

数理計画法パッケージ  
NUOPT  
事例紹介

`nuopt-info@msi.co.jp`

(株)数理システム

# 数理計画の位置づけ

- 一般的な解析業務
  - 表計算
    - 合計・平均・分散算出
    - スケジュール記録・分析
  - シミュレーション
    - リスク指標の計算
    - 期待リターンの計算
  - モデルあてはめ
    - コンバージョン率の計算

# 数理計画の位置づけ

- 数理計画の利用

- 計画の立案

- 統計量が所望の値となる計画の作成
    - スケジュール決定

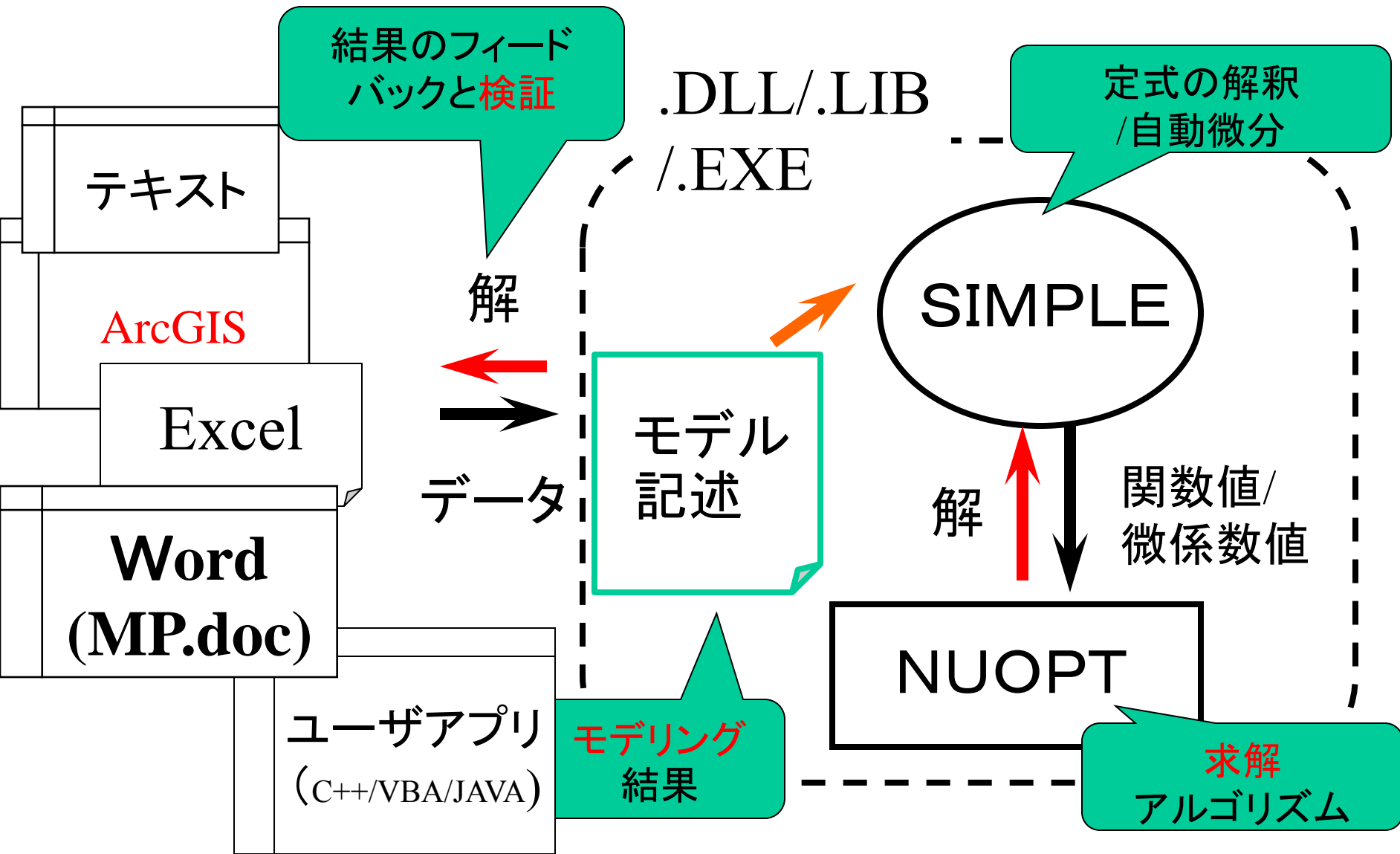
- 意思決定

- リスク指標最小化
    - 期待リターン最大化

- モデル作成

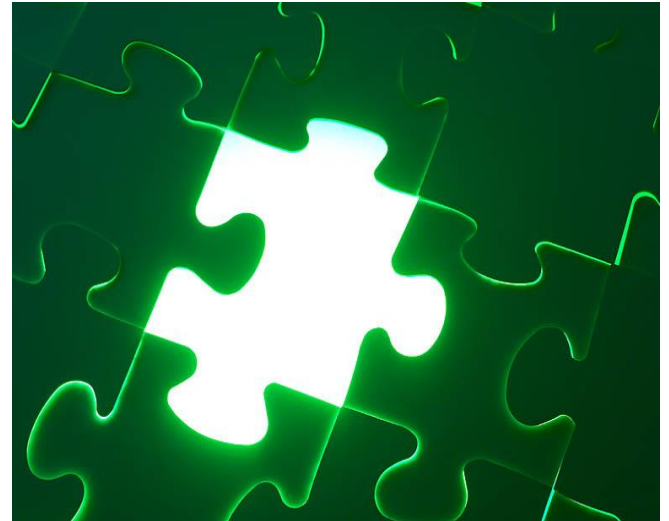
- 非線形モデルパラメータ設定
    - コンバージョンモデル作成

# NUOPT の構成



# 問題設定例

- シフトスケジュール表作成
- プロジェクトスケジュールリング
- ゲーム対戦計画
- 広告配信方法決定
- DM送付計画
- 広告割り付け
- Web広告
- 運転計画問題
- 施設配置問題



**産業界の要請**



# シフトスケジューリング

## 勤務表のマスを埋める

シフト

準日
日勤
準夜
当直
深夜
休日

勤務表

	日付															
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1																
2																
3																
4																
5																
6																
7																
8																
9																
10																
11																
12																

6連続勤務の禁止

各人の休日数  
なるべく同じに

深夜(勤)の後  
は休日に

各人の休日申請  
の考慮

# シフトスケジュールリング 制約一覧

## ■ Excel からデータを与えて設定する制約

- (1) 各勤務において必要な人員数の確保
- (2) 各人員のシフト数, 休日数の上下限
- (3) 各人員のシフト要望

## ■ 常にかかっている制約

- (4) NO1とNO9は夕勤と夜勤で一緒になることを避ける
- (5) 連続 7 日の間に少なくとも 1 回日勤をする
- (6) 夜勤は 2 日連続で行う
- (7) 2 日目の夜勤のあとは必ず休日にする
- (8) 夜勤に入ったら次の夜勤まで 6 日空ける
- (9) 連続 7 日の間に少なくとも 1 日, 休日を得る
- (10) 休日, 勤務, 休日のパターンは避ける
- (11) 会議がない日はシフトに会議は入らない
- (12) 夕勤の次に日勤, 会議は避ける



