

空間効果を考慮した多項離散選択モデルによる 土地利用分布の推定

吉田 崇紘

筑波大学大学院 システム情報工学研究科 博士前期課程

位置情報を持ったデータ: 空間データの特性

- 空間依存性

- 地理学の第一法則 (Tobler, 1970)

- “Everything is related to everything else, but **near things are more related** than distant things.”

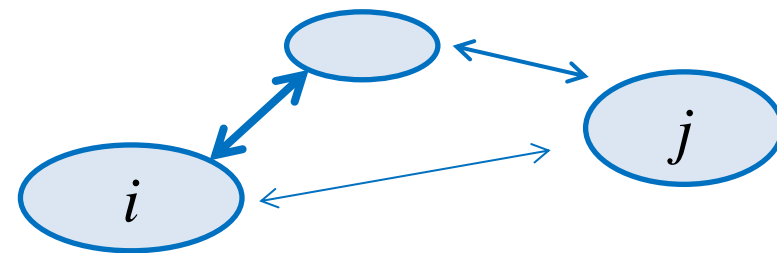
- 空間計量経済学では、近接性を表す行列: 空間重み行列 W によって表現される

- W の要素 w_{ij} の定義の例:

$$w_{ij} = \left(\frac{1}{d_{ij}} \right)^2$$

$$w_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{if } i \text{ is contiguous with } j \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

線の太さの大小: 関係性の強弱を表現



空間依存性を考慮しないと... ⇒ 推定精度不良を招く

空間離散選択モデル

- 空間依存性を考慮した被説明変数が質的データのモデル

$$\mathbf{u}_j = \rho_j \mathbf{W} \mathbf{u}_j + \mathbf{X} \boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}_j$$

近接するデータの効用は似通る

\mathbf{u}_j : 選択肢jを選んだときの効用のベクトル
 ρ_j : 選択肢jを選んだときの空間ラグパラメータ

W : 空間重み行列
 X : 説明変数行列

β : パラメータ
 ε_j : 誤差ベクトル

例: 土地利用分布推定モデル

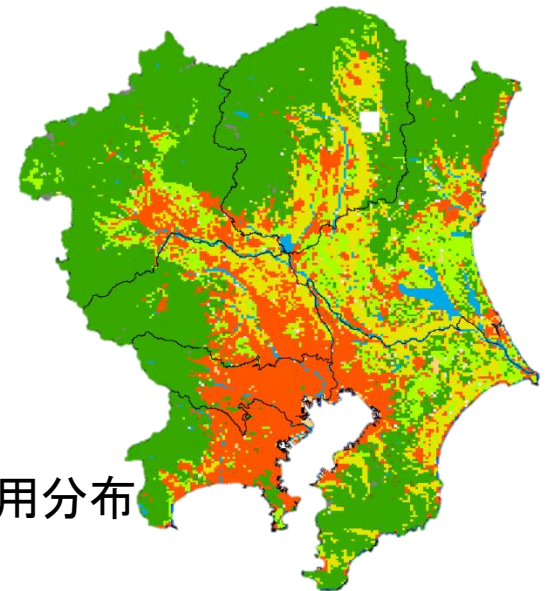
説明変数(属性)

人口
標高
傾斜
, etc.



土地利用(選択肢)

建物用地
森林
田
水域



土地利用分布

近接するデータの土地利用は似通る

空間離散選択モデルの推定法

- 空間離散選択モデルの対数尤度関数(一般形)
(Smirnov, 2010)

$$\ln P(\mathbf{y}|\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\beta}) = \ln \left(\int \cdots \int \left(\prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^M I(u_{ij} > u_{ik}) \right) f_{\boldsymbol{\varepsilon}}(\boldsymbol{\varepsilon}_{11}, \dots, \boldsymbol{\varepsilon}_{nm}) d\boldsymbol{\varepsilon} \right)$$

- 欠点: 内生変数項の存在で計算負荷が非常に高い
(Smirnov, 2010)
- 選択肢が二値(二項)のケースの汎用な推定法は存在
(e.g., Klier and McMillen, 2008)
- 選択肢が多値(多項)のケースの推定法は未確立
(Smirnov, 2010)

実用的な空間多項離散選択モデルを提案できないか...?

