ナーススケジューリング
–改善モデルと複数解の生成–

成蹊大学　理工学部　情報科学科
モデリング＆アルゴリズム研究室

加藤尚瑛

ナースケジューリング問題（NSP）とは

- 病棟ナースの勤務表を作成する問題
- 与えられた条件の下での勤務表作成が難しい
- 作成された勤務表についての評価が難しい

表 1: 病棟ナースの勤務表例

Nurse	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30					
ID	W	T	F	S	S	M	T	W	T	F	S	S	M	T	W	T	F	S	S	M	T	W	T	F	S	S	M	T	W	T	/	−	e	n	+
1	e	e	/	−	−	n	n	/	/	/	−	−	e	/	/	−	−	/	−	−	−	e	e	/	−	e	n	n	/	/	10	10	6	4	0
2	n	/	/	/	−	−	−	−	/	e	e	/	+	−	−	n	n	/	/	−	−	−	−	e	e	/	/	−	n	n	9	11	4	5	1
3	−	/	−	−	/	/	−	e	e	n	n	/	/	−	−	−	e	n	n	/	/	/	−	−	−	−	e	/	−	−	9	13	4	4	0
4	/	−	−	e	/	−	e	n	n	/	/	/	−	e	/	/	−	e	/	+	−	−	n	n	/	/	−	−	−	−	10	11	4	4	1
5	−	n	n	/	e	e	/	−	−	−	−	n	n	/	e	e	/	−	−	n	n	/	/	/	/	−	−	/	/	e	10	9	5	6	0
6	/	−	e	n	n	/	/	/	−	−	/	−	−	n	n	/	/	−	e	e	e	/	−	−	n	n	/	e	e	/	10	8	6	6	0
7	/	−	−	−	e	e	/	/	−	−	e	/	n	n	/	/	−	−	/	/	−	−	−	/	−	−	−	e	/	−	10	14	4	2	0
8	−	−	e	/	n	n	/	/	−	+	−	e	/	/	−	−	/	−	n	n	/	/	−	e	/	/	−	−	−	e	10	11	4	4	1
9	/	/	−	e	/	−	−	−	e	e	/	/	−	e	/	−	−	−	e	/	n	n	/	/	−	−	e	/	−	n	10	11	6	3	0
10	+	e	/	−	−	−	e	/	/	/	/	−	e	/	−	+	/	−	−	e	/	−	−	−	e	/	−	n	n	/	10	11	5	2	2
11	e	/	−	−	−	/	−	e	/	−	n	n	/	/	/	+	−	e	/	−	−	−	−	n	n	/	/	−	e	/	10	11	4	4	1
12	/	−	−	/	−	−	/	/	/	−	−	e	/	−	−	+	n	n	/	/	/	−	−	−	−	e	/	−	−	−	10	15	2	2	1
13	−	/	n	n	/	/	+	−	/	/	/	−	−	−	e	e	e	/	−	−	e	e	e	/	/	/	−	−	−	−	10	11	6	2	1
14	−	e	/	−	n	n	/	/	−	+	/	/	/	−	−	−	e	e	/	e	e	/	−	e	n	n	/	/	−	−	10	9	6	4	1
15	−	−	e	/	/	−	e	e	/	−	e	e	e	/	−	−	/	/	n	n	/	/	−	−	−	/	−	−	n	n	9	11	6	4	0
16	/	−	n	n	/	/	−	−	e	e	/	−	+	/	−	e	n	n	/	/	+	−	/	−	e	e	n	n	/	e	9	7	6	6	2
17	e	/	−	e	e	/	−	−	n	n	/	/	+	−	e	/	−	−	e	/	/	−	n	n	/	/	−	−	e	/	10	9	6	4	1
18	/	/	−	−	−	e	n	n	/	/	/	−	−	e	n	n	/	/	−	+	−	e	e	/	/	−	e	e	/	−	10	9	6	4	1
19	−	/	−	−	−	/	+	−	e	/	n	n	/	/	−	+	e	/	−	−	−	−	/	/	/	/	−	−	−	−	10	14	2	2	2
20	−	e	e	e	/	/	−	e	/	−	−	−	/	−	−	−	−	/	/	−	e	/	−	−	/	n	n	/	/	+	10	12	5	2	1
21	n	n	/	/	−	−	e	/	n	n	/	/	−	−	−	e	/	−	−	e	/	−	−	e	e	e	/	/	−	+	9	10	6	4	1
22	+	−	−	−	/	−	−	−	/	e	e	/	/	−	n	n	/	/	/	/	−	e	e	/	−	−	−	−	/	+	10	12	4	2	2
23	−	−	/	−	e	/	n	n	/	/	−	−	−	−	e	/	/	−	e	/	/	/	−	−	−	−	e	/	−	+	10	13	4	2	1
24	e	/	/	−	−	e	/	−	−	−	/	−	e	e	/	−	−	e	/	−	−	n	n	/	/	/	−	−	−	−	9	14	5	2	0
25	n	n	/	/	−	−	/	−	−	/	−	e	n	n	/	/	−	−	−	−	n	n	/	/	−	−	/	e	e	e	9	11	4	6	0
−	9	9	10	11	10	9	8	10	7	8	7	9	7	10	11	8	9	10	8	8	9	10	13	8	9	8	11	11	11	9					
e	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4					
n	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3					