# シフトスケジューリング結果

## (計算時間:約10秒)

勤務表

勤務表作成

		日付																														
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
人	1	日勤	日勤	日勤	休日	日勤	日勤	日勤	日勤	日勤	休日	休日	日勤	日勤	日勤	日勤	日勤	休日	日勤	日勤	日勤	日勤	休日	日勤	深夜	休日	日勤	日勤	日勤	日勤		
	2	日勤	日勤	休日	日勤	日勤	深夜	休日	日勤	日勤	日勤	休日	日勤	日勤	日勤	日勤	休日	深夜	休日	日勤	日勤	日勤	日勤	日勤	休日	日勤	日勤	日勤	日勤	日勤		
	3	日勤	日勤	休日	深夜	休日	日勤	当直	準日	日勤	休日	休日	日勤	当直	準日	準夜	休日	休日	休日	日勤	日勤	日勤	当直	準日	休日	当直	準日	深夜	休日	当直	準日	
	4	日勤	日勤	深夜	休日	日勤	日勤	準夜	深夜	休日	当直	準日	当直	準日	深夜	休日	日勤	当直	準日	準夜	深夜	休日	当直	準日	深夜	休日	準夜	準夜	日勤	深夜	休日	日勤
	5	日勤	当直	準日	休日	準夜	準夜	日勤	当直	準日	休日	休日	日勤	日勤	日勤	当直	準日	休日	休日	日勤	当直	準日	深夜	休日	当直	準日	日勤	日勤	深夜	休日	日勤	
	6	準日	休日	当直	準日	準夜	深夜	休日	準夜	日勤	深夜	休日	日勤	日勤	準夜	準夜	深夜	休日	休日	準夜	準夜	深夜	休日	準夜	準夜	深夜	休日	日勤	準夜	日勤	日勤	
	7	深夜	休日	深夜	休日	準夜	準夜	当直	準日	深夜	休日	休日	準夜	準夜	当直	準日	準夜	休日	当直	準日	当直	準日	日勤	休日	深夜	休日	日勤	当直	準日	準夜	深夜	
	8	当直	準日	休日	休日	日勤	準夜	準夜	準夜	準夜	休日	休日	深夜	休日	当直	準日	当直	準日	休日	日勤	準夜	準夜	準夜	深夜	休日	休日	当直	準日	日勤	日勤	日勤	
	9	準夜	日勤	休日	当直	準日	日勤	準夜	準夜	休日	当直	準日	深夜	休日	日勤	当直	準日	深夜	休日	当直	準日	日勤	日勤	日勤	休日	休日	日勤	当直	準日	日勤	当直	
	10	準日	深夜	休日	休日	準夜	当直	準日	日勤	日勤	休日	深夜	休日	日勤	準夜	準夜	当直	準日	休日	準夜	日勤	深夜	休日	日勤	休日	日勤	深夜	休日	日勤	深夜	休日	
	11	深夜	休日	休日	深夜	休日	日勤	日勤	当直	準日	日勤	休日	準夜	準夜	準夜	日勤	深夜	休日	休日	深夜	休日	日勤	準夜	当直	準日	休日	準夜	日勤	準夜	当直	準日	
	12	休日	休日	当直	準日	日勤	日勤	深夜	休日	日勤	深夜	休日	日勤	準夜	日勤	日勤	休日	休日	準夜	準夜	準夜	日勤	日勤	休日	休日	深夜	休日	準夜	準夜	準夜		
	13	準夜	当直	準日	休日	日勤	当直	準日	日勤	深夜	休日	当直	準日	深夜	休日	深夜	休日	当直	準日	日勤	深夜	休日	準夜	日勤	休日	休日	日勤	日勤	日勤	日勤	日勤	
	14	日勤	日勤	日勤	休日	日勤	日勤	日勤	日勤	日勤	休日	日勤	日勤	日勤	休日	日勤	休日	日勤	休日	日勤	日勤	日勤	日勤	日勤	日勤	休日	日勤	日勤	日勤	日勤	日勤	
	15	日勤	深夜	休日	休日	当直	準日	深夜	休日	当直	準日	休日	準夜	日勤	日勤	日勤	準夜	休日	深夜	休日	日勤	日勤	準夜	当直	準日	休日	日勤	深夜	休日	日勤	準夜	
	16	準夜	準夜	休日	日勤	深夜	休日	日勤	準夜	準夜	休日	日勤	当直	準日	深夜	休日	日勤	深夜	休日	日勤	日勤	当直	準日	深夜	休日	休日	準夜	日勤	準夜	準夜	当直	
	17	当直	準日	休日	休日	深夜	休日	日勤	日勤	当直	準日	休日	日勤	深夜	休日	日勤	日勤	休日	当直	準日	日勤	日勤	深夜	休日	当直	準日	準夜	準夜	深夜	休日	深夜	
	18	休日	日勤	休日	休日	当直	準日	日勤	深夜	休日	休日	当直	準日	準夜	日勤	深夜	休日	日勤	休日	日勤	準夜	当直	準日	日勤	休日	日勤	当直	準日	当直	準日	休日	
	19	準夜	準夜	休日	当直	準日	日勤	準夜	日勤	休日	休日	深夜	休日	日勤	準夜	日勤	日勤	休日	休日	当直	準日	準夜	日勤	準夜	休日	当直	準日	準夜	当直	準日	休日	
	20	日勤	日勤	休日	休日	日勤	準夜	日勤	日勤	日勤	休日	休日	準夜	当直	準日	準夜	日勤	休日	日勤	深夜	休日	準夜	日勤	日勤	休日	休日	日勤	準夜	日勤	準夜	日勤	

