

# 自動スケジューリングのモデル アルゴリズムとシステム開発

---

株式会社 NTTデータ数理システム

[nuopt-info@msi.co.jp](mailto:nuopt-info@msi.co.jp)

 **Numerical Optimizer**

「数理システム」から社名変更

- 所在地

東京都新宿区信濃町

- 設立

昭和57年4月1日（2012年2月15日にNTTデータグループに）

- 主な業務

パッケージソフトウェア開発・販売

ソフトウェア受託開発

データ分析、数理計画の各種コンサルティング

- パッケージソフトウェア（※以外は全て自社開発）

- 最適化パッケージ NUOPT

- データ解析ソフト S-PLUS ※

- データマイニングツール Visual Mining Studio

- テキストマイニングツール Text Mining Studio

- シミュレーションツール S-cube

- ベイジアンネット構築支援システム BayoNet

- 半導体TCADシミュレーション PW2

など

## 株式会社カネカ 食用油脂配送 配車計画システム

参考 URL <http://www.msi.co.jp/nuopt/interview/interview5.html>

## 大阪ガス株式会社 当直シフト編成ツール

参考 URL <http://www.msi.co.jp/nuopt/interview/interview4.html>

## 社団法人日本将棋連盟 関東奨励会における対戦表自動作成システム

参考 URL <http://www.msi.co.jp/nuopt/interview/interview1.html>

## 東日本旅客鉄道株式会社 大規模勤務システムの自動勤務作成機能

参考 URL [http://www.msi.co.jp/nuopt/solution/shift/case\\_jr.html](http://www.msi.co.jp/nuopt/solution/shift/case_jr.html)

## 財団法人鉄道総合技術研究所 鉄道線路保守計画の最適化システム

参考 URL <http://www.msi.co.jp/userconf/09/Pdf/09miwa.pdf>

- ・大学病院 ナーススケジュールリング
- ・ケアセンター 介護士シフトスケジュールリング
- ・銀行窓口業務スタッフスケジュールリング
- ・美容院における美容師スタッフスケジュールリング
- ・メディカルセンター 健診スタッフスケジュールリング
- ・エネルギー事業所 発電設備運転計画
- ・コールセンター 受電予測を考慮したインバウンドオペレータースケジュールリング
- ・コールセンター 架電計画を考慮したアウトバウンドオペレータースケジュールリング
- ・フィットネスクラブ スタッフ
- ・ビル清掃／ビル警備／テナントスタッフ

( 2011 年度 2012 年度 実績 )

1日の最短・最長勤務時間

連続休日数上限

連続勤務日数上限

シフト並びの考慮

(ex. ×遅番→早番)

月の労働時間/日数上下限

各(人,日)の勤務可能時間帯

指定シフト(ex.Aさん6/2研修)

週の労働時間/日数上下限

早番/遅番 回数上下限

土日祝の出勤回数

定式化は明確で容易→数理計画適用のメリット

**余剰人員削減**

**人数不足偏り防止**

**スキルレベル平準化**

スケジューリングの質を決定する要件

# 個人の制約(2)

要件が多義的・定式化  
が明確ではない

人数不足偏り防止

1日の最短・最長勤務時間  
連続休日数上限  
連続勤務日数上限  
シフト並びの考慮  
(ex. ×連番→早番)  
月の労働時間/日数上下限  
各(人,日)の勤務可能時間帯  
指定シフト(ex.Aさん6/2研修)

余剰人員削減

スキルレベル平準化



すべてを満たすことはできない⇒折り合いが必須

- 制約をハード・**セミ**ハード・ソフトに分類  
ウエイトの「インフレ」の回避  
シフト破壊の回避
- オーソドックスな定式化

ハード充足不可  
時の**しわよせ**先

ウエイト調整の余地  
余剰人員削減  
人数不足偏り防止  
スキルレベル平準化

$$\sum_{s \in Shift} x_{m,d,s} = 1, m \in Man, d \in Day$$

$x_{m,d,s} \in \{0,1\}$  : 変数とする定式化

個人が取れるシフトパターン (平均15)

複雑な割り当て問題に関する実績

- **WCSP(NUOPT組込み)**

- 「局所探索」と「タブーサーチ」に基づく**近似解法**

- 京都大学「問題解決エンジン」開発グループ

K. Nonobe and T. Ibaraki,

“An improved tabu search method for the weighted constraint satisfaction problem,”  
INFOR 39, pp.131-151, 2001.

K. Nonobe and T. Ibaraki, An improved tabu search method for the  
weighted constraint satisfaction problem, INFOR 39, pp.131-151, 2001.

- **SIMPLE**

- 汎用モデリング言語

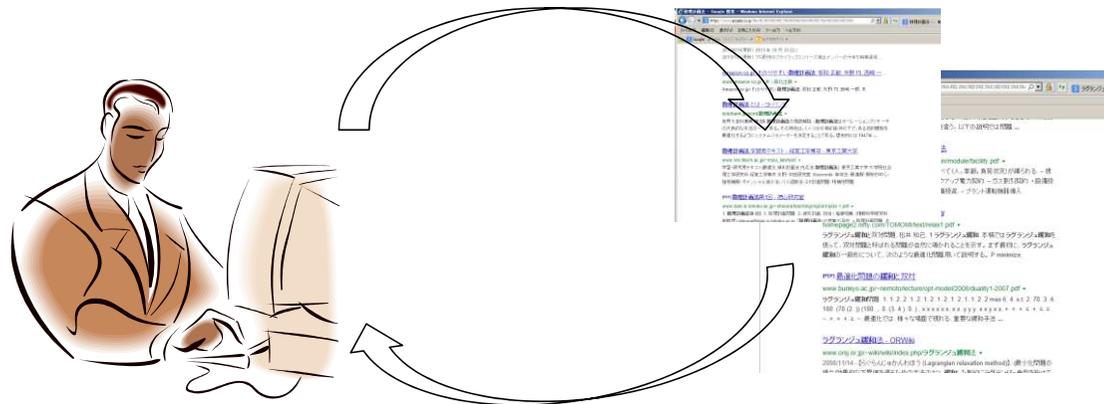
一般の制約記述に対応  
WCSPに近傍の情報を提供  
Excelと連携

- **とりあえず始めてみる**
- **出てきた結果からキーワードを調整する**
  - 釣れるキーワード・釣れないキーワード
- **著者情報からキーになる人を知る**
- **枯れた分野・盛んな分野を知る**
- **人物から業績を検索**