背景と目的

- 空間離散選択モデルの隆盛
 - e.g., McMillen, 1992; Chakir and Parent, 2009
 - 近年の空間計量経済学におけるホットピックの一つ
(Anselin, 2009; Pinkse and Slade, 2010)
 - 多項モデルにおけるモデリング・推定法は未確立 (Smirnov, 2010)
 - ✓ 従来 of 推定法は計算負荷が高



本研究の目的:

空間多項離散選択モデルにおける実用的な手法を提案

空間依存性を考慮する方法

- 固有ベクトル空間フィルタリング法 (ESF) (Griffith, 2003)
 - Eigenvector-based Spatial Filtering
 - 空間統計学の手法
 - 利点
 - モラン統計量内の近接性を表す行列の固有ベクトルを説明変数に追加するだけで空間依存性を考慮可能
 - 計算負荷の大きい推定法が不要
 - 固有ベクトルとそのパラメータの線形和が潜在的な空間分布と解釈可能



ESFを多項離散選択モデルに援用
空間計量経済学とは異なるアプローチを提案

固有ベクトル空間フィルタリング法の手順

Step:

1. 隣接行列(ルーク型)Cの生成

C: $n \times n$ の隣接行列
I: $n \times n$ の単位行列
1: $n \times 1$ の全要素が 1 のベクトル
n: サンプル数

m_1	m_2	m_3
m_4	m_5	m_6
m_7	m_8	m_9

対象データの
位置関係



$$C = \begin{matrix} & \begin{matrix} m_1 & m_2 & m_3 & m_4 & m_5 & m_6 & m_7 & m_8 & m_9 \end{matrix} \\ \begin{matrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \\ m_4 \\ m_5 \\ m_6 \\ m_7 \\ m_8 \\ m_9 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ & & & & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ & & & & & 0 & 0 & 0 & 1 \\ & & & & & & 0 & 1 & 0 \\ & & & & & & & 0 & 1 \\ & & & & & & & & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

2. Cの変形(行基準化)

$$\Omega = (\mathbf{I} - \mathbf{1}\mathbf{1}^T/n)\mathbf{C}(\mathbf{I} - \mathbf{1}\mathbf{1}^T/n)$$

3. 固有ベクトルの算出

$$\tilde{\mathbf{E}} = \text{eigenvector}[\Omega] \equiv \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_n\}$$

4. 追加する固有ベクトルの選定 (e.g., AIC最小化基準)