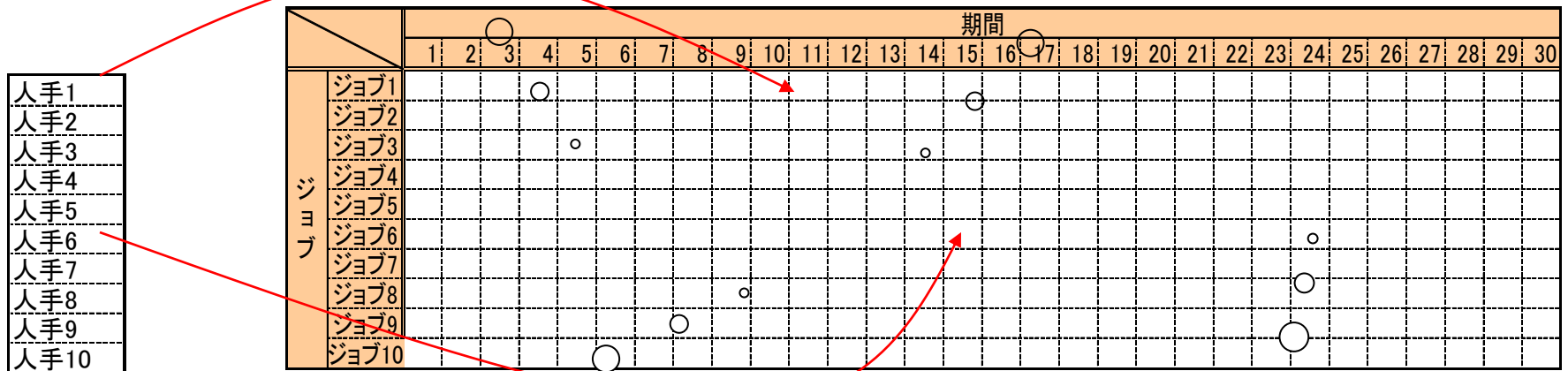


# プロジェクトスケジューリング

## 各ジョブの実施順序を決定する

各ジョブはどのやり方で行うか

ジョブ 2 はジョブ1の後に実施



毎期間の資源(人・機械)使用限度

各ジョブの納期をなるべく守る



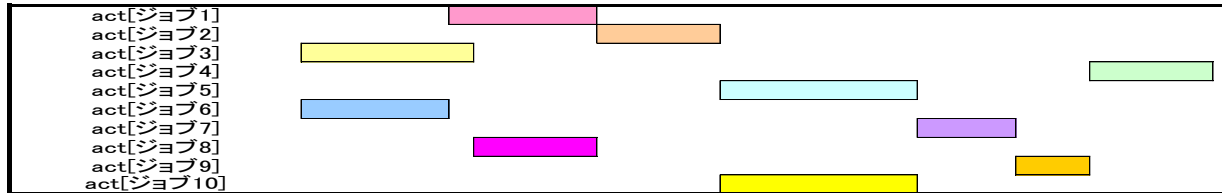


# プロジェクトスケジューリング モデル概要

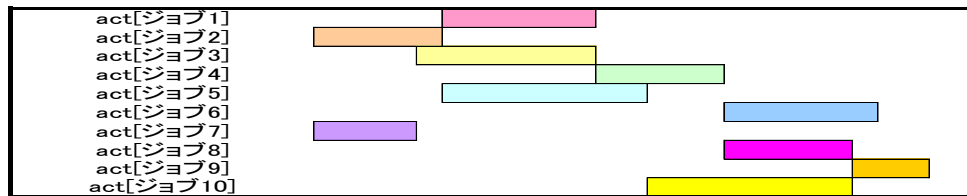
- 変数
  - 各ジョブが遂行される順序と選択されるモード
- 制約
  - 各ジョブを各モードで行ったときに  
必要となる資源と所要時間
  - 各期間ごとの使用可能な資源数
  - 各ジョブ間の先行関係
- 目的関数(最小化)
  - 最終完成時刻(or 各ジョブの納期遅れ総和の最小化)

# Gantt チャート(導入部分)の結果比較

[1] 人利用可能量:4人(完了時刻:37)



[2] 人利用可能量:6人(完了時刻:24)







# ゲームの対戦表作成

- 複数回あるゲームの対戦相手を決める

回数 \ 人	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	16	12	休	11	8	13	14	5	18	17
2	5	19	17	21	1	14	9	10	7	8
3	19	16	13	15	17	10	23	22	休	6
4	13	23	19	8	9	7	6	4	5	20
5	15	22	21	休	6	5	休	休	13	休
6	休	17	9	10	23	11	15	13	3	4
7	4	休	8	1	14	9	17	3	6	19
8	6	15	16	12	休	1	18	17	14	21
9	11	8	15	5	4	17	10	2	20	7
10	2	1	23	7	20	21	4	14	19	11
11	3	4	1	2	16	休	13	11	12	15

# ゲームの対戦表作成

- ・ 複数回あるゲームの対戦相手を決める

1人休みが  
一回ある

1回戦-最終戦および  
2回戦-最終戦の前  
は先手後手が異なる

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	16	12	休	11	10	9	8	7	6	5	4
2	5	19	17	21	1	14	9	10	11	12	13
3	19	16	13	15	17	10	23	22	休	6	5
4	13	23	19	8	9	7	6	4	5	20	11
5	15	22	21	休	6	5	休	休	13	休	1
6	休	17	9	10	23	11	15	13	3	4	1
7	14	9	17	1	14	9	17	1	1	1	1
8	14	9	17	1	14	9	17	1	1	1	1
9	14	9	17	1	14	9	17	1	1	1	1
10	2	1	23	7	20	21	4	1	1	1	1
11	3	4	1	2	16	休	13	11	12	15	1

先手後手の回数は均等

5回戦以外では  
休みは一人

# ゲームの対戦表作成 制約一覧

- (1) 5 回戦を除いて、休みはだれか一人だけ
- (2) 各人は一度休みをとる
- (3) 自分が先手ならば相手は後手
- (4) 休みを除いた最初の一回戦と最後の一回戦の  
先手後手は異なる
- (5) 休みを除いた二回戦目と最終戦の手前の  
先手後手は異なる

# DM送付スケジューリング

- いつ, 誰に, どれだけDMを送付するか
- DM効果は5時点経過で0に
- DM送付で効果は1段階向上
- DMの全枚数は一定, 時点あたり送付に上限
- DM効果  $\times$  時期係数 = 収益

基本構造(変数):

$x[i,t]$ : 時点 $t$ , 効果 $i$ の顧客数

$y[i,t]$ : 時点 $t$ , 効果 $i$ の顧客への送付量



# 広告割り付け最適化

- 費用対効果の最大化

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1												
2		対象となる商品				割付テーブル		対象メディア				
3			費用	結果			料金	教理かばん	教理ノート	教理鉛筆	割付商品	最大値
4		教理かばん	625	600		テレビ1	15	9	1	8	教理ノート	9
5		教理ノート	730	725		テレビ2	20	6	10	5	教理ノート	10
6		教理鉛筆	645	643		テレビ3	30	6	20	4	教理鉛筆	20
7		合計	2000	1968		テレビ4	45	5	21	9	教理ノート	21
8						テレビ5	5	20	7	15	教理鉛筆	20
9						テレビ6	15	4	10	2	教理鉛筆	10
10		期待売上合計	1553			テレビ7	40	11	7	10	教理かばん	11
11		獲得売り上げ比率(%)	91.7%			テレビ8	55	2	4	8	教理鉛筆	8
12		最大獲得売り上げ	1693			テレビ9	10	9	15	15	教理ノート	15
13						新聞1	25	7	5	11	教理鉛筆	11
14						新聞2	5	8	13	10	教理かばん	13
15		最適化実行				新聞3	40	9	5	4	教理かばん	9
16						新聞4	5	2	9	16	教理ノート	16
17						新聞5	20	17	6	6	教理鉛筆	17
18						新聞6	20	3	8	20	教理かばん	20
19		最大割付				新聞7	30	5	2	10	教理鉛筆	10
20						ラジオ1	20	17	2	41	教理ノート	41
21						ラジオ2	5	10	13	3	教理鉛筆	13
22						ラジオ3	5	10	4	7	教理かばん	10

