

# 市場リスク計量化モデル

～ 主成分分析を用いた国債イールドカーブ変動分析～

東京理科大学工学部第1部経営工学科

岩淵 隆亮

## -目次-

1 . はじめに	3
2 . 研究目的	3
3 . 日本国債	3
4 . イールドカーブ	4
( 1 ) イールドカーブとは	
( 2 ) イールドカーブの利用目的	
5 . 分析対象データ	5
6 . 分析概要	5
7 . S - P L U S による分析結果と考察	6
8 . S - P L U S による分析の流れと S - P L U S の利点	1 1
9 . まとめと今後の課題	1 2

## 1．はじめに

長期金利（10年国債の利回り）は2003年6月の0.43%を底に、2004年6月には一時1.9%を超える水準にまで上昇した。これは日銀の量的緩和政策が始まって以来最も高い水準である。日本の預金取扱機関（郵便貯金を除く）は121兆円と過去に例のない多額の国債を保有しており、金利上昇の影響を受けやすい。今後高まるであろう金利上昇（国債価格下落）による金利変動リスクを考えると、金融機関の経営者や海外を含む債券投資家は国債保有に関する戦略を再考する必要があると考えられる。

## 2．研究目的

金融機関や債券投資家は、市場における債券の金利の動向を分析し、債券ポートフォリオ（資産構成）を見直すことで、債券ポートフォリオの平均を上回るリターンを望む。

本研究では、債券ポートフォリオを保有する側の視点から、債券の金利変動を分析する方法について、日本国債のデータを用い、どういった結果が得られるかを確かめる。

分析する方法については、投資家がイールドカーブを分析する方法として実際に使われている“主成分分析によりイールドカーブの変動を分析する方法”を用いる。

## 3．日本国債

国が国としての機能を果たすためには資金が必要である。その資金を調達するために国は国民から税金を徴収し、道路や橋などのインフラ整備を行っている。

しかし、税金だけでは国の資金をまかなえない場合があるので、その不足分を補うために「国債」が発行される。いわば国債とは、国が借金をする時に、資金を提供した投資家へ発行する「借用証書」のようなものである。

国債にはいろいろ種類があり、大きく「利付債（利付国債）」と「割引債（割引国債）」の2つに分けることができる。

「利付債」とは半年ごとに利子が支払われ、契約した年数（満期）に達すると額面価格（契約時に決めた額）で償還（返却）される債券である。

一方、「割引債」は、額面価格から利息相当分を差し引いた価格で発行され、満期に額面で償還される債券で、途中での利子の支払いはない。

また、「利付債」は、償還期限で中期国債（2年、5年）、長期国債（10年）、超長期国債（15年、20年、30年）の3つに分かれている。（図1）

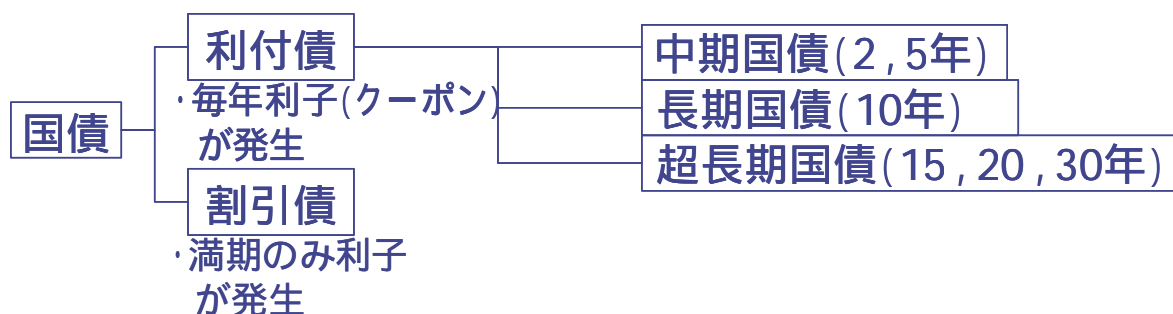


図1：国債の種類

## 4．イールドカーブ

### (1) イールドカーブとは何か

債券の「金利」といった場合、「表面利率」と「利回り」が混同して用いられることが多い。「表面利率」とは、債券について定期的（通常半年ごと）に支払われる利子（クーポン）の大きさを表すものであり、満期まで一定である。一方、「利回り」とは債券を満期まで保有した場合における1年当たりの収益率のことであり、債券市場の動向によって日々変化する。