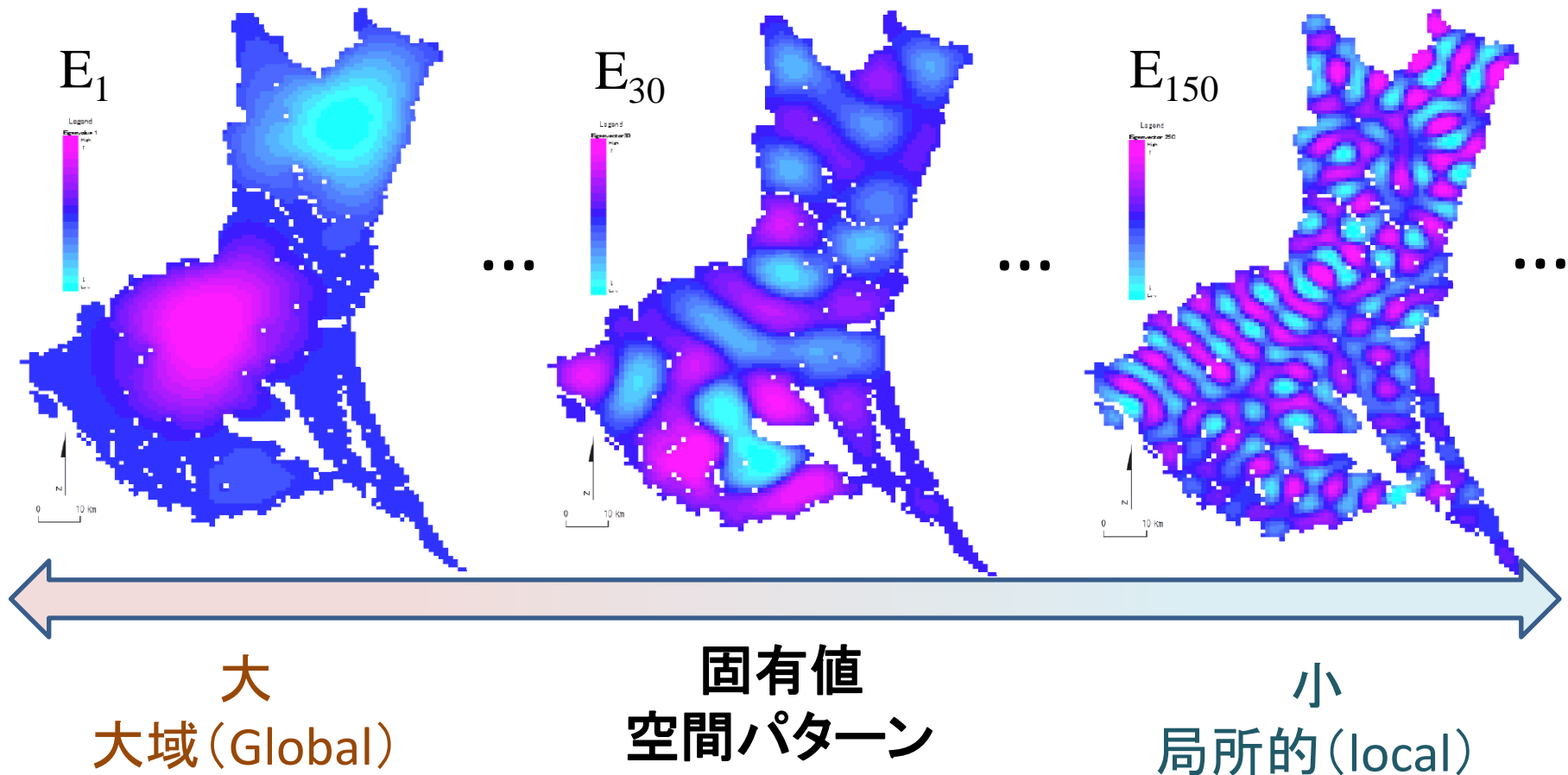
$$\mathbf{E} = \text{subset}(\tilde{\mathbf{E}})$$

5. モデルの説明変数に追加

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{E}\boldsymbol{\gamma} + \boldsymbol{\varepsilon}$$

算出した固有ベクトル

図はArcGIS 10.2を用いて出力



後述するモデルにおいて、AIC最小化基準のもと、
選定された固有ベクトルの数は488であった。

ESF法を用いて空間依存性を考慮した 多項離散選択モデル

- 各選択肢の選択確率 p_{ij}

固有ベクトルの追加

$$p_{ij} = \Pr(y_i = j) = \frac{\exp(\mathbf{X}_i^T \boldsymbol{\beta}_j + \mathbf{E}_i^T \boldsymbol{\gamma}_j)}{\sum_{j=0}^J \exp(\mathbf{X}_i^T \boldsymbol{\beta}_j + \mathbf{E}_i^T \boldsymbol{\gamma}_j)}$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

