機会コストを考慮した指値板最適執行戦略

慶應義塾大学大学院理工学研究科
修士課程 1 年 大久保友博

1. はじめに

生命保険会社や年金基金等の機関投資家は、ポートフォリオのリバランスを行う際、大量の株式売買を行う必要がある。その売買量は個人投資家と比較して非常に大きくなるため、様々な制約やコストを被る可能性がある。そのひとつに、マーケットインパクトコスト（Market Impact Cost, 以下 MI コスト）があり、「自身の取引により市場の需給に影響を与えることで、価格が不利な方向に動く」コストと定義される。一般に、生命保険会社や年金基金は、将来の支払いへの対応といった投資目的を持ち、その目的に応じてポートフォリオを構築する。大口の取引から生じるコストは、最終的なパフォーマンスに非常に大きな影響を与えるため、当初の投資目的を達成するためには、MI コストを定量的に把握し、かつ減少させることが不可欠となる。その抑制には、注文を小口に分割し執行することが有効だとされるが、残った注文は終始価格変動のリスクに晒される。これはタイミングコスト（Timing Cost）と呼ばれ、MI コストとはトレードオフの関係にある[1]。これら二つの取引コストのトレードオフを最適化問題として定式化し、「すでに決められた金融資産の取引を、決められた期間内に最小のコストで行う」ための注文戦略を最適執行戦略と呼ぶ。 図 1 に示すように、世界全体を通じ、保険会社や年金基金による運用の増大が予想される中、各社のパフォーマンスのみならず、社会的意義を勘案するに、最適執行戦略を議論する意味は今後益々大きくなると考えられる[2]。

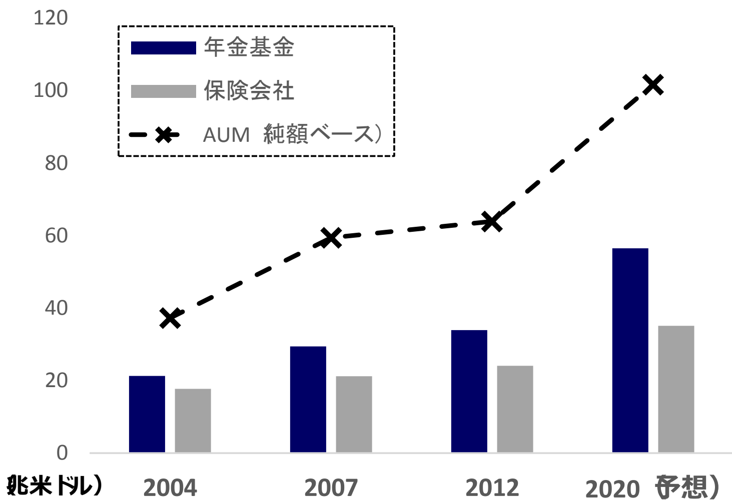

図 1 AUM と主体別運用資産の推移予測

[1] MI コストを抑えるために注文を小口に分割すると、執行に多くの時間をかける必要性が生じ、タイミングコストは大きくなる。一方、タイミングコストを抑制するために、短期間で取引を行うと前述のように大きな MI コストを被ることになる。

[2] **全世界における資産運用額の推移**：「アセットマネジメント 2020 資産運用業界の展望, PwC」を参照。名目国内総生産（GDP）とファンド業界全体における投資可能資産（Assets Under Management, 以下 AUM）の間に存在する強い相関関係から推定。今後、SAAAME（South America, Asia, Africa and Middle East）の名目 GDP が飛躍的な成長を遂げる中、2020 年にかけて AUM も大幅な増加が見込まれると述べている。

2. 最適執行戦略

最適執行戦略問題の定式化は、大別して以下の二つの手法が用いられる。

表 1 最適執行戦略に用いられるアプローチ

	価格インパクトモデル	指値板モデル
不確実性	価格変動	流動性
メリット	簡易な記述	流動性を柔軟に記述
デメリット	流動性の記述に制約	計算負荷
主な研究	Berstimas and Lo (1998) Almgrem and Chriss (2000) Huberman and Stanzl (2005)	Obizhaeva and Wang(2005) Alfonsi, Fruth and Schied (2010) Predoiu, Shaikhet and Shreve (2011)

価格インパクトモデルでは、対象株式の価格変動を幾何ブラウン運動で記述し、自身の取引による MI がその価格過程に影響を与えるというモデル化を行う。価格インパクトモデルは記述が容易である反面、板の記述に難があるのが欠点とされる。ここでいう「板」とは、表 2 及び図 2 のような指値板をいい、株価と市場に存在する（指値）注文の数（気配量）の組み合わせを指している。