検索の方法を調整⇒なんとなくできてしまう

## 検索エンジンの特性

- 検索結果が複数現れる
- 結果が良さげな順にソートされている
- 素早く結果が得られる



人間系とフィードバックループを構成

- **まずは明らかな制約を入れよう**  
⇒なるほどこんなものか(速度と解の質を体感)
- **平準化入れてみよう**  
⇒ちょっと応答鈍くなるなあ
- **スキルの制約入れてみた**  
⇒それほど効いてないぞ(結果を前のと比較)
- **不足平準化の制約入れてみた**  
⇒あれれ, 結果の様相が変わった, **重み調整**だ

人間系とフィードバックループを構成

顧客を交えた

- 良解を複数出す
  - 応答が速い
- ⇒ フィードバックループ  
の構成

**モデルが流動的な場合には  
複数の良解は一個の最適解に勝る**

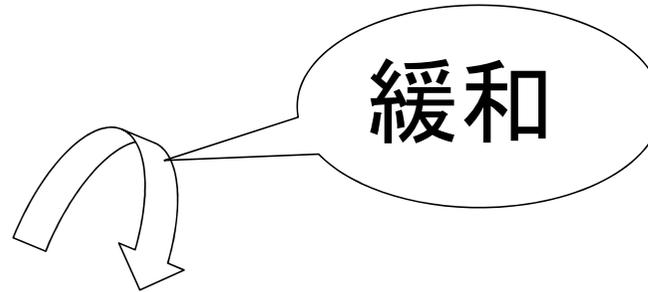
**問題P:**

**最小化**  $2x + y + z$

**制約**  $x + y + z \geq 5$

$$x - y - 2z \geq 3$$

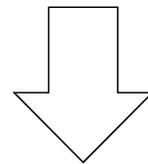
$$5 \geq x, y, z \geq 0$$



**問題**  $L(\lambda)$

**最小化**  $2x + y + z - \lambda_1(x + y + z - 5) - \lambda_2(x - y - 2z - 3)$

**制約**  $5 \geq x, y, z \geq 0$



$\theta(\lambda)$  ( $\equiv L(\lambda)$ )の目的関数の最小値: 下界値)  
を最大化してみよう

# 直観だけを頼りに..

- 満たしていない⇒重みを増やす  
満たしている⇒重みを減らす

	A	B	C	D	E	F	G	
1			重みを調整して下界値を最大化してみよう					
2					右辺			
3		制約式g1	15.00	>=	5	重みλ1	10	
4		制約式g2	-10.00	>=	3	重みλ2	0	
5								
6					$\theta(\lambda)$	-80.00		

- $\theta(\lambda)$  は凸関数

$$\begin{aligned}\theta(t\lambda + (1-t)\lambda') &= \min_x \{f(x) - (t\lambda + (1-t)\lambda') \cdot g(x)\} \\ &= \min_x \{t(f(x) - \lambda \cdot g(x)) + (1-t)(f(x) - \lambda' \cdot g(x))\} \\ &\geq t \cdot \min_x (f(x) - \lambda \cdot g(x)) + (1-t) \cdot \min_x (f(x) - \lambda' \cdot g(x)) \\ &= t \cdot \theta(\lambda) + (1-t) \cdot \theta(\lambda')\end{aligned}$$