$$j = 0, 1, \dots, J$$

$$\boldsymbol{\beta}_0, \boldsymbol{\gamma}_0 = \mathbf{0}$$

P_{ij} : selection probability

\mathbf{E}_i : eigenvectors

\mathbf{x}_i : explanatory variables

$\boldsymbol{\beta}_j, \boldsymbol{\gamma}_j$: parameters for Alt. j

➤ 対数尤度関数

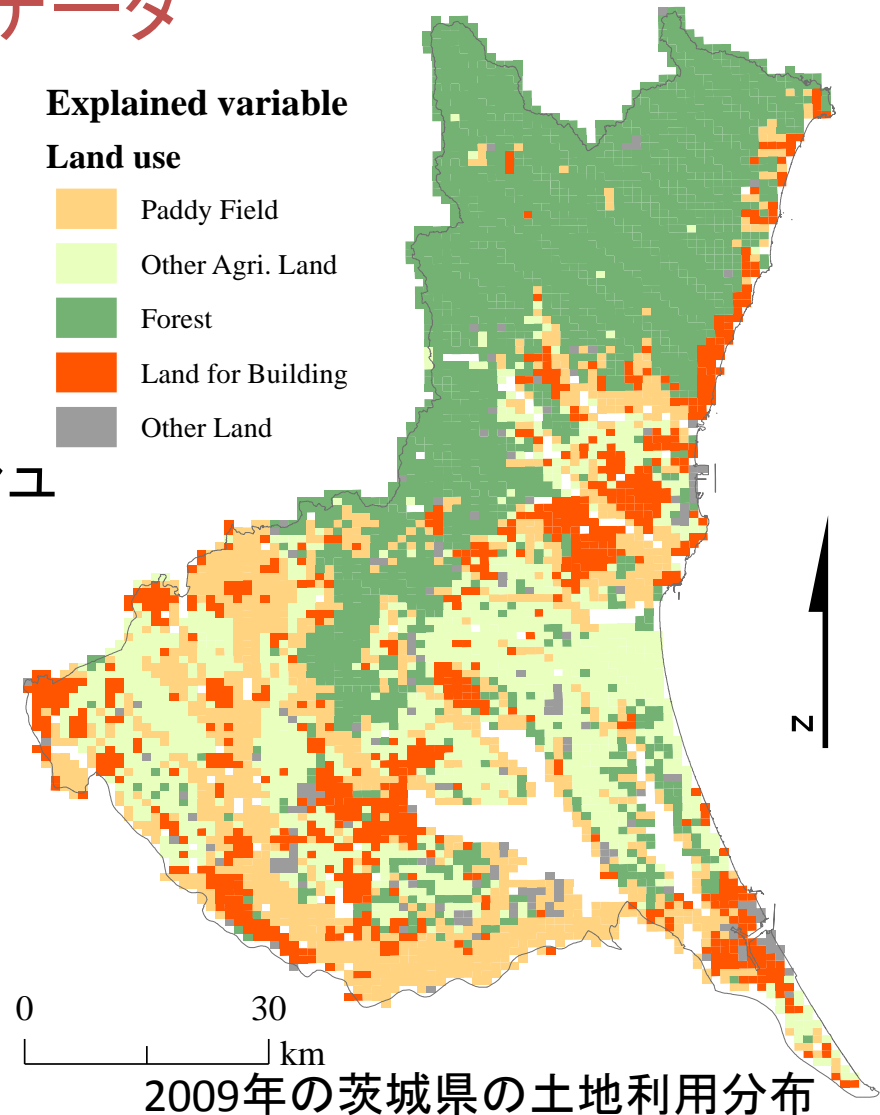
- 通常が多項離散選択モデルと同一

$$L = \prod_{i=1}^n \prod_{j=0}^J p_{ij}^{d_{ij}}, \quad d_{ij} = \begin{cases} 1, & y_i = j \\ 0, & y_i \neq j \end{cases}$$