表 2 指値板

Bid 気配	価格	Ask 気配
10	102	
30	101	
50	100	
	99	70
	98	40
	97	20

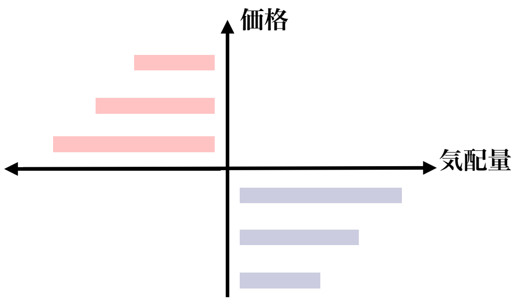

図 2 指値板のイメージ図

市場では、仲値[3]から離れるほど、板上の気配量が減衰していく様子が観察される。これは、仲値に近いほど売買が盛んであるために執行確率が高い一方、仲値から離れるほど、反対取引を希望する投資家の数が少ないため執行確率が低いことを反映しているとされる。最適執行戦略を定式化するためには、この板の形状やより広義の概念である流動性は非常に重要となる。何故なら、MI コストに直接的に影響を与えるからである。流動性は、表 3 に示す三つの要素から成る。

表 3 MI コストに影響を与える流動性の要素

要素	
Tightness	取引できる価格帯の密（どの価格で取引でき、またできないのか）[4]
Depth	各価格帯の気配量（各価格帯にどれだけ注文が入っているか（板の形状））
Resilience	注文の回復速度（執行後にどれだけ注文が回復するか）

[3] **仲値**は Bid（売り手）と Ask（買い手）の双方における最良気配値（最も条件の良い価格）の平均として定義する。
[4] 狭義では、Bid Ask Spread（買い手と売り手の提示価格差）を指す

これらの要素が執行に与える影響について簡単に説明する。板が Tight でない、すなわち指値板上で注文が入っている価格帯が飛び飛びになっている場合に、大きな注文を行うと、より不利な価格での執行を余儀なくされる可能性が高まる。各価格帯の気配量（Depth）が少ないと、より少ない注文で価格が動きやすくなってしまう。前述の「板の形状」とは、各価格帯の Depth を包括する概念と言える。Resilience は注文の消化（株式の売買）後に起きる注文の回復速度を指し、消化した注文が早く回復するほど、次の執行時点での MI コストは小さくなる。上述のように、流動性は MI コストに非常に大きな影響を与えるので、その記述は、最適執行戦略を構築する上で最も核となる部分となる。しかし、価格インパクトモデルは、この流動性の記述力が乏しいことが指摘されている。同アプローチはすべての価格帯に注文が入っている（板は Tight である）ことを仮定し、インパクト後の注文の回復を表現する関数によっては各価格帯の気配量（Depth）がすべて同じ一定値[5]であることを想定する必要がある。しかし前述のように、実際の市場ではこの前提が成り立たないことが多く、実証研究も為されている。この欠点を補うため、注文の回復速度（Resilience）に関しては複数のモデルが提唱されている[6]。一方で同モデルでは、「初期における板の形状が平均的」という仮定の下でインパクトを記述するため「機会コスト（Opportunity Cost）」を考慮できないことが問題として挙げられる。機会コストとは同じ銘柄においても平均的な場合と比べて板が薄いというように、「当初、想定されていた以上に流動性が乏しく、取引の一部もしくは全てを、予定していた価格で執行することができないために生じる逸失利益」を表す。杉原[2012]によると、最適執行戦略に係る「取引コスト」は前述の MI コスト、タイミングコストに加え、機会コストがあるとされる。一般に、機関投資家が株式売買を完了させるには、以下のプロセスを踏む必要があり、その間生じる総費用が取引コストとされる。

（1） 投資目的に応じて、最適な投資対象を選定

（2） 市場で大口売買を開始

（3） 目的としたポジションを、一定時間かけて達成

（2）、（3）の過程で生じるのが其々、MI コストとタイミングコストである。（1）では各投資対象に十分な流動性を仮定しており、板の形状により発生する可能性のある機会コストを考慮していない。しかし、後述の数値分析にあるように、機会コストを考慮することは、費用最小化に大きく貢献する。最適執行戦略の枠組みで機会コストを考慮するために、指値板モデルは「初期時点の板の形状」も含め、執行戦略上重要となる流動性を柔軟に記述することができる。板の気配量過程に不確実性を入れ、自身の注文が板上の（反対）注文を消化することで MI コストが生じ、時間経過に伴って市場の板が回復していく様子をモデル化する。