イールドカーブとは、「利回り」を縦軸、残存年数（満期までの年数）を横軸にとったグラフ上に、異なる種類の債券のデータをプロットすることにより描かれる曲線のことであり、一般的に、残存年数が長いほど利回りが高くなる傾向が強く、イールドカーブの形状は右上がりの曲線となることが多くなっている（図2）。

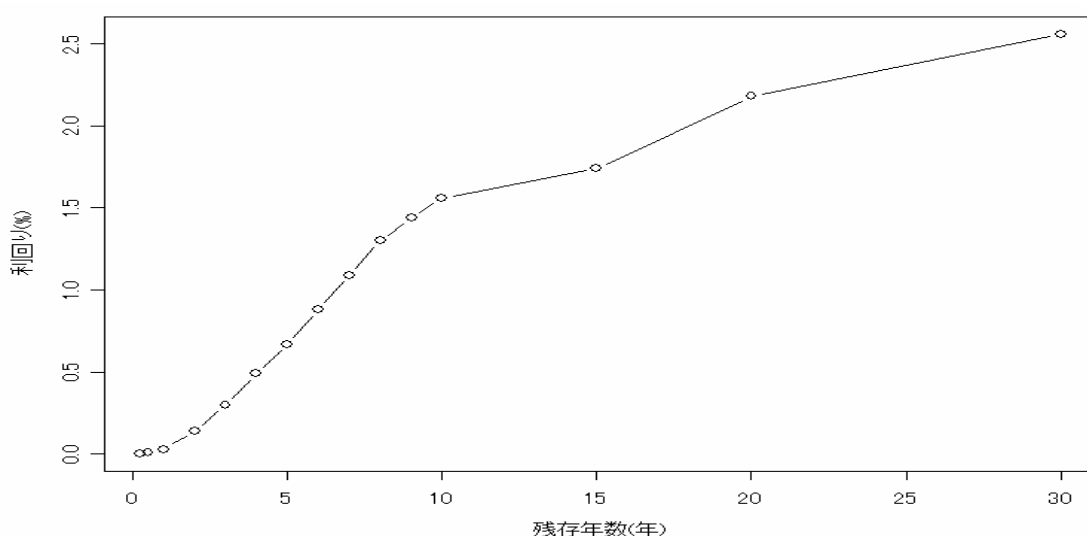


図2：イールドカーブ（2004/11/5）

## (2) イールドカーブの利用目的

イールドカーブは、債券利回りおよび残存期間を比較するための参照ツールとして、いくつかの目的に利用することができる。その主な利用目的を以下に示す。

景気予測の先行指標

イールドカーブは投資家に差し迫った不況を警告し、景気回復、不況の前触れ等の景気予測の先行指標として優れた実績を持っている。

現在保有するポートフォリオよりもリターンの大きい債券ポートフォリオを構築するための分析ツール

イールドカーブの動向を予想することで、債券の運用者は債券ポートフォリオにおいて平均を超過するリターンの獲得を目指すことができる。

の利用目的は経済的側面が強いので、本研究では のイールドカーブの利用目的に着目し分析を進めた。

## 5 . 分析対象データ

今回用いたデータは日本銀行のホームページから入手した。日銀のデータの概要を以下に示す。

- ・ 内容：利付国債の時系列データ（月次）
- ・ 期間：1999年9月～2003年12月
- ・ データの構成：  
2年物～10年物利付国債の利回りにおける月ごとの変化  
(3, 4年物と6～9年物利付国債の利回りについては線形補間を用いて算出した)

## 6 . 分析概要

主成分分析とは、ある事象を構成する複数の変数が互いに関連性を持つ（相関が強い）場合、全ての変数に共通する要因（主成分）を抽出し、その要因から事象全体を説明する手法である。