- $\theta(\lambda)$  の更新に関する示唆

$-g(x)$  方向に進めば  $\theta(\lambda)$  は少なくとも減らない

$$\theta(\lambda) \leq f(x) - g(x) \cdot \lambda, x \in \Omega$$

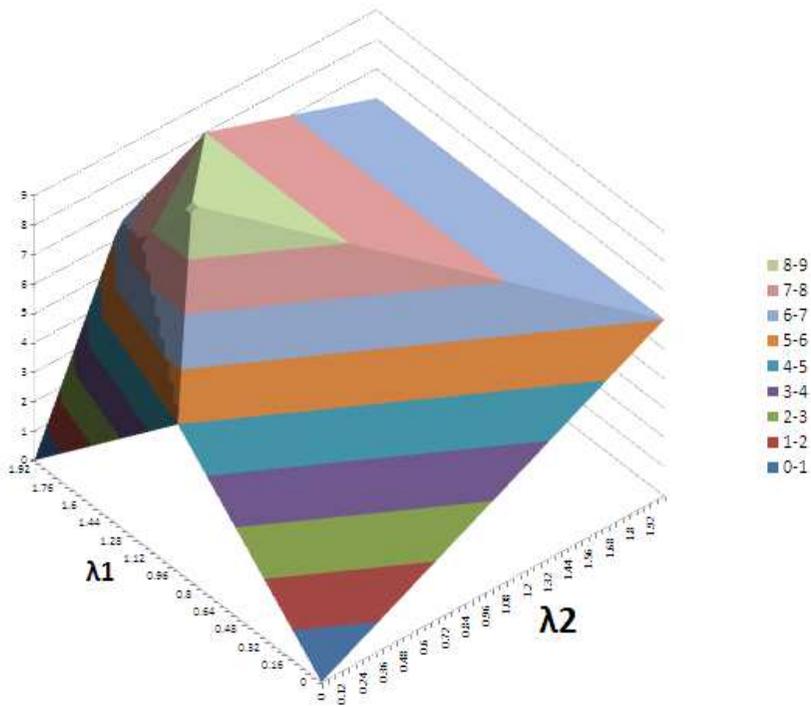
⇒意外と直観と合致

実は

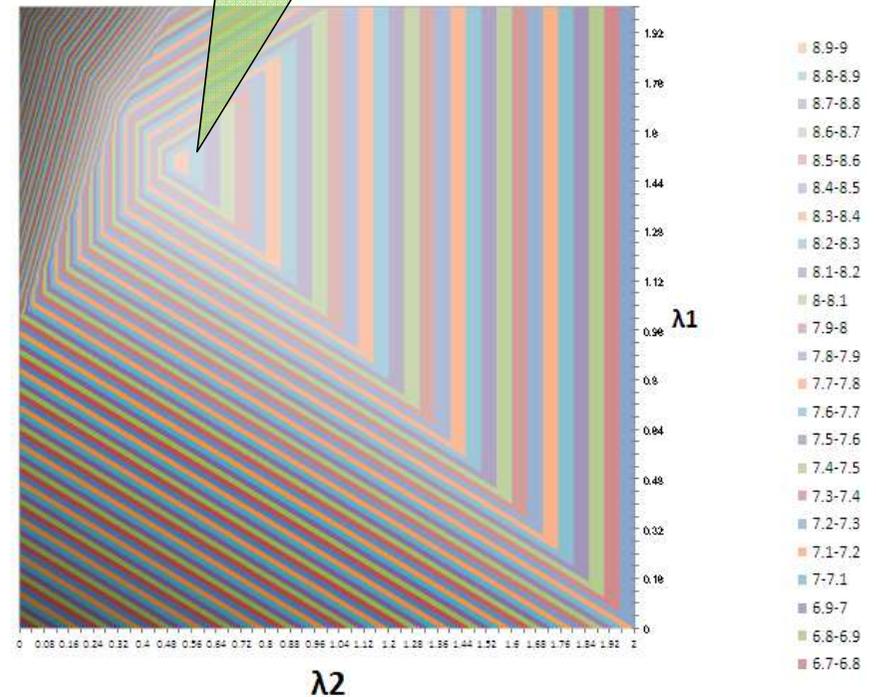
正解は  
 $\lambda_1 = 1.5, \lambda_2 = 0.5$   
 $\theta \leq 0x + 0y + 0.5z + 9$

•  $\theta(\lambda_1, \lambda_2)$  全体の形(凸だが不連続)

問題LPの緩和問題の目的関数値



問題LPの緩和問題の目的関数値



振る舞いは読みにくい

# Open Question(I)

## 我々の戦略(定式化)

- ・ 制約をハード・**セミ**ハード・ソフトに分類  
ウエイトの「インフレ」の回避  
シフト破壊の回避
- ・ オーソドックスな定式化

ハード充足不可  
時のしわよせ先

ウエイト調整の余地  
余剰人員削減  
人数不足偏り防止  
スキルレベル平準化

$$\sum_{s \in \text{Shift}} x_{m,d,s} = 1, m \in \text{Man}, d \in \text{Day}$$

$x_{m,d,s} \in \{0,1\}$  : 変数とする定式化

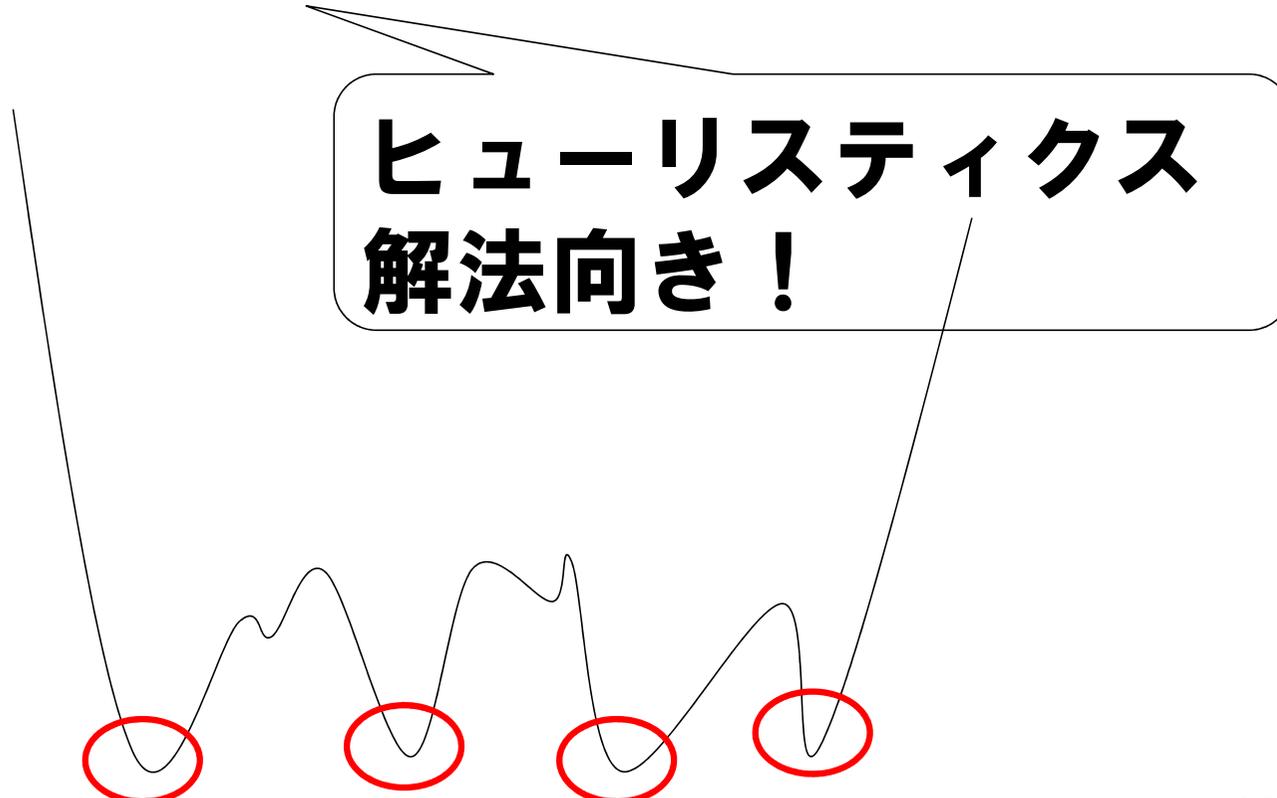
個人が取れるシフトパターン(平均15)