3. 指値板モデル

Obizhaeva and Wang [2005]は、価格インパクトモデルとの比較を行うため、長方形の板（各価格帯の Depth が一定）を仮定し、指値板モデルを構築した。同様に、Alfonsi, Fruth and Schied [2010]は各価格帯の Depth が仲値と価格帯との距離によって指数的に減少する板を考え、実際の市場を想定したモデル

---

[5] Huberman and Stanzl [2005] は、一時的・恒久的インパクトを仮定した場合に、**価格操作**（売買を通じて最終的な在庫を抱えることなく、期待収益が正になるような取引）の可能性を排除するためには、板の形状が長方形である必要があると述べた。すなわち、価格操作の可能性が存在するということは理論的な欠陥であり、それを排除するためにはすべての価格帯の気配量（Depth）がすべて一定であることが必要となる。

[6] 自身の MI が時間経過に伴い消失する「一時的インパクト」と永久的に市場に残る「恒久的インパクト」を考慮した「一時的・恒久的インパクトモデル」や、時間経過に伴い MI の影響が指数的に減衰する「過渡的インパクトモデル」がある。指数的に減衰する MI を想定することで、間接的に「冪分布」型の板を想定することが可能になる。

化を行った。Predoiu, Shaikhet and Shreve [2011]は、より一般的な板の形状をモデル化し、注文の入っていない価格帯も考慮して指値板モデルを構築した。Makimoto and Sugihara [2010]は以下で与えられるように、板の気配量N_tが平均回帰過程に従うとし、そこに確率項を付与してモデル化した[7]。

$$dN_t = \rho(\bar{N} - N_t)\,dt + \sigma_N\,dW_t \quad (t_k < t < t_{k+1})$$

モデル化においては、二つのパラメータ（ρ, σ_N）を用いている。ρは、消化された注文が平均的な量に戻るまでの"速さ"を表していて、MI コストに影響を与える。ρが小さい場合、失われた注文の回復が遅いため、注文が回復する前の次の時点で執行を迫られ、大きな MI コストが生じる。σ_Nは、板上の気配量過程に係る不確実性を表し、タイミングコストに影響を与える。MI コストを避けるために注文を小口に分割し、多くの執行時間を必要とする場合、このσ_Nが大きいほど、タイミングコストを被ることになる。本稿においても、板のモデル化には、平均回帰過程を用いた。理由は以下の三つである。

（1）最適執行戦略に際して重要な MI コストとタイミングコストの双方を、
少ないパラメータ数でモデル化、制御することができる（モデル的妥当性）

（2）実際の市場で板の平均回帰性が多く見られる（データ的妥当性）[8]

（3）気配量に連動して未執行確率が増減し、板が平均に近づくと考えられる（論理的妥当性）

三つ目の理由を具体的に説明しよう。板上の気配量が多い（平均以上の水準である）と、新たに出される注文の執行確率は低下するため、投資家は指値注文より成行注文を重視し、新たに流入する（指値）注文が少なくなることが考えられ、結果板上の気配量が減少する[9]。一方、気配量が少ない（平均以下の水準である）場合、新たに出される注文の執行確率は上昇するので、投資家は指値注文を出しやすく、結果板上の気配量が増加し、平均に近づくと考えられる。次に、Makimoto and Sugihara [2010]（以下、先行研究）と本研究の相違点を表 4 に示す。

表 4 本研究と先行研究の相違点

	先行研究	本研究
モデル化	板全体	最良気配の個別モデル化
価格帯	連続	離散
最良気配における MI の排除	X	O
最良気配の変動増の影響	X	O
機会コスト	X	O
解	解析解	数値解（確率計画法）

先行研究における問題点を以下に示す。

第一の問題点は MI コストを過大評価していることである。MI コストとは前述のように、「自身の取引により市場の需給に影響を与えることで、価格が不利な方向に動く」コストとして定義され、具体的には

[7] 板の形状が長方形（各価格帯の Depth が一定）であり、かつ板上の気配量過程が平均回帰過程に従うとき、価格インパクトモデルのうち、過渡的インパクトモデルと同値であることが知られている。

[8] 紙面の都合上割愛するが、ティックデータを用いた実証分析を行ったところ平均回帰性が確認できた。また、市場では、「過渡的インパクト」が観察されるとの実証分析もある（Bouchaud [2004]）。一定の仮定の下では過渡的インパクトモデルと平均回帰を採用した指値板モデルが同値であることが知られており、これと整合的である。

[9] 注文は大きく分けて、指値注文と成行注文の二種類がある。取引したい「数」のみを指定するのが成行注文で、数に加えて「価格」も指定して取引するのが指値注文である。前者は、売買を約束されるが、想定外の価格で取引が行われるリスクがある。後者は自身の望む価格で取引をすることができるが、未執行に終わる可能性がある。