その主成分分析を用いて2年物から10年物までの利付国債の利回りの月ごとの変化を9つの変数として、イールドカーブの変動をもたらす要因を抽出する。

## 7 . S-PLUS による分析結果と考察

### ( 1 ) 相関係数

まず利付国債の時系列データから満期の異なる債券の月ごとの利回りの変化を求めた。それをもとに、満期の異なる債券の相関係数を求めた。( 表 1 )

表 1 : 満期の異なる債券の相関係数

	10年	9年	8年	7年	6年	5年	4年	3年	2年
10年	1	0.9947	0.974994	0.934412	0.867238	0.771589	0.732391	0.648089	0.497938
9年	0.9947	1	0.992676	0.966083	0.913835	0.832905	0.796508	0.713092	0.559481
8年	0.974994	0.992676	1	0.990203	0.956199	0.89366	0.861046	0.7798	0.624206
7年	0.934412	0.966083	0.990203	1	0.987704	0.947565	0.919922	0.842672	0.68763
6年	0.867238	0.913835	0.956199	0.987704	1	0.985872	0.964435	0.893452	0.742633
5年	0.771589	0.832905	0.89366	0.947565	0.985872	1	0.985798	0.923468	0.78129
4年	0.732391	0.796508	0.861046	0.919922	0.964435	0.985798	1	0.974785	0.875013
3年	0.648089	0.713092	0.7798	0.842672	0.893452	0.923468	0.974785	1	0.960974
2年	0.497938	0.559481	0.624206	0.68763	0.742633	0.78129	0.875013	0.960974	1

表 1 を見ると、隣り合っている金利 ( 例えば 5 年と 6 年 ) の間の相関係数は高いが、期間が離れるほど相関係数は低くなっていくことがわかる。これは期間の近い金利はその変動の連動性が高く、期間が離れるほど連動性が低くなることを表している。

このように、イールドカーブを構成する満期の異なる債券における金利の変化は互いに関連性があるので、主成分分析を用いてイールドカーブの変動パターンに影響を与える共通の要素 ( 主成分 ) を抽出することができる。