−: 日勤, e: 準夜勤, n: 深夜勤, +: その他の勤務, /: 休み

池上敦子，ナース・スケジューリング　–問題把握とモデリング–，近代科学社，2018.

本研究の目的

本研究では，最適化技術が現場で利用されるために必要な技術を明らかにする

$\downarrow$

- 現場毎に異なる様々な制約条件
- 勤務表作成者の暗黙的な制約条件，評価尺度

などを考慮した解を求める必要がある

問題点

勤務表作成者の潜在的な制約条件や評価尺度などの暗黙知について事前に知ることは難しい

これらを数理モデルに組み込むことはできていない

そこで

- 問題の本質的な部分で構成されるシンプルな数理モデルを構築し，高速に 1 つの解を得る
- 解の修正と評価をするための何らかの情報を得る

の 2 点を考える

本発表では

- 様々な状況で適用でき，高速で解を得ることができる柔軟なモデルを作成する
  - 基本モデルから新たに追加した制約を示す
  - ベンチマーク問題例を用いて比較実験を行った結果を示す
- 与えられたデータに対してどのような解が得られる可能性があるのか，複数の解を得る
  - NSP の 1 つの問題例に対する各シフト勤務の重要度を調査する方法を示す
  - 調査結果を基に複数の解を得るモデルを構築する
  - 構築したモデルを用いて基礎実験を行った結果を示す

基本 NSP モデル

x_{ijs}：意思決定変数
ナース i の日 j にシフト s を割り当てるならば 1，そうでないならば 0 となる

$i \in I$：ナースの集合

$j \in J$：日の集合

$s \in S$：シフトの集合

基本 NSP モデルで考慮していた制約条件

- ナースが 1 日に勤務するシフトは高々1 つ
- 各シフトで働く合計人数の上下限
- すでに確定しているシフトの割当確定と不可能シフトの禁止
- 連続して行うシフト並び
    - 同一シフトの連続日数の上下限
    - 同一シフトが連続しない場合の間隔日数の上下限
    - その他禁止されているシフト並び

改善 NSP モデルで考慮する制約条件

- ナースが 1 日に勤務するシフトは高々1 つ
- 新人ナースと指導ナースの組合せ
- 各シフトで働く合計人数の上下限
- あるナースの総勤務時間の上下限
- すでに確定しているシフトの割当確定と不可能シフトの禁止
- あるシフト並びが出現する回数
- 連続して行うシフト並び
  - 同一シフトの連続日数の上下限
  - 同一シフトが連続しない場合の間隔日数の上下限
  - その他禁止されているシフト並び