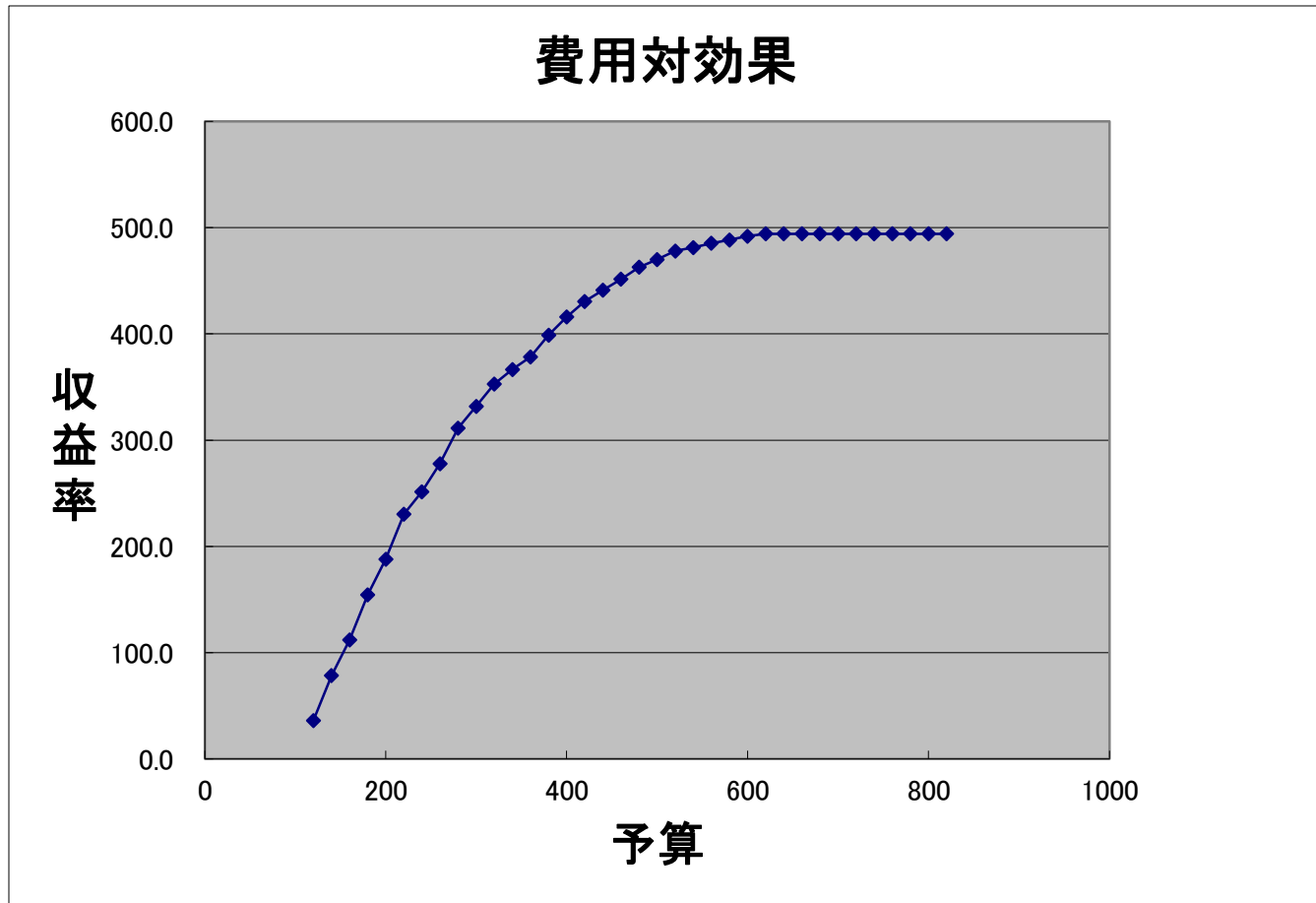
# 広告配信最適化

予算	300	期待 収益計	331.9
----	-----	-----------	-------

単独実行

	G1	G2	G3	G4	費用/回	下限	最適回数	上限	費用
M1	0.05				12	2	2	5	24
M2		0.07			14	2	2	5	28
M3			0.15		18	2	2	5	36
M4				0.04	9	2	2	5	18
M5	0.12			0.05	23	0	0	2	0
M6		0.30	0.40	0.20	29	0	2	2	58
M7	0.25			0.20	18	0	2	2	36
M8		0.60	0.60	0.40	41	0	2	2	82
M9		0.25		0.20	15	0	1	1	15
M10	0.08	0.05	0.06	0.10	18	0	0	1	0
M11	0.45	0.20	0.30	0.30	70	0	0	1	0
M12			0.30		23	0	0	1	0
層別顧客収益×人数	50.0	30.0	70.0	40.0					297
層別期待収益	30.0	65.7	161.0	75.2					