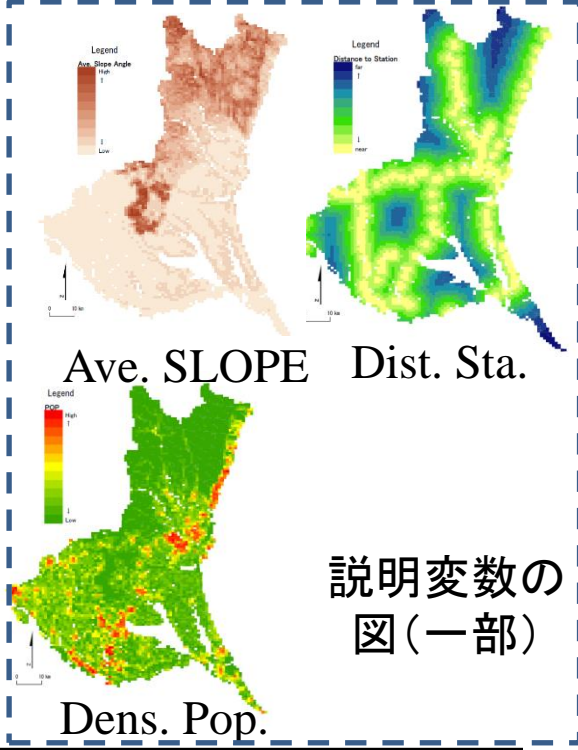
実証分析

- 推定対象データ: 土地利用データ

- 範囲: 茨城県
- 時点: 2009
- 分類数: 5
- サンプル数: 5,614
- 集計単位: 1 Km × 1 Kmメッシュ
- 出所: 国土数値情報



使用するデータ

Variable	Description	Source of data
Land Use	土地利用区分 (Paddy Field: 1, Other Agri. Land: 2, Forest: 3, Land for Building: 4, Other Land: 0)	土地利用3次メッシュ, NLNI
Dens. POP	人口密度 [人/km ²]	Census 2005
Dist. Sta.	メッシュ重心点から最寄駅までの直線距離 [km]	鉄道時系列, NLNI
Ave. SLOPE	平均傾斜度 [度]	標高・傾斜度3次メッシュ, NLNI
GEOM2	微地形区分が山麓地: 1, otherwise: 0	 <p>JEGCM</p> <p>Ave. SLOPE Dist. Sta.</p> <p>Dens. Pop.</p> <p>説明変数の図(一部)</p>
GEOM3	微地形区分が丘陵: 1, otherwise: 0	
GEOM8	微地形区分が砂礫質台地: 1, otherwise: 0	
GEOM9	微地形区分がローム台地: 1, otherwise: 0	
GEOM10	微地形区分が谷底低地: 1, otherwise: 0	
GEOM12	微地形区分が自然堤防: 1, otherwise: 0	
GEOM13	微地形区分が後背湿地: 1, otherwise: 0	
GEOM15	微地形区分が三角州・海岸低地: 1, otherwise: 0	
GEOM16	微地形区分が砂州・砂礫州: 1, otherwise: 0	
GEOM17	微地形区分が砂丘: 1, otherwise: 0	
GEOM18	微地形区分が干拓地: 1, otherwise: 0	

NLNI: 国土数値情報. Census: 国勢調査. JEGCM: 日本の地形・地盤デジタルマップ(若松ら, 2005)