最良気配（最も条件の良い価格）からの距離とその価格帯での取引量の積で求まる。すなわち、最良気配での取引では MI は生じない。しかし、先行研究では板全体をモデル化し、かつ価格帯を連続的に扱っていることでコストを連続値で扱う結果、最良気配で MI が生じる設定となる。最適執行戦略における目的関数には MI コストを用いるため、その違いが後述のように最適解に大きな影響を与えてしまう。

第二の問題点はタイミングコストを過小評価していることである。先行研究は板全体をモデル化しているため、最良気配をその他の価格帯と同一に扱う必要がある。一般に、最良気配とその他の価格帯では、アクセスできる注文方法が異なる。板は反対ポジションの指値注文によって構成され、その流入やキャンセルによって増減する。しかし、最良気配は同ポジションの成行注文の影響も受ける。実証分析の結果、最良気配とその他の価格帯では、気配量過程の変動水準に大きな開きがあり、本研究ではこの点を勘案した。最良気配の変動水準の増加がタイミングコストに影響を与え、執行戦略を変化させることを確認した。

第三の問題点は機会コストを考慮していない点である。前述のように、指値板モデルは価格インパクトモデルと比べて、流動性の記述力に優位性がある。流動性は取引コストに非常に大きな影響を与えるため重要であるが、その中で特に「初期時点における板の形状（初期の Depth）」を考慮することができ、機会コストを考慮した上で、最適執行戦略を構築することができるのは指値板モデルの大きな利点である。先行研究では「初期における板の形状が平均的」という仮定の下で解析解を導出している。本研究で提案するモデルは解析解を得ることができないが、その代わりに指値モデルの大きな利点を享受できる。図 3 に初期時点での板の形状を示す。図 3 の右図にあるように、同一銘柄であっても、板の形状は変化する。先行研究では左図のような平均的な板を仮定し最適解を導出するため、図 3 の右下図のように初期気配量が少ない場合、想定以上の MI コストを被る。機会コストを考慮した最適執行戦略の下では、時間経過に伴って流動性が平均的な水準に回復するまで取引を抑えることが最適となる。一方、図 3 の右上図の場合、提唱モデルでは積極的に早期執行を行うことが想定される。後述する数値分析でも分かるように、初期時点での板の形状は最終的な累積コストに最も影響を与える要素のひとつであり、精緻にモデル化する価値は大きいと考えられる。

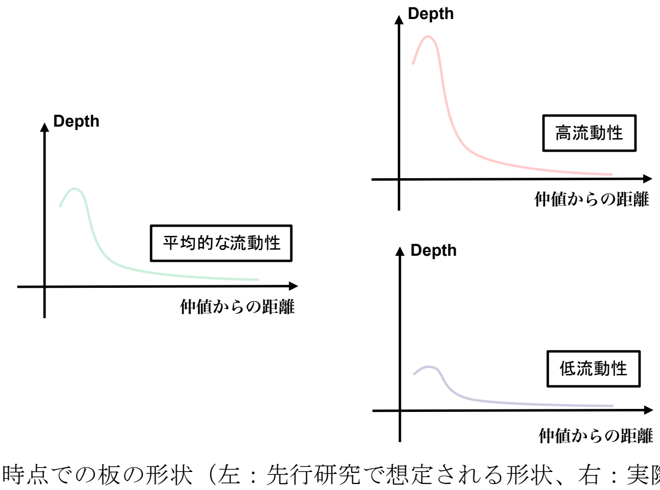

図 3 初期時点での板の形状（左：先行研究で想定される形状、右：実際の形状）

4. 問題設定

A) シミュレーション型多期間確率計画モデル

投資家は MI コストとタイミングコストのトレードオフを考慮しながら、多期間にわたる最適執行戦略を構築する必要がある。本研究では将来のパスをシミュレートすることで不確実性を柔軟に表現した「シミュレーション型」多期間確率計画モデルを使用した（枇々木[2001]）。

B) 定式化

パラメータ

- I：シミュレーションパスの総数,
  i はシミュレーションパス番号を表す（ $i = 1, 2, ..., I$）
- N： 期間数 (執行時点数は $N + 1$),
  k は執行時点, $k+$ は執行時点 k にて執行を行った直後の時点を表す（ $k = 1, 2, ..., N$）
- M： 最良気配からの距離の最大値,
  m は最良気配からの距離を表す（ $m = 0, 1, ..., M$）
- γ：リスク回避係数
- θ： 回復強度
- σ： 変動強度
- f_m： 価格帯 m における平均気配量
- $g_m^{(i)}(t_k)$：パス i, 時刻 t_k, 最良価格帯からの距離が m の気配量
- $X(t_0)$： 執行量