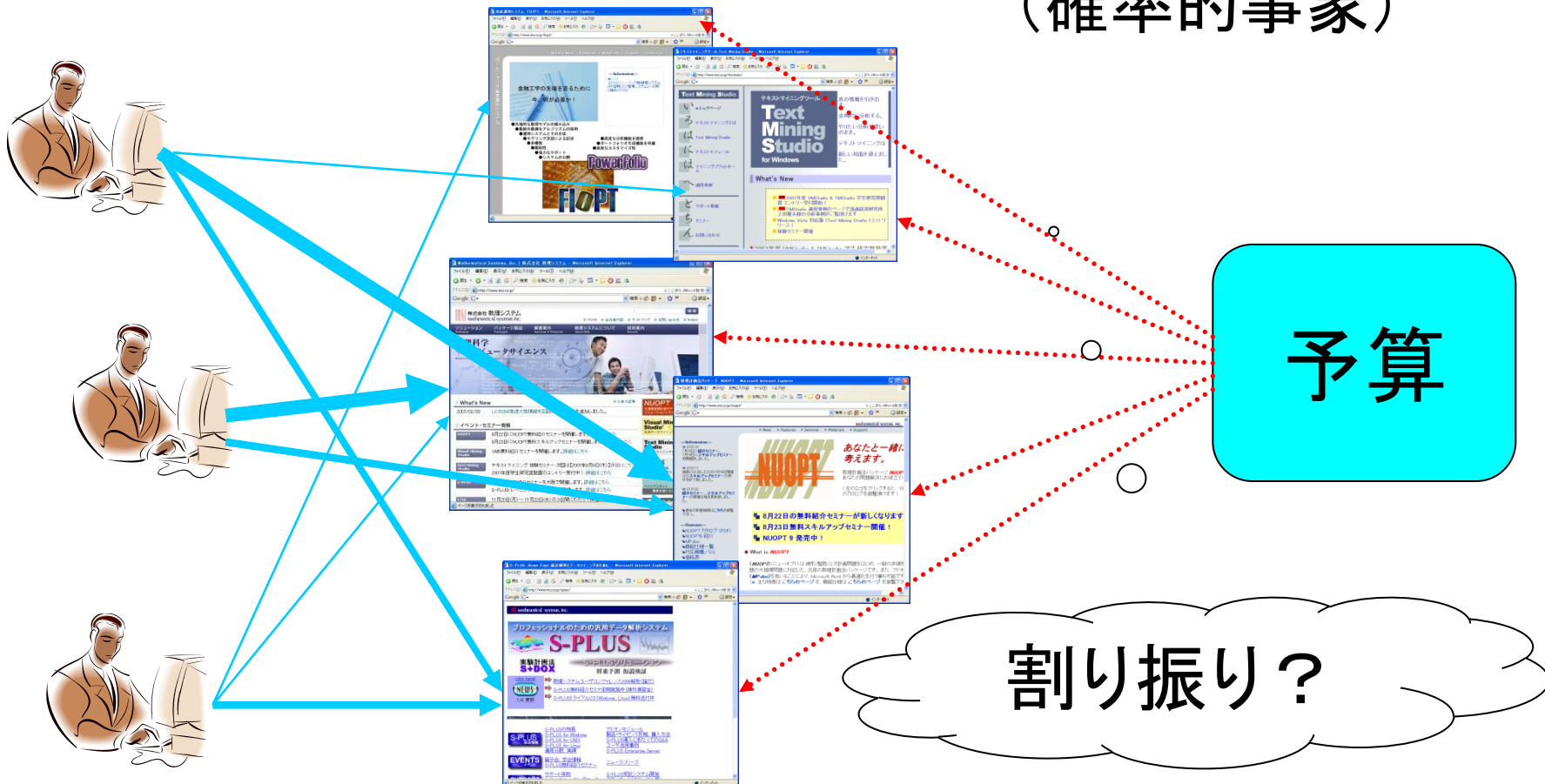
# 広告配信最適化





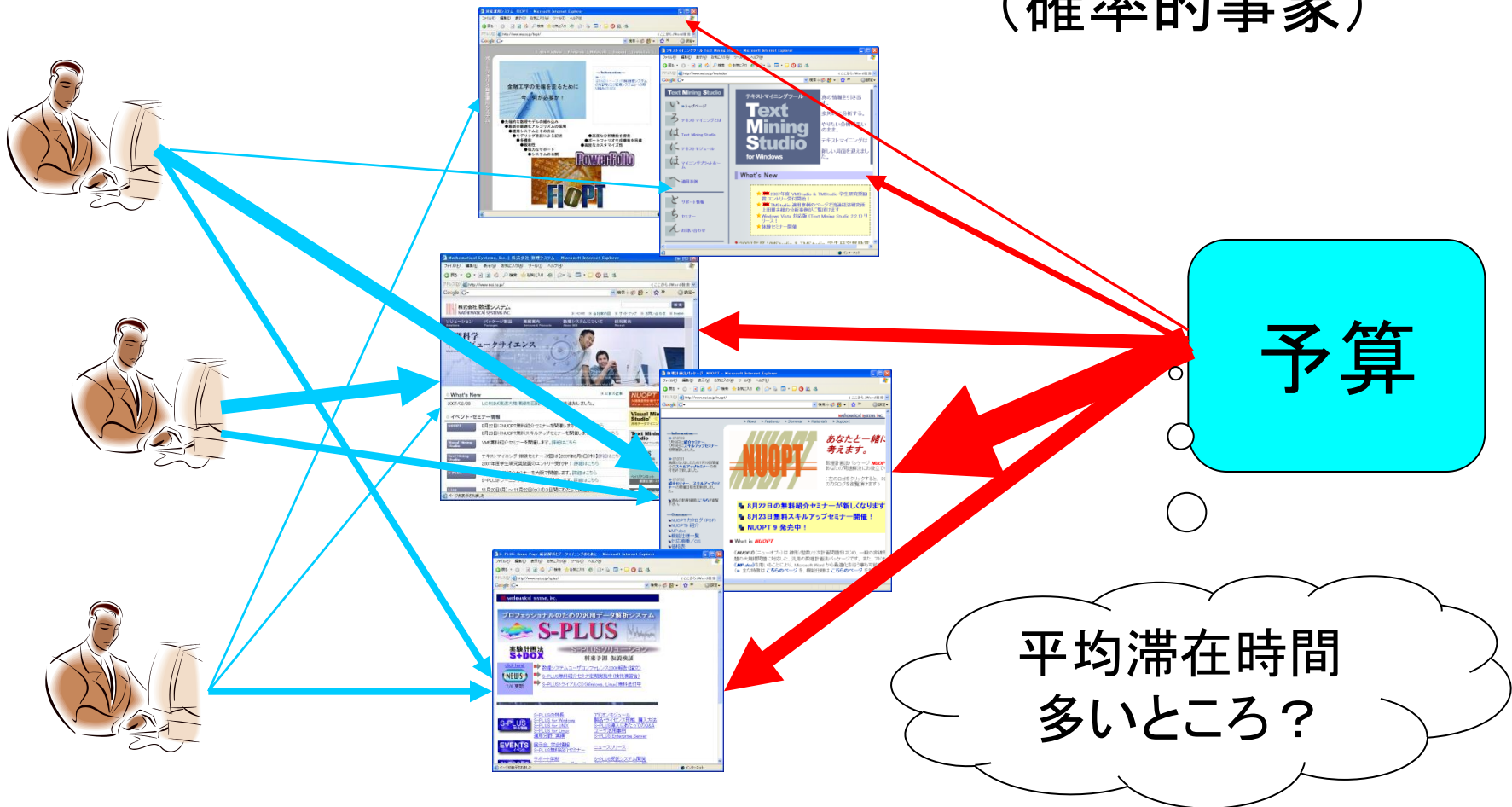
# Web 広告配信

- 複数個の Web ページに広告を載せる
- 人により Web ページの見方(滞留時間)は異なる  
(確率的事象)



# Web 広告配信

- 複数個の Web ページに広告を載せる
- 人により Web ページの見方(滞留時間)は異なる  
(確率的事象)



# Web 広告配信 問題設定

- 入力データ
  - 各広告ページ(A,B,C,D,E)
  - 滞留時間サンプルデータ

$$t_{ij}$$

サンプル  $i$  の人が広告ページ  $j$  に  
滞留する秒数(←アクセス解析)

	A	B	C	D	E
頻度(分あたり)	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
平均滞留時刻	7.64	4.20	8.50	5.84	4.95
1	7.6	0	5.3	0	0
2	6.2	0	0	5.1	0
3	0	0	0	6.9	5
4	5.6	0	0	5.8	5.1
5	6.1	0	0	7.2	5.1
6	0	6.8	0	7.8	6.6
7	0	8.4	7.9	10.6	7.2
8	0	10.5	10.4	17.9	8
9	6.7	0	5.8	5.4	5.1
10	10	0	5.9	5.6	5.1
11	14.1	0	6.1	0	0
12	19.9	0	6.3	0	0
13	19.8	0	0	0	5.1
14	20	5.6	0	0	5.5
15	22.6	5.8	0	0	5
16	14.7	6.8	0	0	5.2
17	0	0	5.3	0	5
18	0	5.2	0	5.7	5.4
19	0	0	0	5	5
20	5.2	0	5.5	0	5.1
21	5.1	0	5.8	0	5
22	5.1	6	10.5	10.5	5.9
23	14.9	6.5	10	12.1	5.6
24	18.1	8.3	17.7	22.6	6.3
25	0	0	0	6.1	5.1
26	0	5	0	5.8	5.2
27	0	5	0	5.3	5.3

# Web 広告配信 問題設定

- 変数

- 各広告ページ(A,B,C,D,E)

- に出す広告の投資額 = 表示頻度  
(回/分)

$$x_j$$

# Web 広告配信 問題設定

- 関心のある量

$$C_i = \sum_j t_{ij} x_j$$

サンプル  $i$  の人が単位時間に見る回数

# Web 広告配信 直感で費用を決める

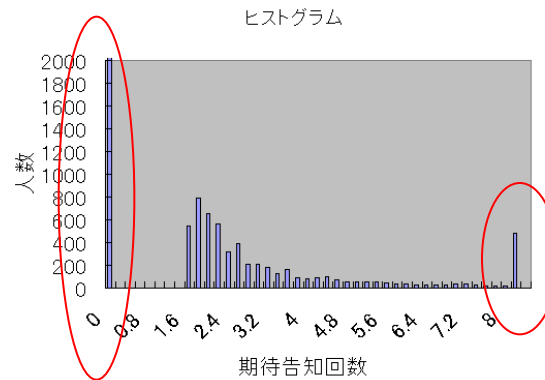
広告ページ  $j$  の平均滞留時間

$$T_j \equiv \frac{1}{N} \sum_i t_{ij}$$

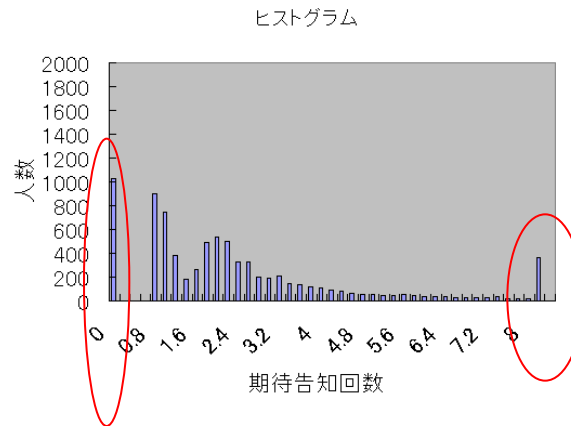
	A	B	C	D	E
頻度(分あたり)	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
平均滞留時刻	7.64	4.20	8.50	5.84	4.95