社会経済的条件

地理的条件

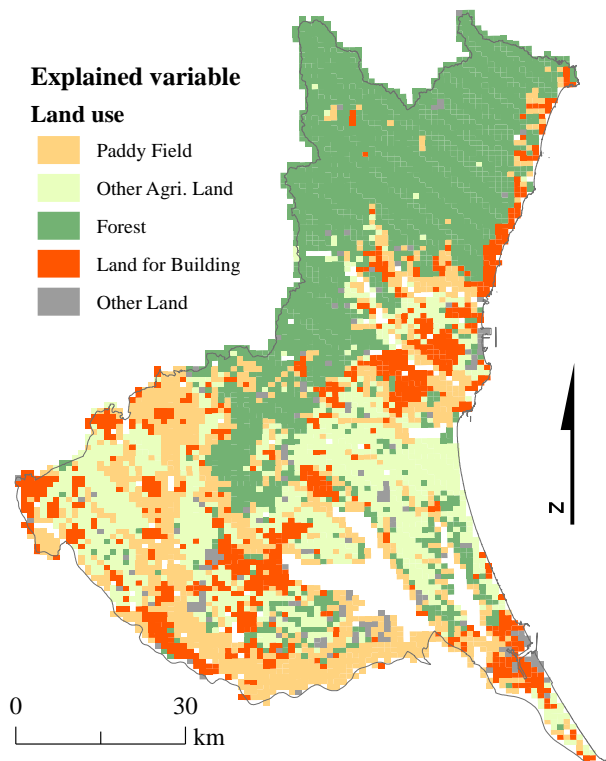
推定結果

被説明変数

Explained variable

Land use

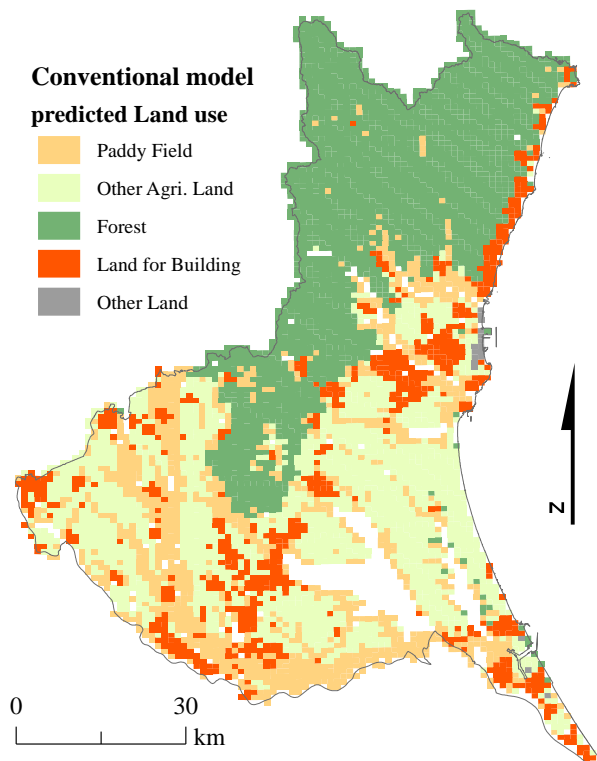
- Paddy Field
- Other Agri. Land
- Forest
- Land for Building
- Other Land



Conventional モデル

Conventional model
predicted Land use

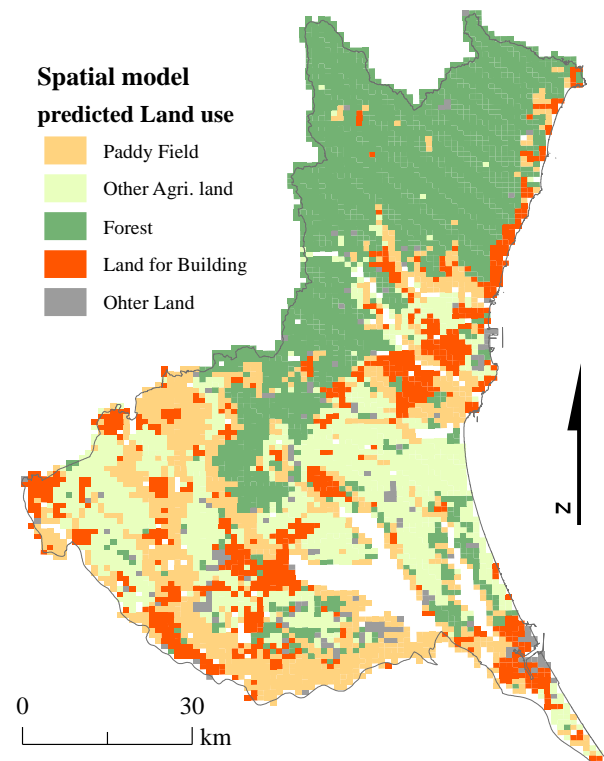
- Paddy Field
- Other Agri. Land
- Forest
- Land for Building
- Other Land



Spatialモデル

Spatial model
predicted Land use

- Paddy Field
- Other Agri. land
- Forest
- Land for Building
- Other Land



Conventional

Spatial

的中率 [%]