決定変数

- $X(t_k)$：時点 t_k で決定される残存執行量 $(k = 1, 2, ..., N)$
- $x(t_k)$：時点 t_k での執行合計量 $(k = 0, 1, ..., N)$
- $x_m(t_k)$：時点 t_k, 価格帯 m での執行量 $(k = 0, 1, ..., N)$
- $C(t_0)$: 初期時点 $(t = t_0)$ における累積コスト
- $C^{(i)}(t_k)$：パス i, 時点 t_k での累積コスト $(k = 1, 2, ..., N)$

問題

$$\text{minimize} \quad E_0[C^{(i)}(t_N)] + \gamma Var_0[C^{(i)}(t_N)]$$

$$\text{subject to} \quad C(t_0) = \sum_{m=1}^{M} m \times min\{g_m(t_0), max\{0, x(t_0) - \sum_{k=1}^{M-1} g_m(t_0)\}\}$$

$$C^{(i)}(t_k) = \sum_{m=1}^{M} m \times min\{g_m^{(i)}(t_k), max\{0, x(t_k) - \sum_{k=1}^{M-1} g_m^{(i)}(t_k)\}\} + C^{(i)}(t_{k-1})$$

$$(k = 1, 2, 3 ... N - 1, \forall i \in I)$$

$$C^{(i)}(t_N) = \sum_{m=1}^{M} m \times min\{g_m^{(i)}(t_N), max\{0, x(t_N) - \sum_{k=1}^{M-1} g_m^{(i)}(t_N)\}\} + C^{(i)}(t_{N-1})$$

$$X(t_k) = X(t_{k-1}) - x(t_{k-1})(k = 1, 2, ..., N)$$

$$X(t_{k-1}) \geq X(t_k)(k = 0, 1, ..., N)$$

$$X(t_k) \geq 0(k = 0, 1, ..., N)$$

$$X(t_N) = 0$$

$$x(t_k) = \sum_{m=1}^{M} x_m(t_k)(k = 0, 1, ..., N)$$

先行研究との比較のため、一つの対象銘柄 X 株を満期 T までに購入する問題を設定する。満期までの期間を均等に分割し、最適執行戦略を各時点における執行量決定問題として位置づける。初期時点の情報集合を基にした、最終時点までの累積コストの期待値と分散で構成される目的関数を最小化する定式化を行った。二つの項はそれぞれ、MI コストとタイミングコストを表現しており、そのトレードオフをリスク回避度γで評価する。本研究では、成行注文による執行を想定し、各期のコストは最良気配からの距離と取引量の積を、価格帯ごとに足し上げたものとして定義している。また、気配量の確率過程は前述の記号を使って以下に示す平均回帰過程（Ornstein-Uhlenbeck 過程）で記述した。

$$dg_m^{(i)}(t_{k-1+}) \quad = \quad -\theta(g_m^{(i)}(t_{k-1}) - f_m)dt + \sigma_{t_k} dW^{(i)}(t_{k-1+})$$

$$g_m^{(i)}(t_k) \quad = \quad \mathrm{e}^{-\theta(t_k - t_{k-1+})}[g_m^{(i)}(t_{k-1+}) + f_m[\mathrm{e}^{\theta t_k} - \mathrm{e}^{\theta t_{k-1+}}] + \sigma \int_{t_{k-1+}}^{t_k} \mathrm{e}^{\theta s} dW_s^{(i)}]$$

5. 数値分析

最適執行戦略を NTT データ数理システムの Numerical Optimizer を用いて導出した。基本ケースのパラメータは以下のように設定した。

表 5　基本ケース

対象価格帯	パラメータ	値
最良価格帯	σ	100.0
	初期気配量	5000 株
	平均気配量	5000 株
	θ	1.5
その他価格帯	σ	100.0
	初期気配量	35000 株
	平均気配量	35000 株
	θ	1.5
	リスク回避度	0.00001
	執行回数	8 回
	執行量	13000 株
	シミュレーション回数	10000 回

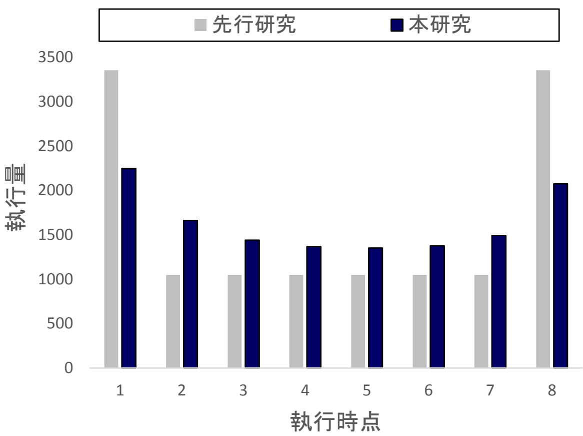

図 4　最適解の比較（基本ケース）

A) 先行研究との比較

図 4 を見ると、提案モデルは中間時点の執行が増加している。これは最良気配で執行できると MI が計上されないため、時間経過による最良気配の注文回復を見込み、初期の執行を抑えるためと考えられる。