# 良い解・多彩な解を出すための 制約重みの調整方法？

✘ 「10段階のきめ細かな設定が可能です！」

✘ 「ユーザーさまが重みを調整して多様な解を出力できるようにしました！」

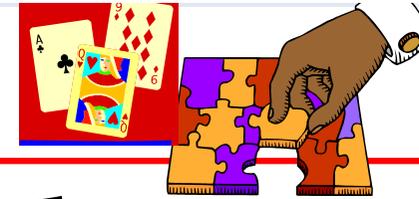
- 制約が多い⇒矛盾が起きやすい
- 対称性が激しい⇒良解が多数



ヒューリスティクス  
解法向き！

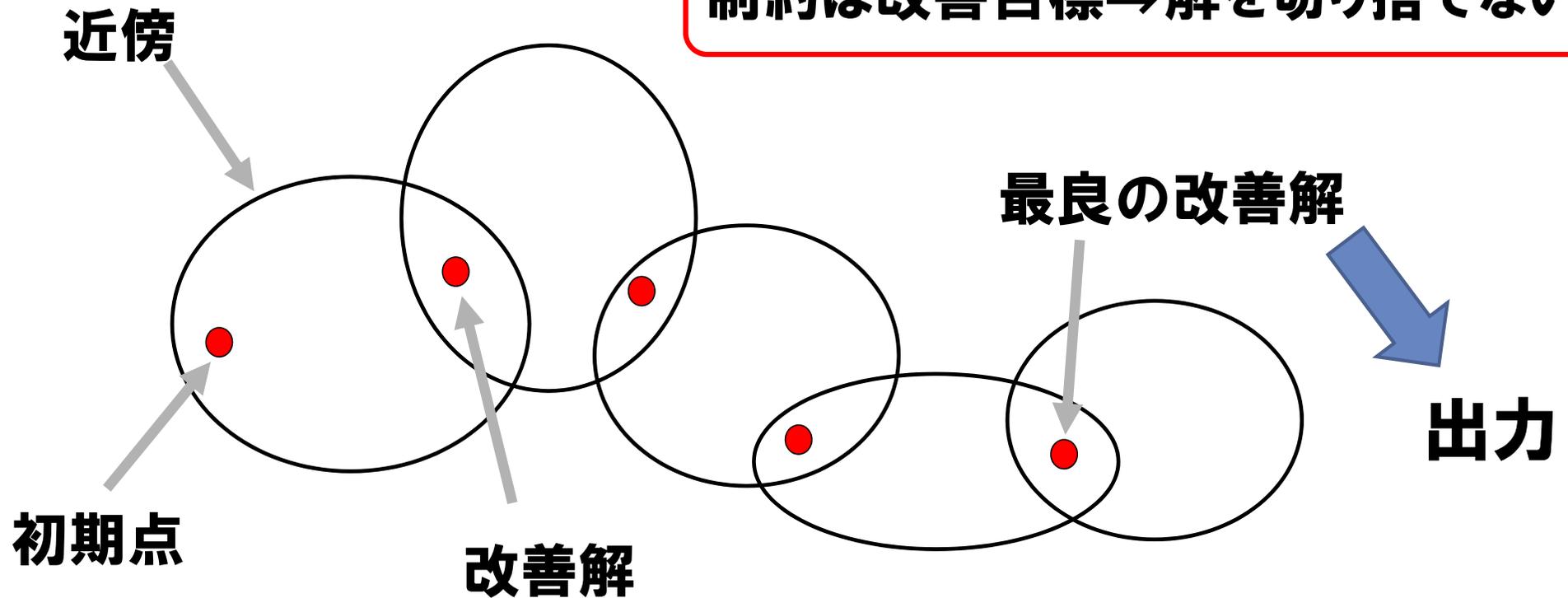
# タブサーチ(近似解法)