そこで、主成分分析を用いて金利変動の中からその変動をもたらしている源となるもの ( ファクター ) の抽出を行った。

(2) 主成分分析の結果と考察  
 累積寄与率

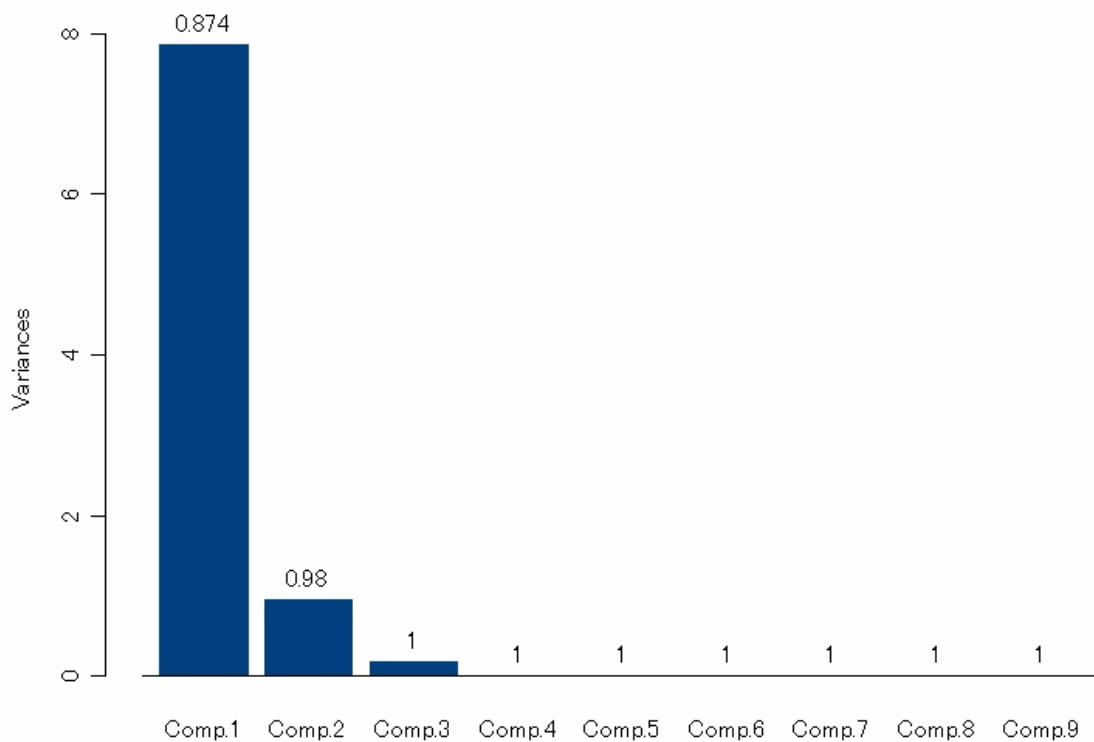


図4：累積寄与率 (comp1:第1主成分)

図2より第2主成分までの累積寄与率は0.98なので、第2主成分まで考えれば十分である。すなわち、第2主成分までで9次元データの持つ情報のうち98%を説明できる。

**因子負荷量**

第1主成分と第2主成分の因子負荷量の値を表2に示す。

表2：因子負荷量

	comp1	comp2
10年	0.31589	-0.4469
9年	0.33059	-0.3693
8年	0.34338	-0.2731
7年	0.35189	-0.1568
6年	0.35323	-0.0231
5年	0.34502	0.12086
4年	0.3438	0.24719
3年	0.32703	0.40408
2年	0.28325	0.57028