# Web 広告配信 直感で費用を決める

- 平均滞在時間の長いところに全額投資

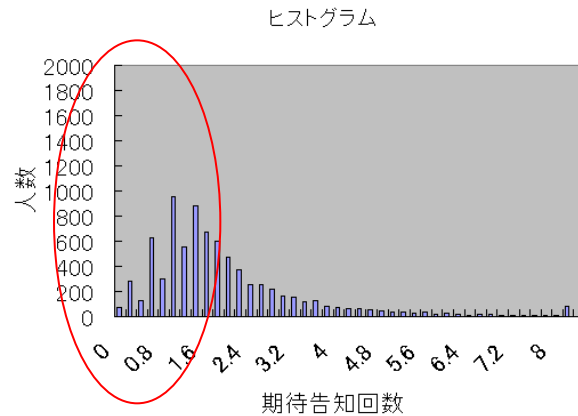


- 平均滞在時間が 1 番目・2 番目のところに半々で全て投資

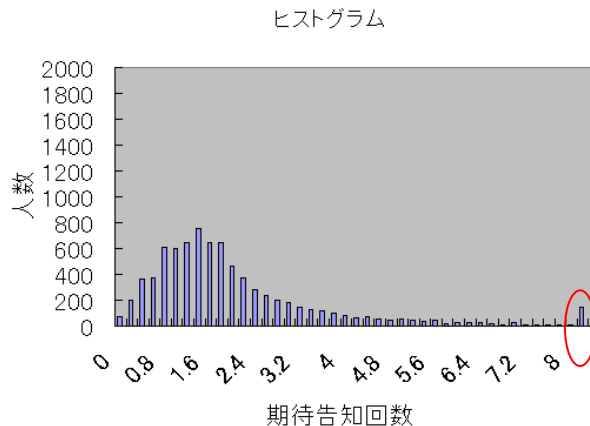


# Web 広告配信 直感で費用を決める

- 全ての web ページに均等に投資



- 平均滞留時間に比例して投資





# Web 広告配信問題 (Ver.1)

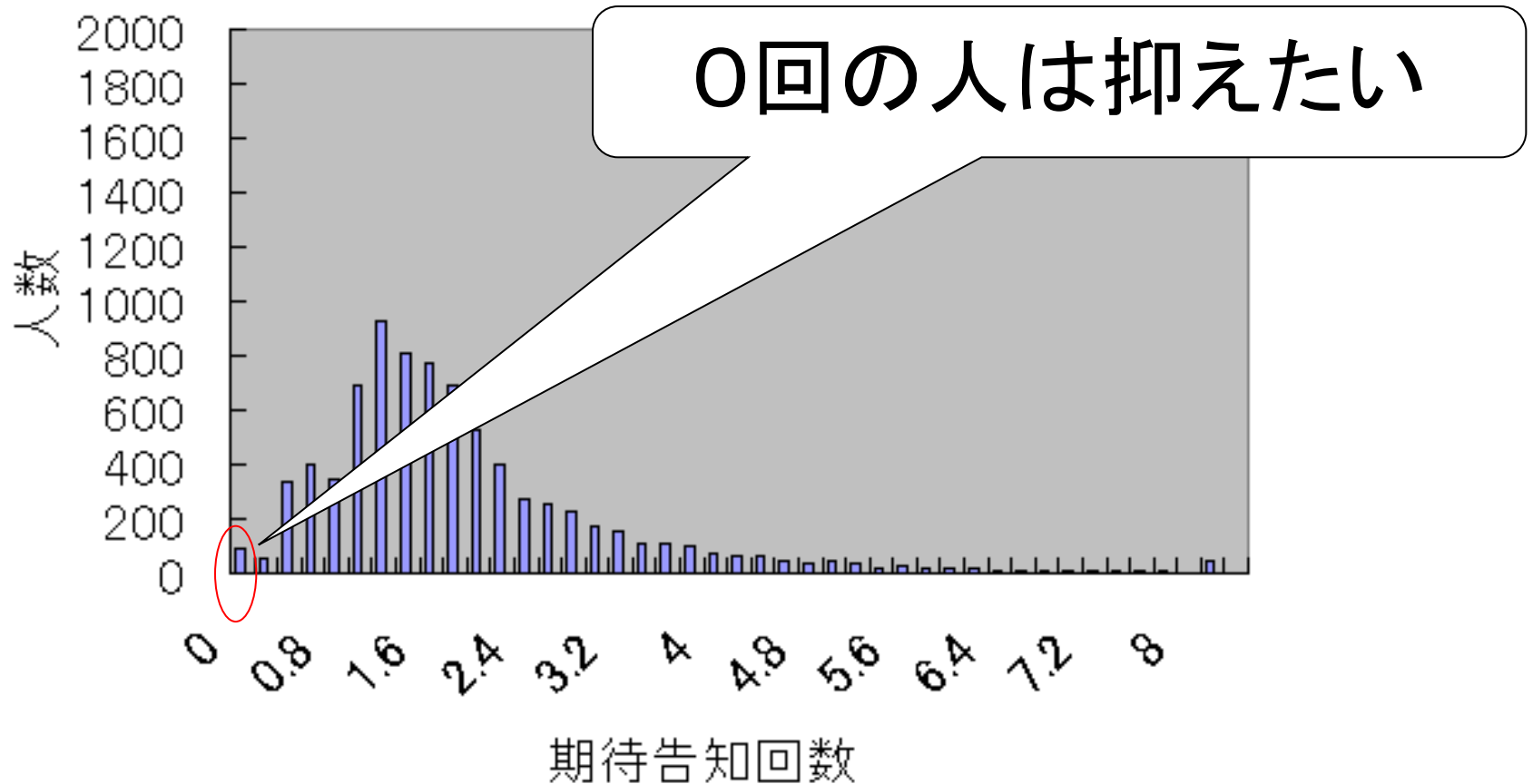
## 数理計画モデル (分散最小化)

- 変数
  - どの Web にいくら広告費を宛がうか
- 制約
  - 費用は一定内
  - 平均表示回数に下限制約
- 目的関数 (最小化)
  - 各人の期待表示回数の**分散**

# Web 広告配信問題 (Ver.1)

## ExcelSolver の結果

ヒストグラム



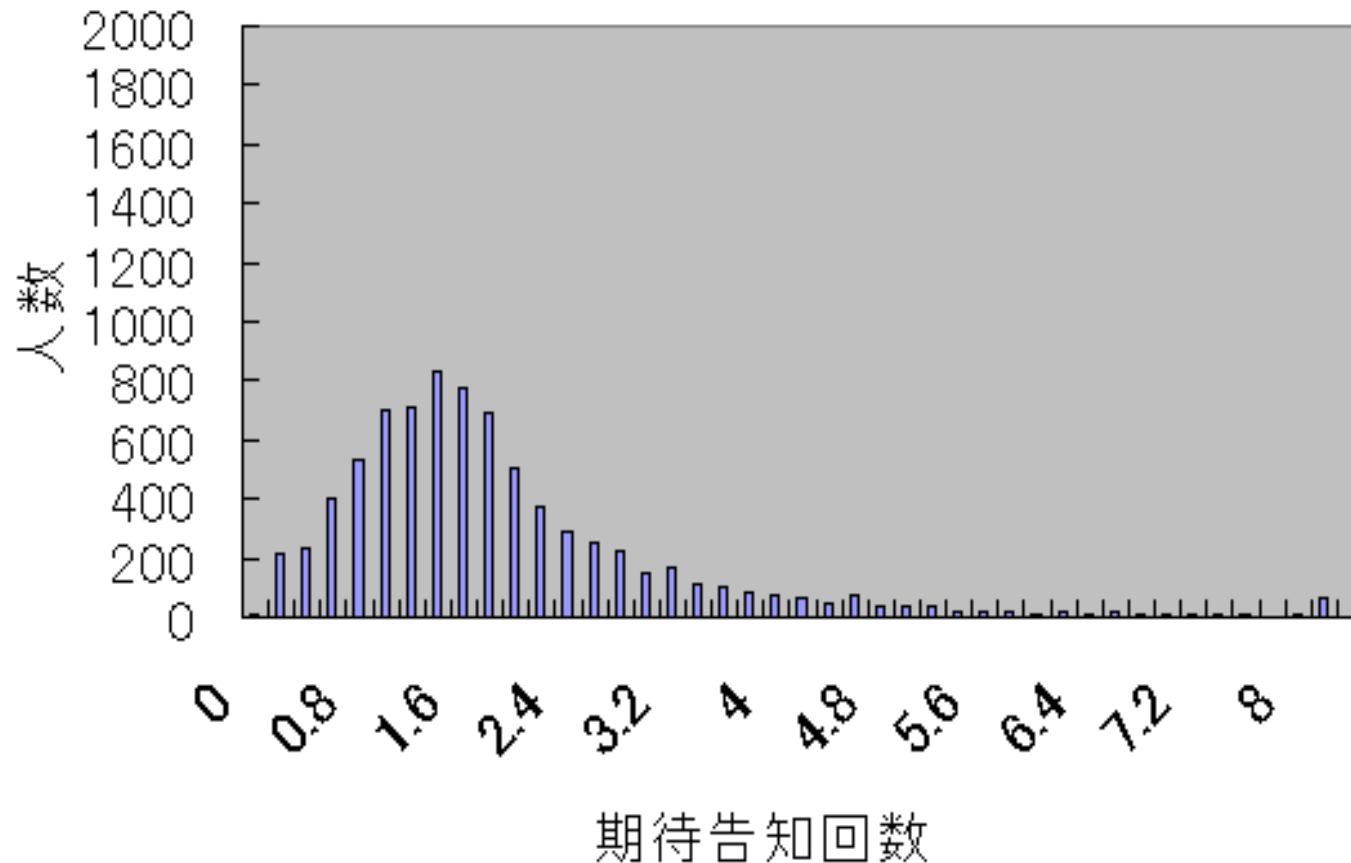
# Web 広告配信問題 (Ver.2)