ゲーム・パズルの方法



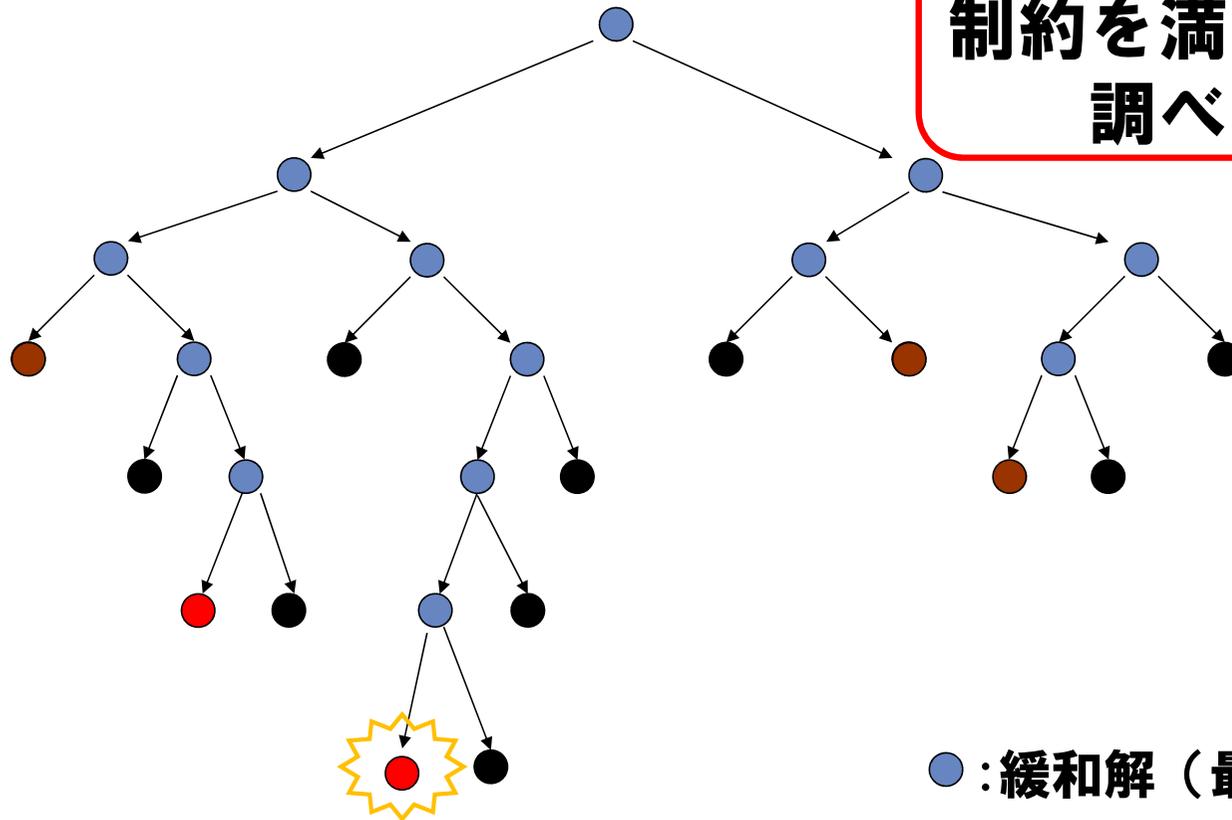
変更を繰り返して  
少しでも手持ちの解を改善する

制約は改善目標⇒解を切り捨てない



# 分枝限定法(厳密解法)

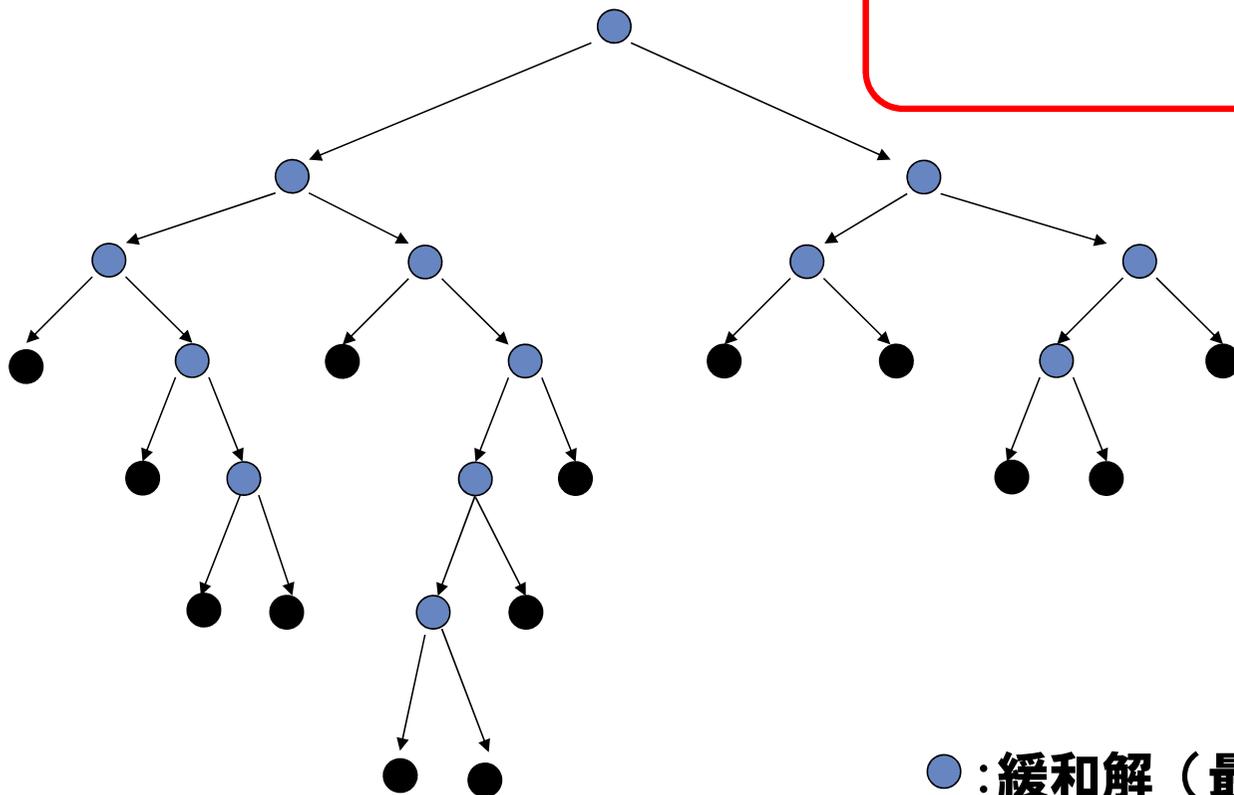
最適解になり得ない種  
制約を満たし得ない種は  
調べずに捨てて絞り込む



最適解⇒出力

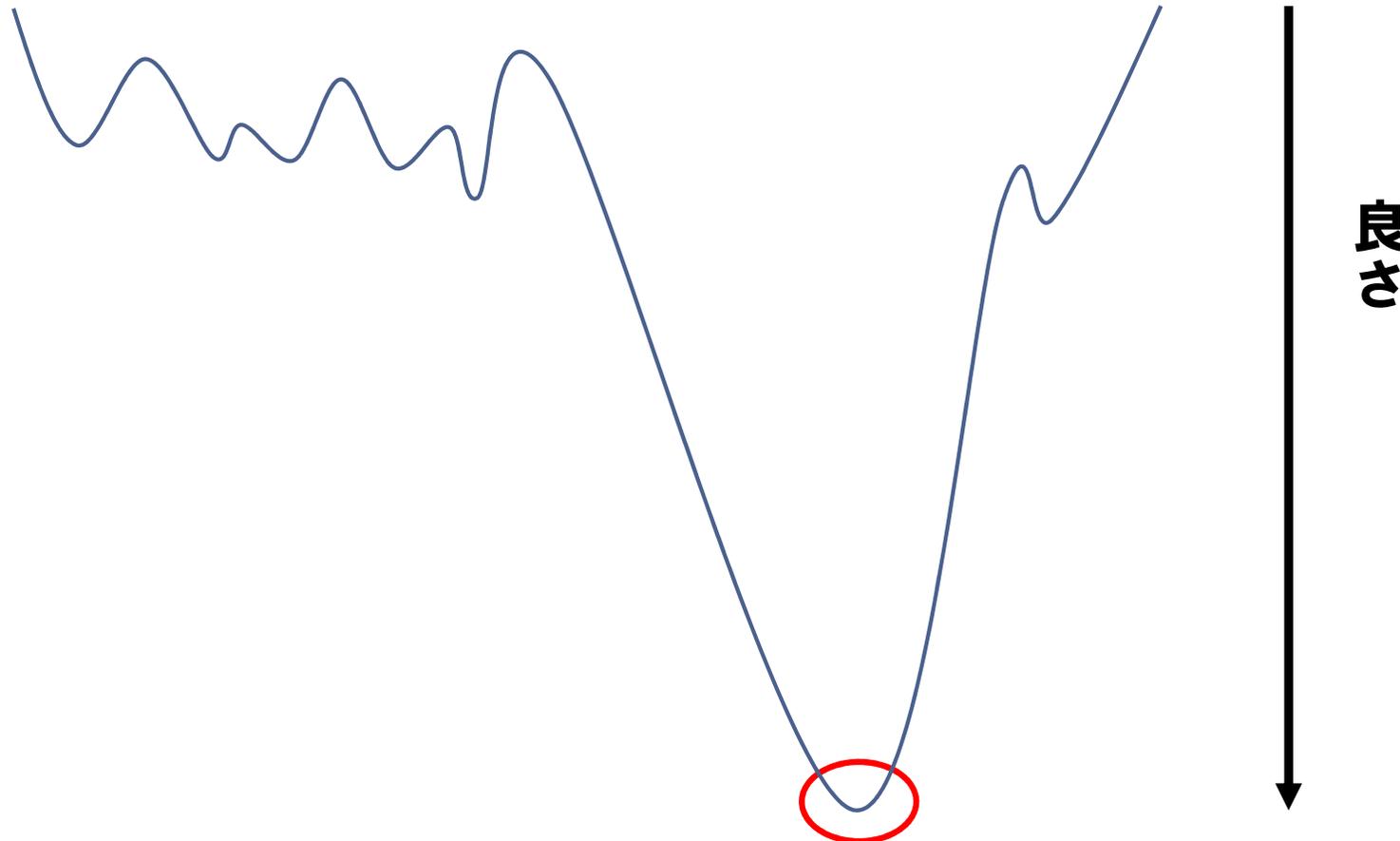
- : 緩和解 (最適解の種)
- : 暫定解 (制約を満たす最適解の候補)
- : 制約を満たし得ない緩和解
- : 最適解になり得ない緩和解

実行不可能⇒最初からやりなおし  
解は出力されない



- : 緩和解 (最適解の種)
- : 暫定解 (制約を満たす最適解の候補)
- : 制約を満たし得ない緩和解
- : 最適解になり得ない緩和解

## に適した問題構造



- 制約と目的関数の区別が明確
- 最適性の尺度が明確
- 最適解の存在が論理的に絞り込める

# スケジューリング作成コンペの結果

## INRC2010 (International Nurse Rostering Competition)

Sprint Track (人数:10, 日数:28, シフト数:4~5, 計算時間:10秒)

分枝限定法ベース

Competitor	Rank
C. Valouxis, C.	
K. Nonobe	
Zhipeng L. And	
E.K. Burke and	
B. Bilgin, P. Der	

Medium Track (人数:30~31, 日数:28, シフト数:5~6, 計算時間:10分)

Competitor	Rank
C. Valouxis, C.	
E.K. Burke and	
K. Nonobe	
Zhipeng L. And	
B. Bilgin, P. Der	

Long Track (人数:49~50, 日数:28, シフト数:6, 計算時間:10時間)

列生成法

Competitor	Rank
C. Valouxis, C. Gogos, G. Goulas, P. Alefragis, E. Housos	1,93
E.K. Burke and T. Curtois	2,27
B. Bilgin, P. Demeester, M. Misir, W. Vancroonenburg, G. Vanden Berghe, T. Wauters	2,60
K. Nonobe	3,73
D. Rizzato, A. Constantino, E. Luiz de Melo, D. Landa-Silva, W. Romão	4,47