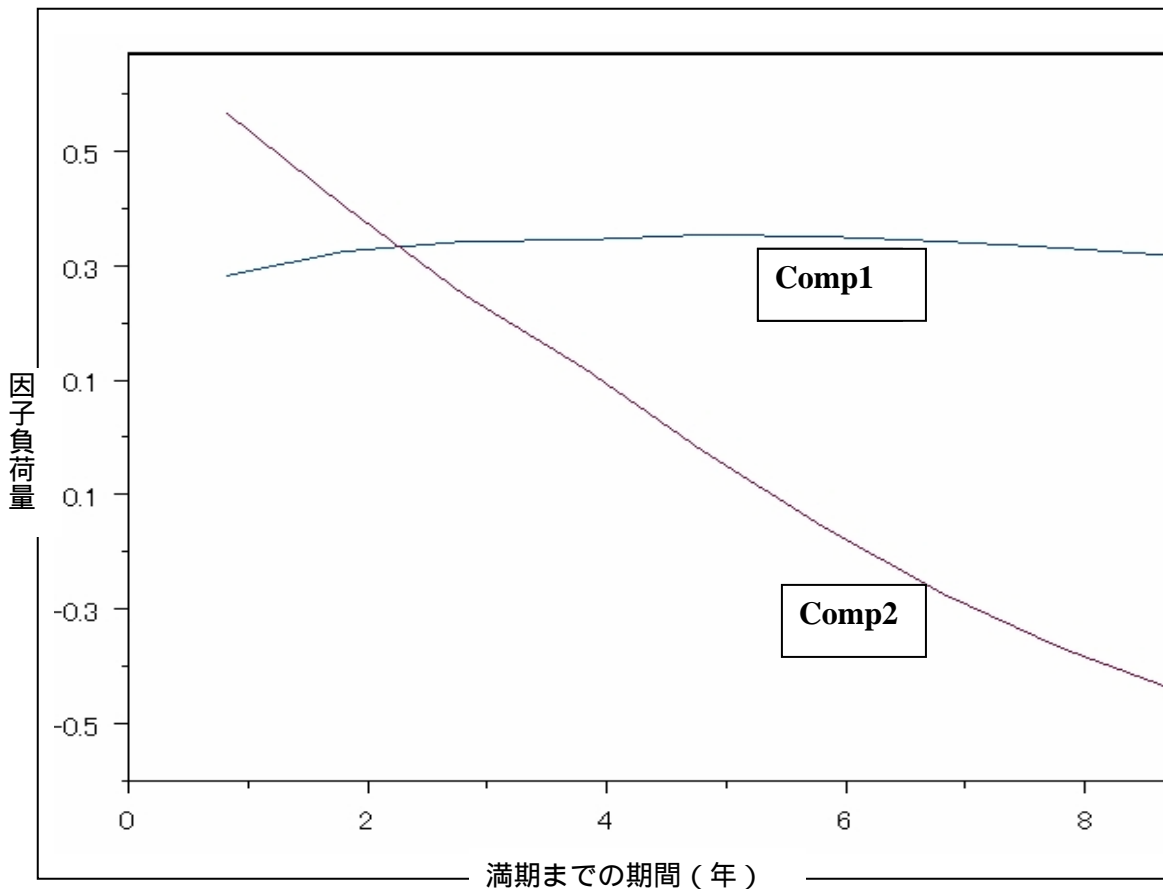


図5：各主成分の意味

因子負荷量の値は表3のようになった。図4は第1、第2主成分の因子負荷量を主成分ごとにグラフで表したものである。

第1主成分は、因子負荷量の値がすべて0.3くらいで、符号がすべて正であることから、イールドカーブの変動の方向を決定する要因であると解釈できる。

第2主成分について、因子負荷量の値が2年～5年（短期債券）は正、6年から10年（長期債券）は負であり、満期までの期間が長くなるほどその値は小さくなっている。このことから、第2主成分はイールドカーブを長期、短期に分けた際のそれぞれのイールドカーブの傾きの変化を決定する要因、つまり長期、短期債券の金利差の拡大縮小を左右する要因であるということがわかる。



## 主成分得点

表 3 に第 1 主成分と第 2 主成分の主成分得点を与える。

表 3 : 主成分得点

	comp1	comp2
1-2ヶ月目	-3.8303	-0.2192
2-	0.7951	-0.3870
3-	3.1346	1.3244
4-	-3.4951	0.6176
5-	3.1204	-0.2934
6-	3.3956	1.3439
7-	-4.0622	1.5185
8-	2.1586	-0.6037
9-	-0.5477	-1.2134
10-	3.2970	2.0287
11-	1.6491	-0.3755
12-	-1.7471	-1.2139
13-	-2.7375	0.4175
14-	-8.8922	-2.5266
15-	-2.0784	1.3711
16-	0.5818	-1.9256
17-	-2.9326	0.1490
18-	2.6421	-0.7021
19-	1.3843	-0.0190
20-	-0.6040	-0.1284
21-	-0.3439	0.0817
22-	1.9281	0.2701
23-	1.2050	-0.6602
24-	1.6247	-0.3448
25-	-2.2591	-0.0339
26-	-0.0182	0.1449
27-	0.3082	0.1783
28-	-0.6827	0.2988
29-	-1.0123	-0.3934
30-	-0.8295	0.0195
31-	0.3242	0.6132
32-	-1.3283	0.8852
33-	0.6416	0.4033
34-	-1.0754	1.1087
35-	-0.1405	0.3979
36-	6.9474	0.8416
37-	-1.7285	0.6546
38-	-1.0113	-2.3437
39-	-0.3488	-0.0895
40-	7.6006	-1.7061
41-	-1.2627	-0.0241
42-	1.1151	0.9611
43-	-0.8853	-0.4262

### 主成分得点の散布図

第 1 主成分得点を横軸、第 2 主成分得点を縦軸として描いた主成分得点の散布図を図 6 に示す。図 6 において、第 1 主成分の性質より右に行くほどイールドカーブの変動が上に平行移動する幅が大きく、左に行くほどイールドカーブの変動が下に平行移動する幅が大きい。また、上に行くほど長短の金利差は縮小し、下に行くほど長短の金利差は拡大する。