## 数理計画モデル (分散最小化)

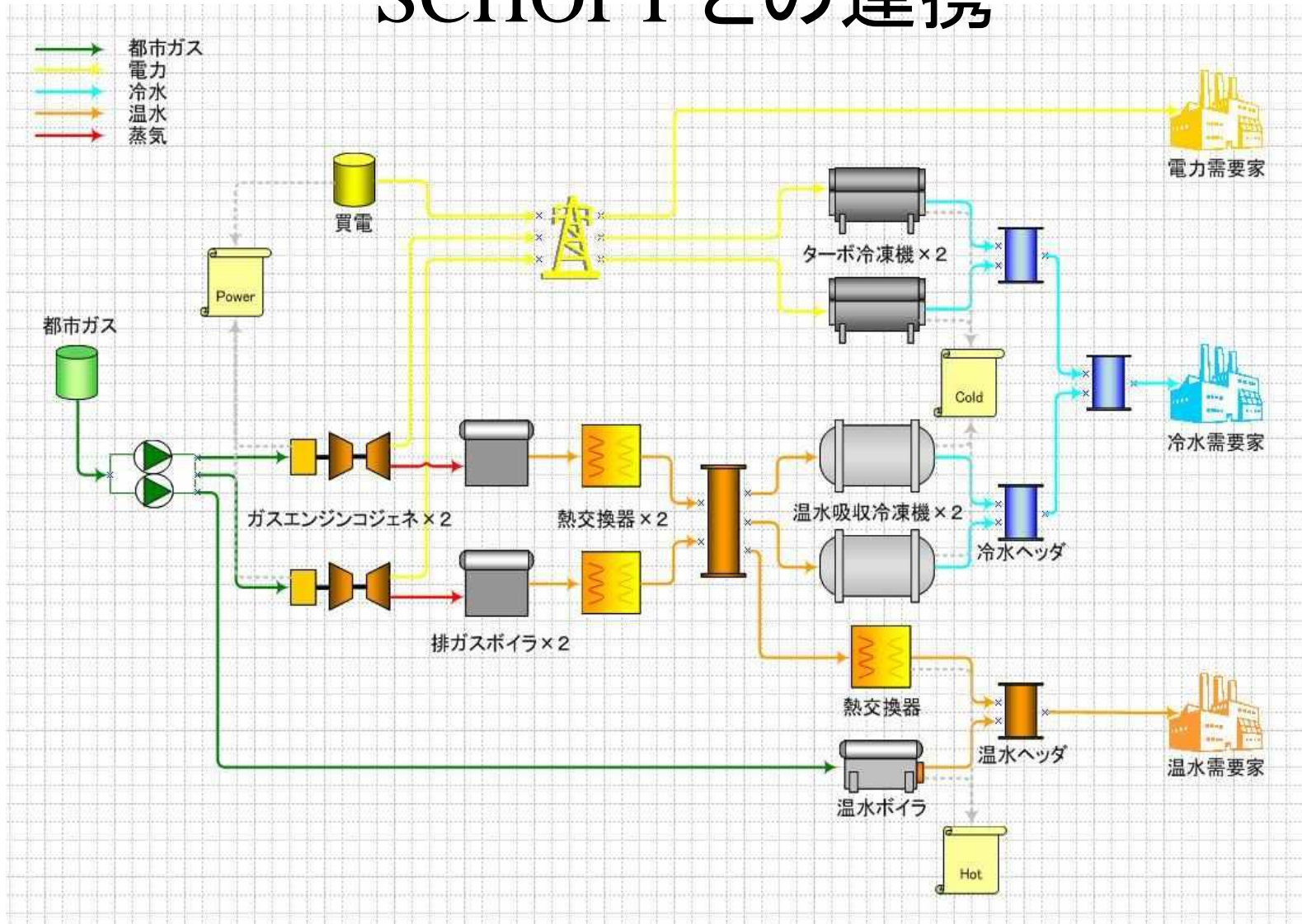
- 変数
  - どの Web にいくら広告費を宛がうか
- 制約
  - 費用は一定内
  - 平均表示回数に下限制約
  - 各個人の期待回数に下限制約
- 目的関数 (最小化)
  - 各人の期待表示回数の分散

# Web 広告配信問題(分散最小化) NUOPT を用いて算出

ヒストグラム



# 運転計画問題 SCHOPT との連携



# 施設統廃合問題

## ArcGIS との連携

- 公共施設(容量制約あり)
- メッシュ(250m × 250m)内顧客は既知
- 範囲全体は(15km × 20km)
- 施設サポート範囲規定
- 施設数最小化

WCSPデモ(施設配置計画問題)

実行時間の設定(秒)

実行時間  
1000

施設容量の上限および下限(人)