I. リスク回避度

図 5 を見ると、リスク回避度を変化させた時の執行戦略の変化は先行研究と同様の結果が得られた。

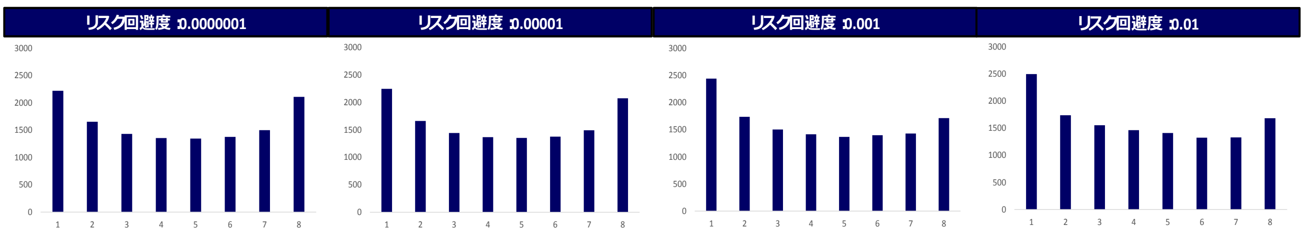

図 5　リスク回避度と執行戦略（横軸：執行時点、縦軸：執行量）

リスク回避度γ は目的関数において MI コストとタイミングコストのトレードオフをコントロールするパラメータである。リスク回避度がゼロの場合、期待コスト最小化問題に帰結するため、MI コストを最小にする戦略が最適となる。リスク回避度が小さい場合、タイミングコストが生じない初期時点と、MI の回復を気にする必要の無い（後続の執行時点が無い）最終時点の執行が多くなるため、「U 字型」の戦略が最適となる。一方で、リスク回避度が大きい場合、タイミングコストを重視するため、初期の執行を増加させ、後続の執行を減少させるような戦略が最適となる。

II. 機会コスト

最良気配の初期気配量と執行戦略の関係を調べるために、感度分析を行う。最適執行量を図 6 の左図に、累積執行コストを右図に示す。

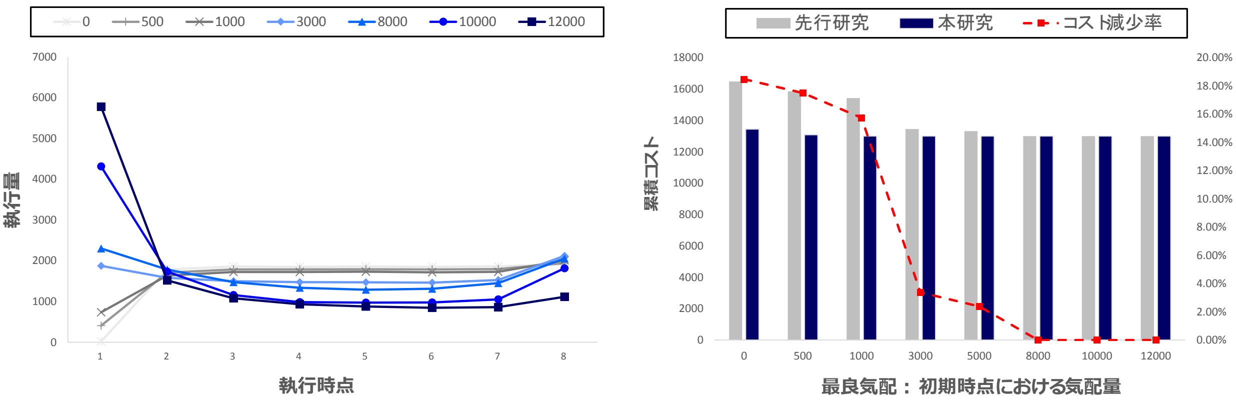

図 6　最良気配の初期気配量と執行戦略（左：感度分析、右：先行研究との累積コスト比較）

執行開始時に平均水準以下の気配量しかないと、執行によって想定外のコストを被ることになり、これが機会コストとして累積コストを上昇させる。したがって、このようなケースでは、初期の執行を抑え、気配量が平均水準に回復するのを待って執行を行うのが最適となる。先行研究は機会コストを考慮しないため、右図にあるように本研究と比べて、累積コストが大きくなることが分かる。