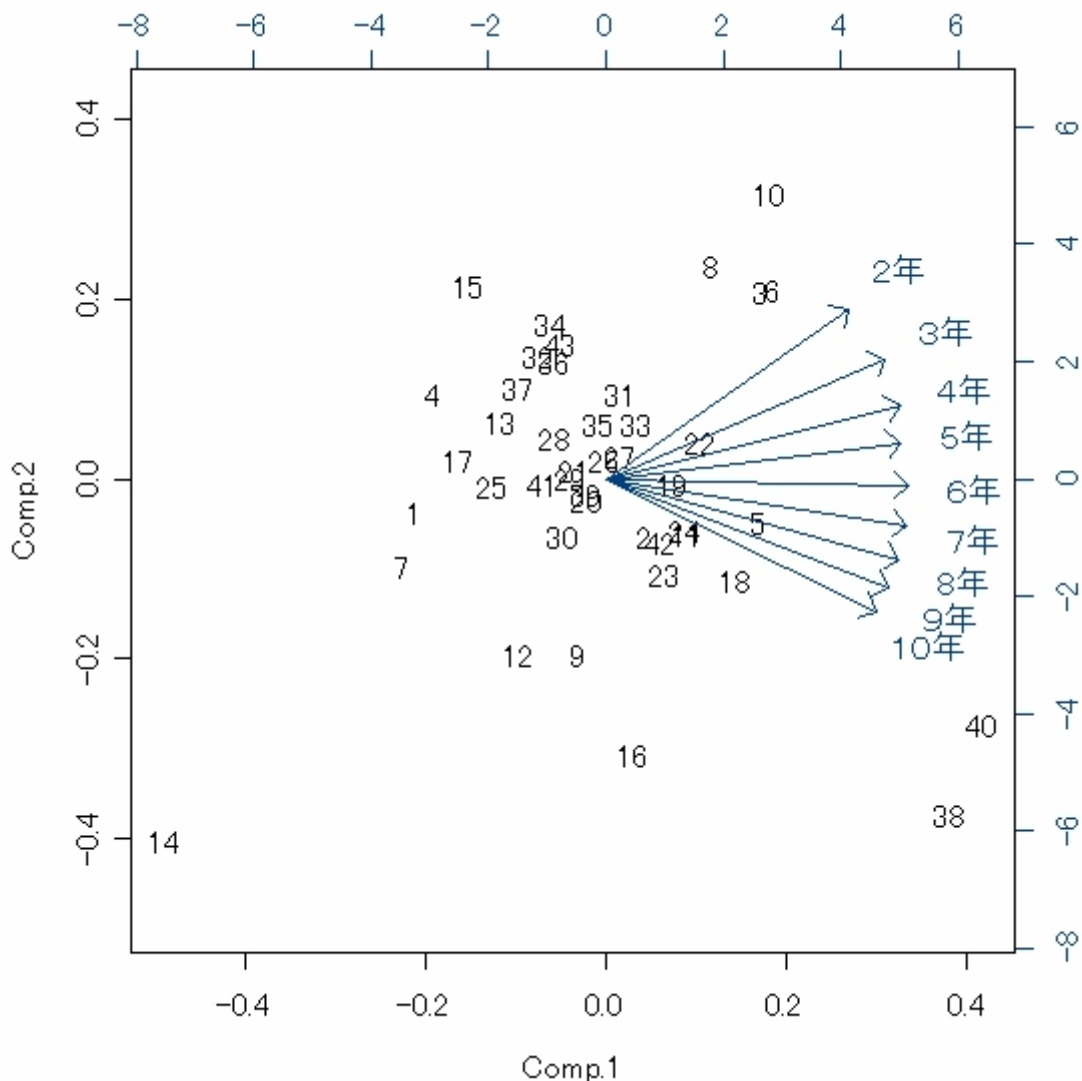


図 6：主成分得点の散布図  
( 1 : 1 ヶ月目から 2 ヶ月目の利回りの変化 )