容量上限	9000
容量下限	4000

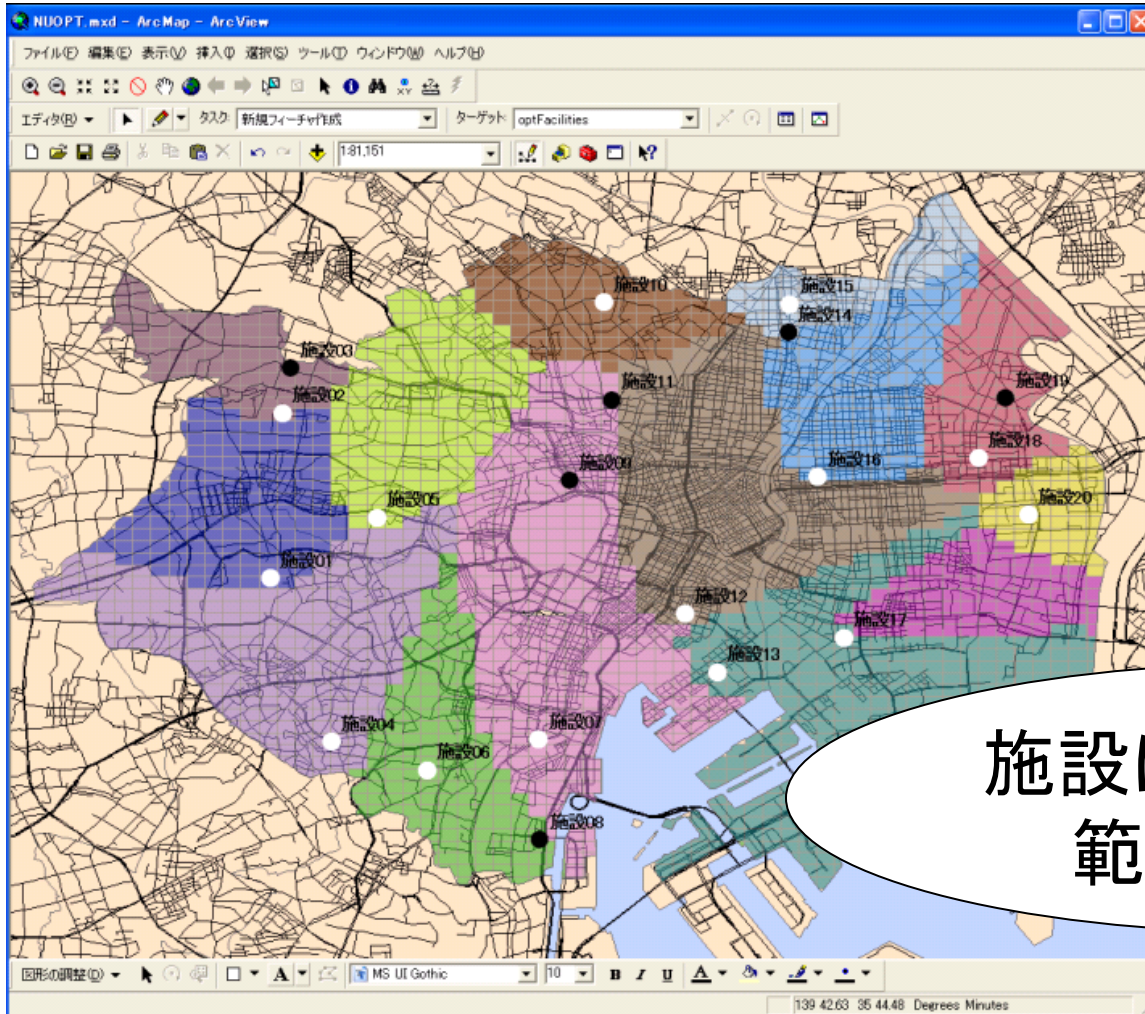
各メッシュからの移動距離の最大(km)

最大距離	8
------	---

対象施設

施設	緯度	経度
施設01	35.672875	139.70624
施設02	35.701625	139.70836
施設03	35.7094233	139.709743
施設04	35.644505	139.716855
施設05	35.6834067	139.724847
施設06	35.639605	139.73352
施設07	35.64492	139.752915
施設08	35.62752	139.7531
施設09	35.68995	139.758285
施設10	35.72078	139.76423
施設11	35.703955	139.765545
施設12	35.66673	139.77825
施設13	35.6565733	139.783913
施設14	35.715585	139.79617
施設15	35.720485	139.79655
施設16	35.69051	139.80138
施設17	35.6625867	139.805957
施設18	35.69377	139.829355
施設19	35.70419	139.833995
施設20	35.683925	139.83804

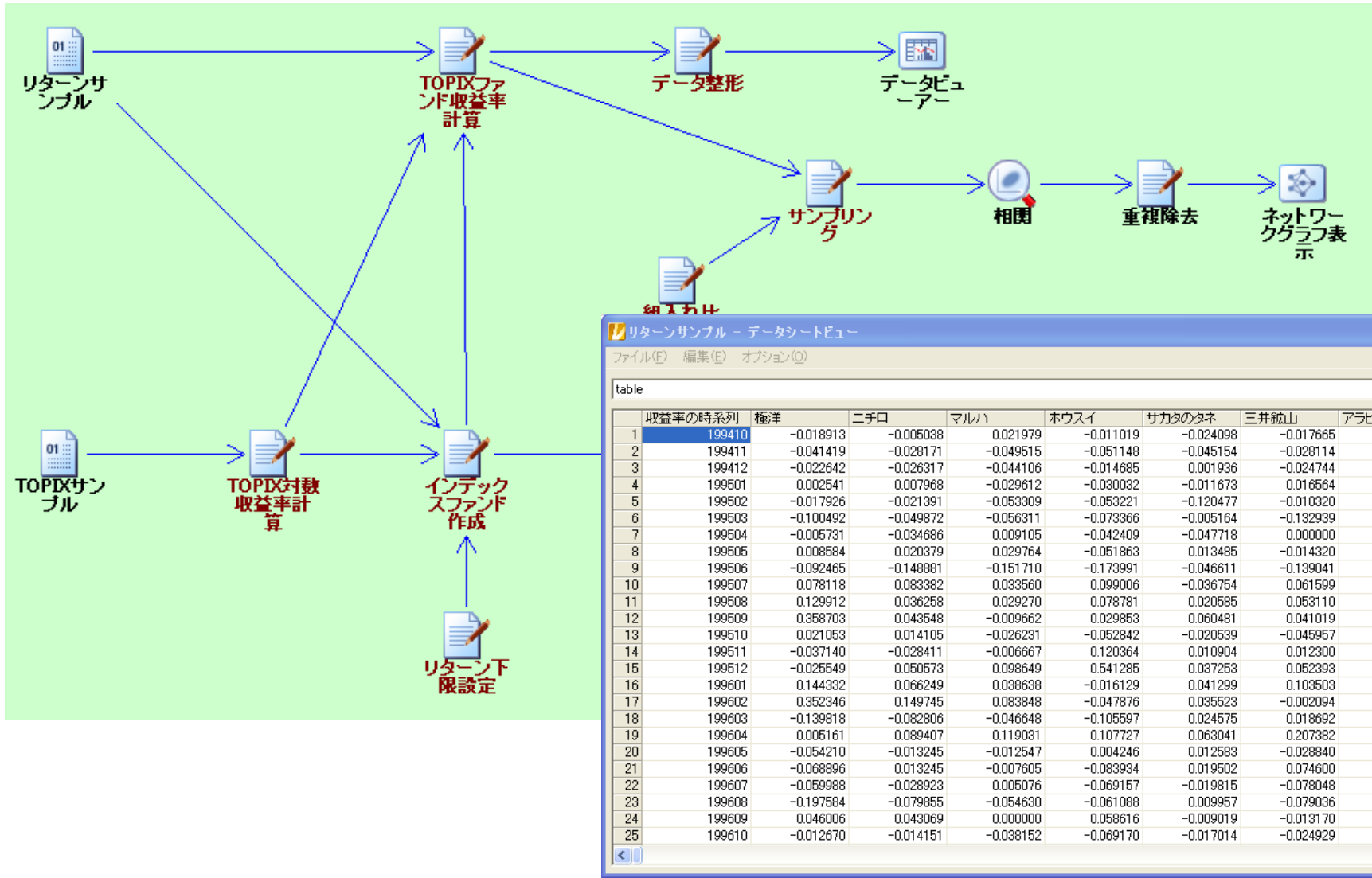
# 施設統廃合問題 ArcGIS との連携



●: 廃止  
○: 存続

施設によるサポート  
範囲で色分け

# FIOPT(金融工学プラットフォーム) VMStudio との連携





# 受託業務形態

- 要求定義
  - 定式化
  - 周辺を含めたソフト仕様の設計
- プロトタイピング・製造
  - モデル・プログラム作成
- 検証とコンサルテーション
  - 高速化・モデルの精密化
  - 不測の事態への対処
- パッケージ化
  - 汎用的な仕様の洗い出し

NUOPT事例紹介ページ：

<http://www.msi.co.jp/nuopt/solution.html>