III. 執行量

執行量と執行戦略の関係を調べるために、感度分析を行う。最適執行量を図 7 の左図に、累積執行コストを右図に示す。

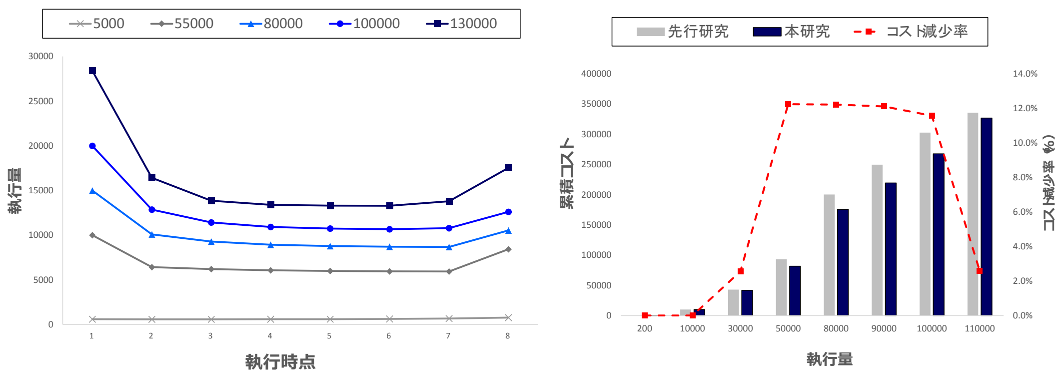

図 7 執行量と執行戦略（左：感度分析、右：先行研究との累積コスト比較）

先行研究の執行量に対する最適執行戦略はすべて「U 字型」の相似形となる。これは、小口の投資家と大口の投資家の戦略に違いが無いことを表すという点で直感に反する。提案モデルは執行量が少ない（MI コストが生じない）場合には均等執行が最適となるが、左図を見ても分かるように、執行量が多くなるにつれて U 字型に近づく。一方、右図を見ると執行量が多くなるにつれて、先行研究と比較して次第に累積コストが減少する。市場にある流動性すべてを消化するほど執行量が大きいケースでは累積コストはほぼ同じになることがわかる。

B) 感度分析

図 8 に最良気配のパラメータである回復強度θ、変動強度 σ に対する最適執行量を示す。

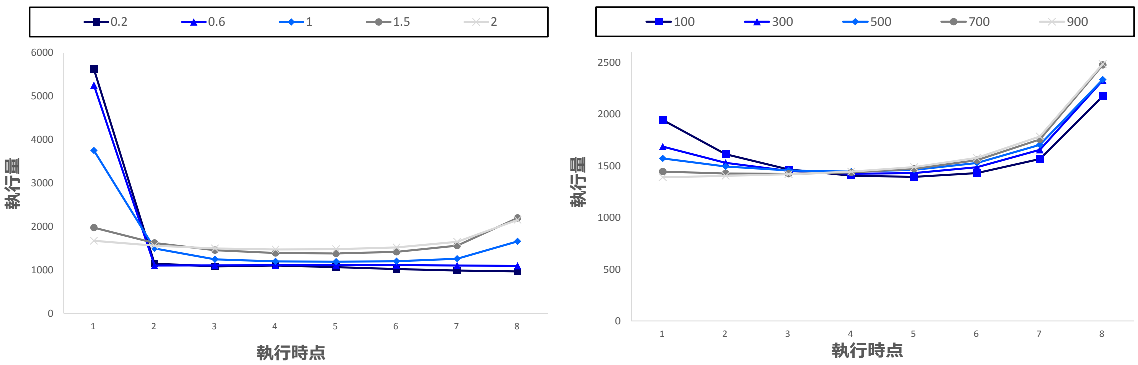

図 8　感度分析（左：回復強度、右：変動強度）

回復強度θ は値が大きくなるにつれて、執行後に注文回復が生じ MI が残らなくなるため「均等執行」に収束している。一方、値が小さい場合には執行の影響は回復しないので、タイミングコストが生じない初期で執行し、後続で執行を抑えるのが最適となる。変動強度σは板全体のモデル化をした先行研究と逆の結果となる点は興味深い結果である。板全体の変動の増加はタイミングコストの観点から最終時点の執行を減少させ、その分初期の執行を増加させる。一方、同サイドの投資家の成行注文の流入等により、最良気配の変動が増加する場合、逆に初期の執行を抑える戦略が最適となる。これは、MI の生じない最良気配に係る小さなタイミングコスト以上に、他の価格帯の MI コストが重視され、後続の時点が存在しない最終時点の執行を増加させていると考えられる。本研究ではパスに依存しない解を導出している。変動が大きいほど、気配量が大きく下振れし、最良気配以外での執行に陥ることで、MI コストを被る蓋然性が高まってしまう。そのため、最良気配に係る小さなタイミングコストを許容しつつ MI コストを減少させるために初期の執行を抑えるが、その分中期で残存注文が発生し、最終時点にかけて執行が増加していると考察される。