改善モデルの制約式

新人ナースと指導ナースの組合せ

$$x_{ijs} \le \sum_{i' \in I_{ijs}} x_{i'js}, \quad i \in I,\ j \in J,\ s \in S,\ I_{ijs} \ne \emptyset \tag{1}$$

$i' \in I_{ijs}$ ナース i が j 日のシフト s に出勤するときの指導ナースの集合

改善モデルの制約式

総勤務時間の上下限

$$w_i^{\mathrm{lb}} \leq \sum_{j \in J} \sum_{s \in S} w_s x_{ijs} \leq w_i^{\mathrm{ub}}, \qquad i \in I \tag{2}$$

w_s シフト s に一度出勤したときの勤務時間

$w_i^{\mathrm{ub}}, w_i^{\mathrm{lb}}$ ナース i のスケジュール期間内の勤務時間の上下限

改善モデルの制約式

あるシフト並びが出現する回数

$$
(t+1)y_{ijq} \le \sum_{h=0}^{t} ((2k_h - 1)x_{i,j-t+h,s_h} + 1 - s_h) \le y_{ijq} + t,
$$
$$
i \in I, q = ((s_0,k_0),(s_1,k_1),\ldots,(s_t,k_t)) \in Q_i,\ j \in J_{iq} \quad (3)
$$
$$
g_{iq}^{\mathrm{lb}} \le \sum_{j \in J_{iq}} y_{ijq} \le g_{iq}^{\mathrm{ub}}, \qquad i \in I,\ q \in Q_i \quad (4)
$$

$q \in Q_i$ ナース i のシフト並びの集合

J_{iq} ナース i に対するシフト並び q の割当候補日（q の最後の日）の集合

y_{ijq} ナース i の日 j までにシフト並び q を割り当てるならば 1，そうでないならば 0 となる変数

$g_{iq}^{\mathrm{ub}}, g_{iq}^{\mathrm{lb}}$ ナース i がシフト並び q を集合 J_{iq} 内で行う回数の上下限

制約式数の削減

$$x_{i,j-t-1,s} - \sum_{h=1}^{t} x_{i,j-h,s} + x_{ijs} \leq 1,$$

$$i \in I,\ j \in J,\ s \in S,\ t \in \{1, 2, \ldots, j_s^{\mathrm{lb}} - 1\} \quad (5)$$

$$\downarrow$$

$$(e_s^{\mathrm{lb}} - 1)(1 + x_{i,j-1,s} - x_{i,j,s}) \geq \sum_{k=2}^{e_s^{\mathrm{lb}}} x_{i,j-k,s}$$

$$i \in I, j \in J, s \in S \quad (6)$$

j_s^{lb} シフト s の間隔日数の下限

改善モデルの目的関数

個々のシフトの好ましさを評価

$$\sum_{g\in G}\sum_{j\in J}\sum_{s\in S}\left(\alpha^{-}_{gjs} z^{\mathrm{lb}}_{gjs} + \alpha^{+}_{gjs} z^{\mathrm{ub}}_{gjs}\right) + \sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\sum_{s\in S}\left(\beta^{\mathrm{off}}_{ijs} x_{ijs} + \beta^{\mathrm{on}}_{ijs}(1 - x_{ijs})\right) \tag{7}$$

$\beta^{\mathrm{on}}_{ijs}, \beta^{\mathrm{off}}_{ijs}$ ナース i の日 j のシフト s について，割り当てたいのに割り当てられない，もしくは，その逆の場合のペナルティー