## 8 . S-PLUS による分析の流れと S-PLUS の利点

### ( 1 ) 分析の流れ ( PROGRAM )

まず利付国債の時系列データから満期の異なる債券の月ごとの利回りの変化を求めた。なお、1999年9月のデータを1ヶ月目とした。

表4：月ごとの利回り変化（データセット名は body）

	10年	9年	8年	7年	6年	5年	4年	3年	2年
1ヶ月目～2ヶ月目	-0.2120	-0.2029	-0.1938	-0.1847	-0.1756	-0.1665	-0.1513	-0.1362	-0.1210
2～3	0.0530	0.0467	0.0404	0.0341	0.0278	0.0215	0.0110	0.0005	-0.0100
3～4	0.0780	0.0857	0.0934	0.1011	0.1088	0.1165	0.1293	0.1422	0.1550
4～5	-0.2100	-0.2059	-0.2018	-0.1977	-0.1936	-0.1895	-0.1377	-0.0858	-0.0340
5～	0.1360	0.1404	0.1448	0.1492	0.1536	0.1580	0.1137	0.0693	0.0250
6～	0.0500	0.0742	0.0984	0.1226	0.1468	0.1710	0.1573	0.1437	0.1300
7～	-0.1760	-0.1814	-0.1868	-0.1922	-0.1976	-0.2030	-0.1787	-0.1543	-0.1300
8～	-0.0140	0.0098	0.0336	0.0574	0.0812	0.1050	0.1100	0.1150	0.1200
9～	0.0470	0.0272	0.0074	-0.0124	-0.0322	-0.0520	-0.0617	-0.0713	-0.0810
10～	0.0480	0.0622	0.0764	0.0906	0.1048	0.1190	0.1477	0.1763	0.2050
11～	0.1080	0.0958	0.0836	0.0714	0.0592	0.0470	0.0380	0.0290	0.0200
12～	-0.0160	-0.0336	-0.0512	-0.0688	-0.0864	-0.1040	-0.1060	-0.1080	-0.1100
13～	-0.1460	-0.1376	-0.1292	-0.1208	-0.1124	-0.1040	-0.0793	-0.0547	-0.0300
14～	-0.3340	-0.3452	-0.3564	-0.3676	-0.3788	-0.3900	-0.3867	-0.3833	-0.3800
15～	-0.3020	-0.2546	-0.2072	-0.1598	-0.1124	-0.0650	-0.0563	-0.0477	-0.0390

次に、表4をもとに満期の異なる債券の月ごとの相関係数を求めた。

相関係数を求める際のコマンドを以下に示す。（以下同様）

```
> cor(body)
```

そして、表2における相関係数行列から主成分分析を始める。関数 Pr1 に主成分分析の関数 princomp を入れた。

```
> pr1 <- princomp(body,cor=T)
```

累積寄与率の求め方、結果を以下に示す。

```
> vv=sum(pr1$sdev^2)
```

```
> cumsum(pr1$sdev^2/vv)
```

```
Comp.1    Comp.2 Comp.3 Comp.4 Comp.5 Comp.6 Comp.7 Comp.8 Comp.9
0.8742985 0.9804329      1      1      1      1      1      1      1
```

図4は以下のコマンドから得られる。

```
> plot(pr1)
```

第1主成分と第2主成分の因子負荷量の求め方を以下に示す。

```
> loadings(pr1)[,1:2]
```

( 図5 参照 )

主成分得点の求め方を以下に示す。

```
> pr1$scores
```

## (2) S-PLUS の利点

本研究では主に主成分分析の解析目的に S-PLUS を用いてきた。実際に使用してみて感じた S-PLUS の利点は計算速度の速さである。また、コマンドラインを用いての操作も扱いやすい。

## 9. まとめと今後の課題

主成分分析の結果、イールドカーブの変動は2つの主成分によってほとんど説明できるということがわかった。このことは、2つの変数をコントロールすれば、金利変動全体のリスクをコントロールできることを表している。つまり、コントロールすべき変数の数を大幅に削減できたことになる。

今回は、もとのデータには存在しない債券(3年物、4年物の国債等)の利回りのデータに関しては線形補間を用いて補ったのだが、今後は3次スプライン補間(観測ポイント間をそれぞれ別の3次関数で滑らかにつながるように補間する方法)を用いてデータ精度を高めていきたい。

## 参考文献

- [1] 高橋乗宣・川上清市・奥村研：「日本国債」，かんき出版(2002)
- [2] 木島正明：「金融リスクの計量化 バリュース・アット・リスク」，金融財政事情研究会(2000)
- [3] 山下智志：「市場リスクの計量化と VaR」，朝倉書店(2000)
- [4] ツヴィ・ボディ，アレックス・ケイン，堀内昭義：「証券投資(上)」，東洋経済新報社
- [5] 永田靖・棟近雅彦：「多変量解析法入門」，サイエンス社(2003)
- [6] 「Bloomberg.co.jp」<http://www.bloomberg.co.jp/>
- [7] 「日本銀行」[http://www.boj.or.jp/stat/dlong\\_f.htm](http://www.boj.or.jp/stat/dlong_f.htm)