6. 今後の展望

本研究では、（1）流動性の記述、（2）機会コストを勘案し、指値板モデルを用いて最適執行戦略を構築し、先行研究との比較、感度分析、実証分析[10]を通して様々な考察を行った。最適執行戦略の構築に重要な流動性の記述に長けた「指値板モデル」の枠組みで、先行研究では織り込まれていなかった機会コストを考慮したモデルを構築した。板に平均以下の流動性しか無い場合、初期の執行を抑え、時間経過に伴う

[10] 紙面の都合上割愛するが、個別銘柄ごとにティックデータを用いて実証分析を行った。回復強度、変動強度パラメータの推定には、GMM 法（一般化積率法）、実現ボラティリティを使用し、執行量ごとに先行研究との比較分析を行った。

注文の回復を通じて執行することで、累積コストの減少を実現し、提唱モデルの有用性を検証した。執行量に応じて、均等執行から、先行研究に見られる「U 字型」執行へ移っていく様子、またリスク回避度を用いた二つのコストのトレードオフ構造についても確認した。最後に、MI コストとタイミングコストをコントロールするパラメータに関して感度分析を行い、変動強度に関しては先行研究と異なる興味深い結果が得られた。

今後の課題として以下の二点を検討する必要がある。第一の点は計算時間の短縮である。数値解を求める本研究では解の安定に多くの計算時間が必要となる（著者の PC 環境（Intel Corei7-4770K CPU 3.5GHz, 32GB メモリ）で約 130 秒)。今後、より柔軟な意思決定に対応するために混合型モデル（Hibiki[2006], 竹延・枇々木[2016]）に拡張する場合、更なる計算時間が見込まれる。 最適執行戦略は、比較的短時間で最適解を導出するため、定式化や実装時のアルゴリズム向上等が不可欠である。第二の点は指値注文の考慮である。本研究では、先行研究との比較や問題規模を勘案し、成行注文のみを想定したが、実務上指値注文は機関投資家の主要な注文方法の一つである。しかし、指値注文を考慮することで新たに生じる問題もあり、モデル構築は容易でない。ひとつに「見えない MI」がある。これは指値注文を市場に出すことで、その後に出される指値注文の執行確率が低下するため、同サイドの投資家は指値注文より成行注文を優先的に使用し、彼らによって間接的に MI が生じるというものである。以前より指摘されている議論であるが、その困難さ故に定量化には至っていないのが現実である。しかし、大口投資家の注文に占める指値注文の割合からも、検討意義が大きいため、今後の課題としたい。

参考文献

D. Bertsimas and A. W. Lo, Optimal control of execution costs, Journal of Financial Markets 1 1-50, 1998

R. Almgren and N. Chriss, Optimal Execution of Portfolio Transactions, Journal of Risk Volume 3 Number 2 5-39, 2000

枇々木規雄, 戦略的資産配分問題に対する多期間確率計画モデル, Journal Of the Operational Research Society of Japan, Vol.44, No.2, pp.169-193, 2001

F. Corsi, U. Kretschmer, S. Mittnik and C. Pigorsch, The Volatility of Realized Volatility, Center for Financial Studies Working Paper No.2005/33, 2005

G. Huberman and W. Stanzl, Optimal Liquidity Trading, Review of Finance 9 165-200, 2005

A. Obizhaeva and J. Wang, Optimal Trading Strategy and Supply/Demand Dynamics, National Bureau of Economic Research Working Paper No.11444, 2005

A. Alfonsi, A. Fruth and A. Schied, Optimal execution strategies in limit order books with general shape functions, Quantitative Finance, Trading and Market Microstructure, 2010

N. Makimoto and Y. Sugihara, Optimal execution of multiasset block orders under stochastic liquidity, IMES Discussion Paper Series, 2010-E-25, 2010.

S. Predoiu, G. Shaikhet and S. Shreve, Optimal Execution in a General One-Sided Limit-Order Book, Society for Industrial and Applied Mathematics, Vol.2, pp. 183-212, 2011

竹延俊一, 枇々木規雄, 下方リスクを考慮した多期間最適執行戦略モデル, オペレーションズ・リサーチ 61(6), 384-395, 2016