比較計算実験

- スタッフスケジューリングのベンチマーク問題例を用いる
- NSP 改善モデルとスタッフスケジューリングのモデルで比較
- タイムリミットを 1 時間に設定

スタッフスケジューリングベンチマークサイト：http://www.schedulingbenchmarks.org

Instance	Weeks	Employees	Shift types	Best known lower bound	Best known solution
Instance1 txt xml	2	8	1	607	**607**
Instance2 txt xml	2	14	2	828	**828**
Instance3 txt xml	2	20	3	1001	**1001**
Instance4 txt xml	4	10	2	1716	**1716**
Instance5 txt xml	4	16	2	1143	**1143**
Instance6 txt xml	4	18	3	1950	**1950**
Instance7 txt xml	4	20	3	1056	**1056**
Instance8 txt xml	4	30	4	1300	**1300**
Instance9 txt xml	4	36	4	439	**439**
Instance10 txt xml	4	40	5	4631	**4631**
Instance11 txt xml	4	50	6	3443	**3443**
Instance12 txt xml	4	60	10	4040	**4040**
Instance13 txt xml	4	120	18	1348	**1348**
Instance14 txt xml	6	32	4	1278	**1278**
Instance15 txt xml	6	45	6	3823	3834
Instance16 txt xml	8	20	3	3225	**3225**
Instance17 txt xml	8	32	4	5746	**5746**
Instance18 txt xml	12	22	3	4459	**4459**
Instance19 txt xml	12	40	5	3148	3149
Instance20 txt xml	26	50	6	4743	4943
Instance21 txt xml	26	100	8	20868	21159
Instance22 txt xml	52	50	10	24064	33155
Instance23 txt xml	52	100	16	2765	17428
Instance24 txt xml	52	150	32	?	48777

File	Ikegami-3Shift-DATA1.ros
Problem	Ikegami
Employees	25
Shift types	3
Period	30 days
Cover type	Cover is per shift and by skill level.
References	[IKE03]
Other versions	Ikegami-3Shift-DATA1.1.ros Some extra personal requests. Ikegami-3Shift-DATA1.2.ros More requests.

図 1: ベンチマーク問題例一覧

比較計算実験

表 2: 比較計算実験結果

	$\lvert D\rvert$	$\lvert I\rvert$	$\lvert S\rvert$	定式化 1			定式化 2			Curtois & Qu			Curtois & Qu (Report)			Best Known	
				obj val	lb	time	obj val	lb	time	obj val	lb	time	obj val	lb	time	obj val	lb
Ins1	14	8	2	**607**		0.1	**607**		0.1	**607**		0.2	**607**		1.6	607	
Ins2	14	14	3	**828**		0.4	**828**		0.3	**828**		2.4	**828**		5.2	828	
Ins3	14	20	4	**1001**		1.1	**1001**		0.7	**1001**		9.4	**1001**		13.5	1001	
Ins4	28	10	3	**1716**		2.2	**1716**		1.5	**1716**		79.1	**1716**		159.0	1716	
Ins5	28	16	3	**1143**		15.6	**1143**		14.6	**1143**		149.1	**1143**		1520.2	1143	
Ins6	28	18	4	**1950**		13.3	**1950**		9.9	**1950**		119.3	**1950**		441.0	1950	
Ins7	28	20	4	**1056**		40.5	**1056**		58.4	**1056**		477.9	**1056**		2152.5	1056	
Ins8	28	30	5	1301	1297	t.l.	**1300**	**1298**	t.l.	1317	1284	t.l.	1323	1281	t.l.	1300	
Ins9	28	36	5	**439**	**406**	t.l.	**439**	**406**	t.l.	**439**	**406**	t.l.	**439**	247	t.l.	439	
Ins10	28	40	6	**4631**		32.1	**4631**		12.9	**4631**		52.1	**4631**		224.2	4631	
Ins11	28	50	7	**3443**		6.5	**3443**		5.4	**3443**		14.3	**3443**		109.9	3443	
Ins12	28	60	11	**4040**		112.5	**4040**		106.1	**4040**		3373.0	**4040**		2303.8	4040	
Ins13	28	120	19	1645	557	t.l.	1450	557	t.l.	**1449**	**1344**	t.l.	3109	1346	t.l.	1348	
Ins14	42	32	5	**1278**		189.7	**1278**		686.2	**1278**		2942.8	1280	1277	t.l.	1278	
Ins15	42	45	7	**3856**	**3817**	t.l.	3861	3816	t.l.	4864	3811	t.l.	4964	3806	t.l.	3834	3823
Ins16	56	20	4	**3225**		110.0	**3225**		144.9	3225	3217	t.l.	3233	3211	t.l.	3225	
Ins17	56	32	5	**5746**		139.5	**5746**		184.9	5845	5735	t.l.	5851	5726	t.l.	5746	
Ins18	84	22	4	**4459**		1489.8	**4459**		946.3	4468	4369	t.l.	4760	4351	t.l.	4459	
Ins19	84	40	6	**3153**	**3147**	t.l.	**3153**	3146	t.l.	3361	3141	t.l.	5420	2945	t.l.	3149	3148
Ins20	26	50	7	**4769**		**2046.8**	**4769**		**2183.2**	4782	4758	t.l.	4943	4743	t.l.	4943	4743
Ins21	26	100	9	——	9889	t.l.	——	9884	t.l.	——	21116	t.l.	20868	——	t.l.	21159	20868
Ins22	52	50	11	——	9291	t.l.	——	0	t.l.	——	26195	t.l.	——	——	t.l.	33155	24064
Ins23	52	100	17	——	143	t.l.	——	143	t.l.	——	146	t.l.	——	——	t.l.	17428	2765
Ins24	52	150	33	——	1133	t.l.	——	1133	t.l.	——	1133	t.l.	——	——	t.l.	48777	——
Ikegami-3shift-DATA1	30	25	3	**2**		**42.4**	**2**		**32.5**	対象外			対象外			**2**	