WCSP

ほぼすべてヒューリスティック解法

**現場担当者:**

**「AさんとBさんとも、シフトXとシフトYに関する適合度は同じですね」**

**数理:「はい」**

**現場担当者:「ならばAさんばかりシフトXやっているのは修正してください」**

**数理:「...」**

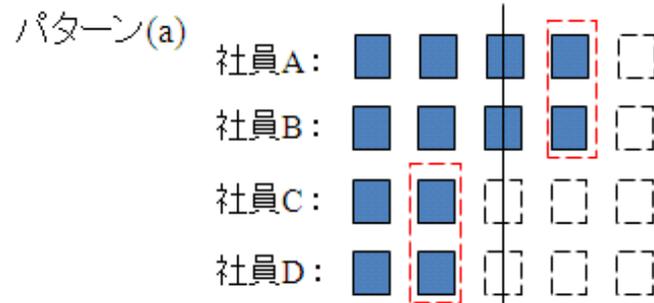
**「平準化」はかなり強い要請だが  
隠れていることが多い**

# 「平準化」≒シフトの質 メタヒューリスティクスが教えてくれた小技

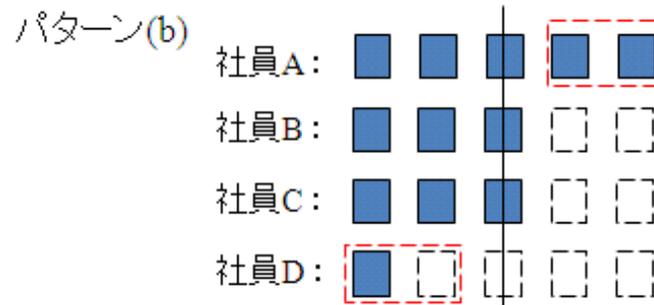
## • 誤り

平準化尺度：
$$\sum_{j \in \text{人}} |\text{理想値} - \text{実績値}_j|$$

理想数



➡ 尺度4



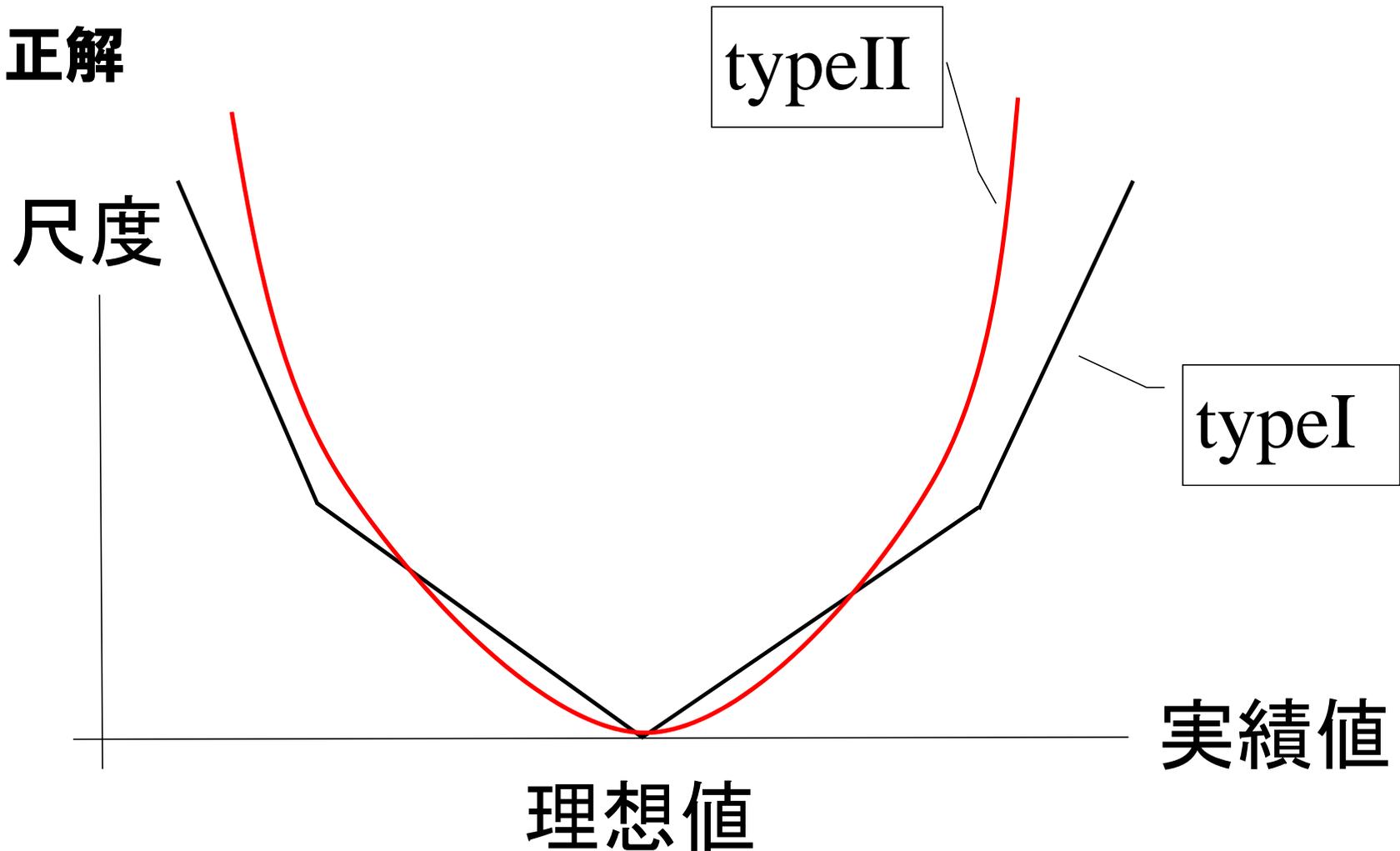
➡ 尺度4

× 差がつかない

# 「平準化」≒シフトの質

## メタヒューリスティクスが教えてくれた小技

- 正解



# 「平準化」≒シフトの質

## メタヒューリスティクスが教えてくれた小技

- サンプル部署での確認

社員数 : 29人

シフト数 : 18勤務

泊まり勤務数合計 : 186

	平準化なし	type I	type II
泊まり数上限	9	9	8
泊まり数下限	3	2	3
泊まり数標準偏差	1.6	1.45	1.2

- モデリング言語 + Excelの利用
  - 手軽な定式変更・変化の直観的な把握
- 開発プロセスの工夫
  - ✗ ウォーターフォール

**• 実担当の方に評価してもらおう**  
**現場の経験者 >> システム担当**

# 典型的な役割分担

NTTデータ  
数理システム



標準化・給与システムとの連携



システム担当

現場担当者



眼前の  
業務

現場担当者



眼前の  
業務

現場担当者



眼前の  
業務

効率化



経営者

数理:「結果を見ていただきましたか」

システム担当:「はい。」

数理:「何か違和感でも」

システム担当:「私、**現場を知らない**のでわかりませんが、**明確な制約違反はない**ので大丈夫でしょう。あとで**現場担当にメール**でもしておきます」

数理:「...」

**数理:「人同士の相性のデータ揃いましたか」**

**システム担当:「現場の人にExcelを渡しておいたのですが..」**

**数理:「何か問題でも？」**

**システム担当:「こんなに入力が面倒なら要らないって..」**

**数理:「...」**

データ入力を少なく抑えることが実は肝要

**現場担当:「シフトに穴が空くんですが」**

**数理:「このシフトに誰も入れないことになってますよ」**

**現場担当:「え！可能性をすべて書かなくてはならないんですか？」**

**数理:「...」**

	シフト1	シフト2	シフト3	シフト4
人1		○		
人2	○		△	
人3		△		
人4				
人5	△	△		
人6			○	
人7	△		△	△

実はシフト担当可能性マトリクスの記述  
は(現場にとって)かなりの難物

# ウォーターフォールはやめましょう！



## STEP1:問題整理

最も重要なところとも言えるが、事前に全てのルールを洗い出すのは困難。検証からフィードバックを繰り返し行うのが使えるシステムを作成するポイントとなる。

## STEP2:プロトタイピング

解けなければ意味がない。大規模問題の場合には変数の数を減らすことや、特別なスキームを用意する等の工夫もときには必要。

## STEP3:検証

手作業で現在作成している方や、作成された答えに基づき行動する担当者の意見をフィードバックすることが大切。必ずしもモデルの開発者とは限らない。