76.9

89.2

AIC

7435.8

6845.6

尤度比

$8443.5 > \chi^2_{0.05} (448) = 498.3$

各土地利用分類ごとの的中率

推定結果の各カテゴリーの数

被説明変数の各カテゴリーの数

	Paddy Field	Other Agri. Land	Forest	Land for Building	Other Land	Total
upper: Conventional						
lower: Spatial						
Paddy Field	901 (71.51%)	228 (18.10%)	84 (6.67%)	47 (3.73%)	0 (0.00%)	1260
	1075 (85.32%)	86 (6.83%)	60 (4.76%)	32 (2.54%)	7 (0.56%)	1260
Other Agri. Land	129 (11.01%)	936 (79.86%)	63 (5.38%)	44 (3.75%)	0 (0.00%)	1172
	82 (7.00%)	1005 (85.75%)	49 (4.18%)	31 (2.65%)	5 (0.43%)	1172
Forest	55 (2.50%)	233 (10.59%)	1890 (85.91%)	18 (0.82%)	4 (0.18%)	2200
	35 (1.59%)	78 (3.55%)	2076 (94.36%)	8 (0.36%)	3 (0.14%)	2200
Land for Building	56 (6.87%)	155 (19.02%)	19 (2.33%)	582 (71.41%)	3 (0.37%)	815
	40 (4.91%)	57 (6.99%)	7 (0.86%)	705 (86.50%)	6 (0.74%)	815
Other Land	21 (12.57%)	87 (52.10%)	42 (25.15%)	7 (4.19%)	10 (5.99%)	167
	7 (4.19%)	3 (1.80%)	7 (4.19%)	4 (2.40%)	146 (87.43%)	167
Total	1162	1639	2098	698	17	5614
	1239	1229	2199	780	167	5614

まとめ

- ESF法の多項離散選択モデルへの適用
 - 空間多項離散選択モデルにおける新たな手法を提案
 - ESFによる空間依存性を考慮することで, AIC, 的中率が向上

今後の課題

- 各選択肢ごとの潜在的な空間パターンの出力
- 空間多項離散選択モデルと本手法の精度比較
- 土地利用分布の将来予測
 - 動的なモデルへ
- 離散選択モデルの残差における空間依存性測度の開発

固有ベクトルの算出コード

```
## 隣接行列の読み込み
```

```
ContigMat <- read.csv(===)
```

```
## 単位行列の生成
```

```
I <- diag(n)
```

```
## 1を全要素に持つベクトルの生成
```

```
zero.vector <- numeric(n) # 0ベクトルの生成
```

```
one.vector <- zero.vector + 1 # 全要素に1を足す
```

```
## 固有ベクトルを計算する行列の算出
```

```
mat1 <- one.vector %*% t(one.vector) / n
```

```
InegMat1 <- I - mat1
```

```
WforESF <- InegMat1 %*% ContigMat %*% InegMat1
```

```
## 固有ベクトルの算出
```

```
z <- eigen(WforESF)
```

```
Eigenvectors <- Z$vector[,1:n]
```

参考文献

- Anselin, L., 2009. Thirty years of spatial econometrics. *Papers in Regional Science*, **89** (1), 3–25.
- Chakir, R. and Parent, O., 2009. Determinants of land use change: A spatial multinomial probit approach. *Papers in Regional Science*, **88** (2), 327–344.
- Griffith, D. A., 2003. *Spatial Autocorrelation and Spatial Filtering: Gaining Understanding Through Theory and Scientific Visualization*, Springer.
- McMillen, D. P., 1992. Probit with spatial autocorrelation. *Journal of Regional Science*, **32** (3), 335–348.
- Klier, T. and McMillen, D. P., 2008. Clustering of Auto Supplier Plants in the United States: Generalized Method of Moments Spatial Logit for Large Samples. *Journal of Business & Economic Statistics*, **26** (4), 460–471.
- Pinkse, J. and Slade, M. E., 2010. The future of spatial econometrics. *Journal of Regional Science*, **50** (1), 103–117.
- Smirnov, O. A., 2010. Modeling spatial discrete choice. *Regional Science and Urban Economics*, **40**, 292–298.
- Tobler, W., 1970. A computer movie simulating urban growth in the Detroit region. *Economic Geography*, **46** (2), 234–240.
- 若松加寿江, 松岡昌志, 杉浦正美, 久保純子, 長谷川浩一 (2005): 「日本の地形・地盤デジタルマップ」, 東京大学出版.