time（秒）

比較計算実験結果より

- Ins1–Ins20 までの 20 個のインスタンスに対してはほとんどのインスタンスで最適解を求めることができた
- Ins20 では “Best Known” を更新し，最適解を求めることができた
- “定式化 1 ” と “Cortois & Qu ” を比較すると Ins1–Ins20 までの多くのインスタンスで，“定式化 1 ” の方が最速で最適解が得られ，最適解が求められなかった場合でもより良い解が求められた

各シフト勤務の重要度

ナースひとりひとりやあるナースのある日に対してどれだけの制約が課されているのかを調査する

- モデルにおける意思決定変数 x_{ijs} が制約式内に出現する回数を調べ，変数の制約式内出現回数から各変数の重要度を考える

意思決定変数 x_{ijs} は，ナース $i \in I$ の日 $j \in J$ にシフト $s \in S$ を割り当てるときに 1，そうでないときには 0 を取るものである

対象問題例：“Ikegami-3shift-DATA1”
（3 交替，ナース 25 名，対象期間 30 日）

この問題例に対するナースに関わる変数の出現回数調査

横軸：ナース番号，縦軸：変数の出現回数

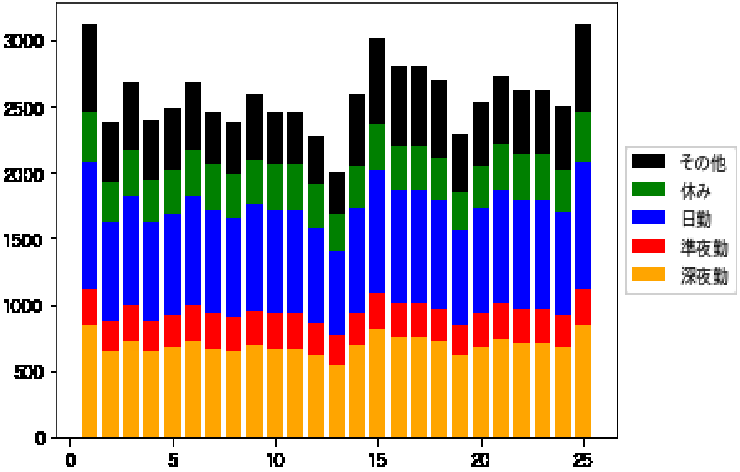


図 2: 制約式での各ナースに関わる変数の出現回数

ナースと日に関わる変数の出現回数の調査

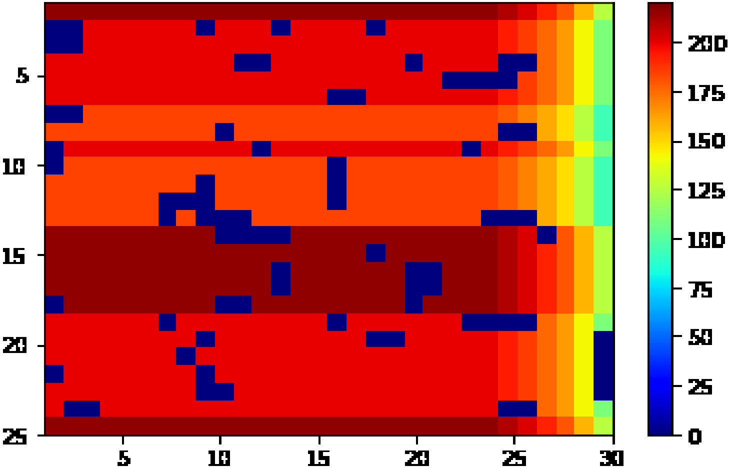


図 3: 制約式での各ナースの各日に関わる変数の出現回数

各シフト勤務の重要度

各シフト勤務の重要度調査から

- 多くの制約が課されたナースとそうではないナースがいること
- 同じナースでもシフト毎に重要度が異なること
- 勤務表のセル毎に重要度が異なること

がわかった

複数解の生成

各シフト勤務の重要度から得られた変数の出現回数の情報を基に，
複数の解を生成するモデルを構築する

時間の関係上，そのモデルを利用した計算実験の結果を紹介する

重要度を考慮した相違度最大化モデル

各シフト勤務の重要度調査で得た変数の出現回数の情報を基に複数の解を得るモデルを構築した

- X 実行可能解の集合
- K 生成する勤務表の集合
- x_{ijs}^{k} k 個目の勤務表のナース i の日 j にシフト s を割り当てるならば 1，そうでないならば 0 となる意思決定変数
- d_{ijs}^{kh} x_{ijs}^{k}, x_{ijs}^{h} が互いに 1 となるときに 1，そうでないときは 0 となる変数
- T 変数の出現回数が上位の (i, j, s) セットを持つ集合