## STEP4:システム化

現在使用しているシステムや、Excel 等の GUI からコールする仕組みを作成する。NUOPT は exe や DLL の形にできるので、平行しての開発も可能。

Aさんが夜勤リーダーのときには、チーム1はC,D,Eのいずれか、チーム2はF,G,Hのいずれかが担当するようにしてください。ただ、CさんとFさんは移ってきたばかりで**慣れてない**ので、夜勤をするとしたら**Kさん**とペアになるようにしてください。日勤については特に制約はないのですが、**1年目の人だけ**になるのはやめてほしいのです。あと夜勤担当は前日も担当した人が申し送りのために一人は2日連続勤務にするようにしてください。8月は夏休みなので各人3日連続で休ませてあげて...

**要望の網羅的実装 ≠ 顧客の満足**

# 「できない」に対する対処の意思疎通

システム担当：

「17日のシフトに空きができますね」

数理：「無理なんです」

システム担当：

「ではバグ票起こしておきます..」

数理：「いえ, そういう話じゃなくて..」

現場担当：「ああ, なるほど,  
これはそもそも**無理**だね」

わりとよくある

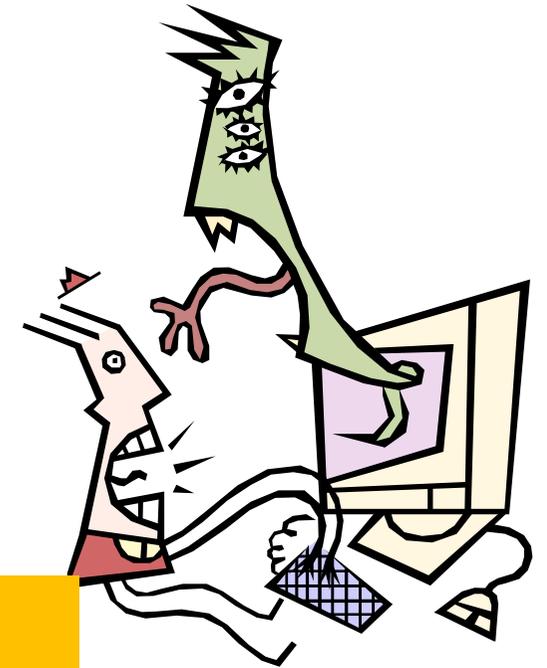
システム作成側：

「度重なる**仕様変更**，  
顧客の**一貫しない態度**，  
予想外に**重たくなるシステム**」

ユーザ側：

「導入効果が**わからない**，  
**使えない**答えばかり出る，  
データ**入力多すぎ**，  
**実行不可能**って何さ？」

全力で避けましょう



数理計画があるのに

- 熟練者には簡単には勝てない
- 現場の実務者の協力が得にくい
- 制約が多彩すぎる
- 守備範囲の設定が**意外と面倒**  
( 勤怠管理システムとの連携 )  
( 何でもできるわけではない )
- 現場が消極的( データ入力が嫌 )
- 良さの定義がまちまち

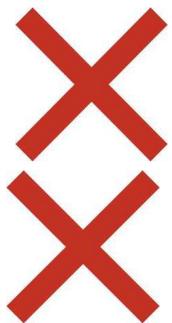
- ・ 省力化
- ・ 平等性
- ・ 部分→全体スケジューリング  
の流を促進

## 主な勝因:

- ・ 緊密なフィードバック
- ・ プロジェクトの到達点の共有
- ・ 高精度な需要予測

## スケジューリング 自動計算の出口？

- ⇒そのまま運用
- ⇒要員シミュレーションとして
- ⇒試行錯誤のベース
- ⇒単なる feasibility study



**「だまってすわれればぴたりと当たる」**

**「大幅なコスト削減」**

- 一日の出面を新人のみとしないような配慮
- 担当者の「思い」を入力する余地
- インタフェースの簡略化
- とっつきの「難しさ」の改善

- **結果の必然性や理由**
- **重要な制約の峻別**
- **重要な変数選択の峻別**
- **より直観的なインタフェース**
  - **サーチエンジン型(キーワード入力, 選択)**
  - **算盤型(振る, 押さえる, 動かす)**

- **解法選択**

- ヒューリスティクスの意義

- **問題の特色**

- **プロジェクトマネジメントによる  
環境設定**

- ゴールの設定

多数の受託解析、  
システム構築事例が  
ございます

お気軽にご相談  
ください

## お問い合わせ

# NTT DATA

株式会社NTTデータ 数理システム

TEL : 03 - 3358 - 6681

FAX : 03 - 3358 - 1727

【URL】 <http://www.msi.co.jp>

【E-mail】 [sales@msi.co.jp](mailto:sales@msi.co.jp)

**各種カスタマイズ・コンサルティングもお受けしております**