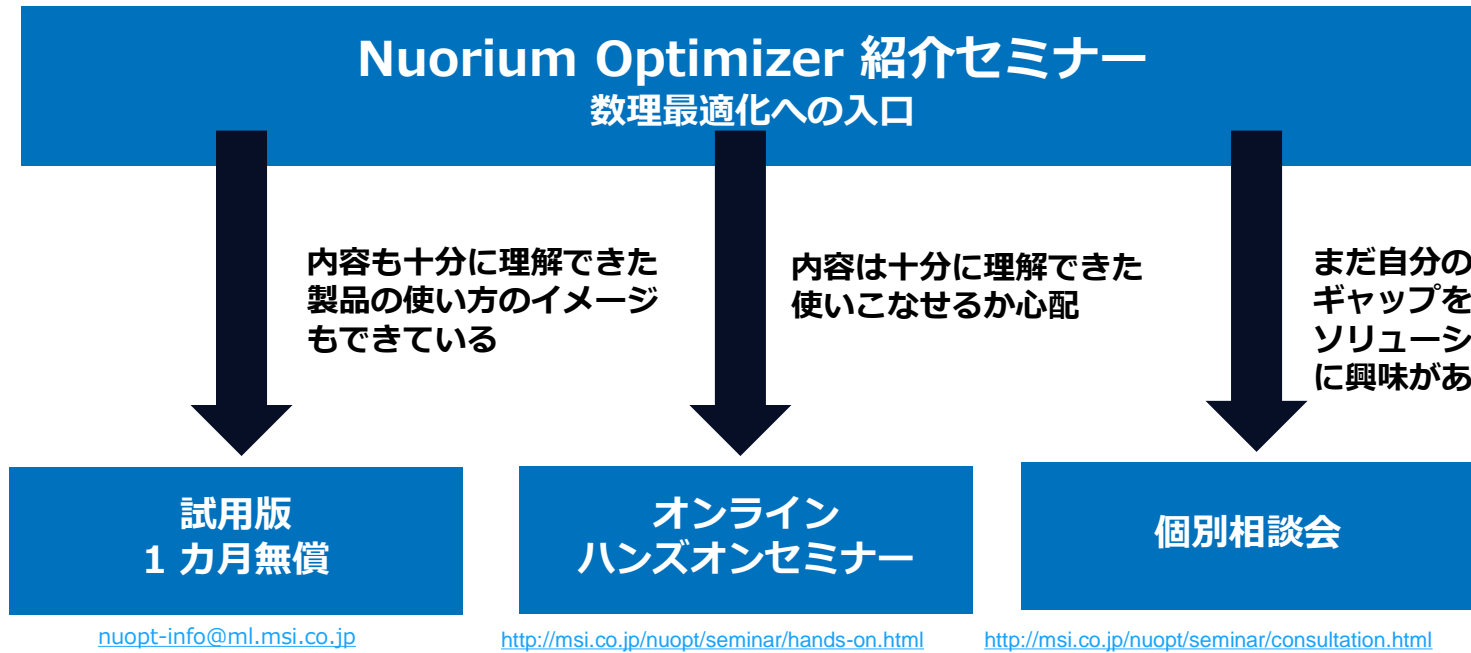


Last Update 2023年05月22日

### 定式化技法集

定式化技法集では計算機での求解を前提に置いた実践的な数理最適化の定式化(モデリング)のための事前知識やテクニックを下記関連記事で紹介しています。

- 各種最適化セミナー



ぜひ Nuorium Optimizerブースに  
お立ち寄りください！！

**NTT DATA**

株式会社NTTデータ数理システム