- $f(x^k)$ k 番目の勤務表の改善モデル目的関数値
- $\hat{f}$ 入力で与えられる定数（各勤務表の $f(x^k)$ 値を制限するために用いる）

重要度を考慮した相違度最大化モデル

$$\text{minimize} \quad \sum_{\substack{k,h \in K \\ k<h}} \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{s \in S} d_{ijs}^{kh} \tag{8}$$

subject to

$$\mathbf{x^k} \in X, \qquad \forall k \in K \tag{9}$$

$$x_{ijs}^k + x_{ijs}^h \leq 1 + d_{ijs}, \qquad k,h \in K, k<h, (i,j,s) \in T \tag{10}$$

$$f(x^k) \leq \hat{f}, \qquad \forall k \in K \tag{11}$$

厳密解法ソルバーを用いた実験と結果

相違度最大化モデルを用いて $|K| = 2$ の勤務表を作成する実験を行う

- 対象問題例：“Ikegami-3shift-DATA1”（3 交替，25 名，30 日）
- $|T| = 100, (i, j, s) \in T$
- $\hat{f} = 2, 3, \ldots, 14$ と変更する

実験環境
最適化ソルバー：Gurobi（9.0.0）
CPU：Xeon E-2144G (3.60GHz)
メモリ：64GB
タイムリミット：72 時間

厳密解法ソルバーを用いた実験と結果

表 3: 厳密解法ソルバーを用いた実験結果

$\hat{f}$	status	gap	time (s)	obj val	lb	$f(x^1)$	$f(x^2)$
2	*	0.0	757.53	0.0	0.0	2	2
3		inf	t.l.	–	–	–	–
4	*	0.0	571.43	0.0	0.0	4	4
5	*	0.0	2133.20	0.0	0.0	5	5
6	*	0.0	1019.57	0.0	0.0	6	6
7	*	0.0	619.16	0.0	0.0	7	7
8	*	0.0	333.07	0.0	0.0	8	8
9	*	0.0	404.47	0.0	0.0	9	9
10	*	0.0	215.84	0.0	0.0	10	10
11	*	0.0	184.24	0.0	0.0	11	11
12	*	0.0	516.92	0.0	0.0	12	12
13	*	0.0	269.54	0.0	0.0	13	13
14	*	0.0	485.61	0.0	0.0	14	14

$\hat{f}$ 入力で与えられる定数（各勤務表の $f(x^k)$ 値を制限するために用いる）

厳密解法ソルバーを用いた実験と結果

実験の結果から

- 集合 T に含まれる (i,j,s) セットの変数が全て異なる勤務表は勤務表自体の $f(x^k)$ 値が 2 の勤務表で作成できることがわかった

$$\min_{x \in X} f(x) = 2$$

ヒューリスティック解法ソルバーを用いた実験と結果

相違度最大化モデルを用いて $|K| = 2$ の勤務表を作成する実験を行う

- 対象問題例：“Ikegami-3shift-DATA1”（3 交替，25 名，30 日，$f^* = 2$）
- $|T| = 100, (i, j, s) \in T$
- $\hat{f} = 2, 3, \ldots, 14$ と変更する

実験環境
最適化ソルバー：Numerical Optimizer の制約充足問題ソルバ wcsp
反復回数の上限：30,000,000 回
異なる初期値の試行回数：4 回

表 4: ヒューリスティック解法ソルバーを用いた実験結果

$\hat{f}$	iteration count	time (s)	obj val
2	30000000	1194.59	2
3	30000000	1277.02	3
4	30000000	1314.59	2
5	19319374	1252.24	0
6	3563129	288.02	0
7	3095443	286.00	0
8	779636	229.58	0
9	3170269	194.50	0
10	3772580	216.12	0
11	989910	186.42	0
12	219497	134.41	0
13	534248	107.22	0
14	65509	127.60	0

ヒューリスティック解法ソルバーを用いた実験と結果

実験の結果から

- $\hat{f}$ が 5 から 14 のときは，厳密解法よりも速く解を得ることができた
- 厳密解法では実行可能解が得られなかった $\hat{f} = 3$ でも実行可能解を得ることができた
- $\hat{f} = 2$ と $\hat{f} = 4$ では，前の実験の方が良い値の解（重なりの少ない解）を得た

厳密解法において制約がタイトになることにより解空間が狭まり，解の探索をしやすくなった可能性が考えられる

勤務表の評価値を盛り込んだ相違度最大化モデル

x_{ijs}^{k}　k 個目の勤務表のナース i の日 d にシフト s を割り当てるならば 1，そうでないならば 0 となる意思決定変数

d_{ijs}^{kh}　x_{ijs}^{k} と x_{ijs}^{h} が共に 1 となるときに 1，そうでないときに 0 となる変数

T　変数の出現回数が上位の (i, j, s) セット（または (i, j) セット）を持つ集合

$f(x^k)$　k 番目の勤務表の改善モデル目的関数値

ρ　重み調整に用いる入力パラメータ

勤務表の評価値を盛り込んだ相違度最大化モデル

モデルの目的関数： それぞれの勤務表の $f(x^k)$ が良い上で T に含まれる (i,j) に同一のシフトを割り当てないようにする

勤務表の評価値を盛り込んだ相違度最大化モデル

$(i,j,s) \in T$ として K 個の勤務表を生成する定式化

$$\text{minimize} \quad \sum_{\substack{k,h\in K\\ k<h}} \sum_{i\in I} \sum_{j\in J} \sum_{s\in S} d_{ijs}^{kh} + \rho \sum_{k=1}^{K} f(x^k) \tag{12}$$

subject to

$$\mathbf{x^k} \in X, \qquad \forall k \in K \tag{13}$$

$$x_{ijs}^{k} + x_{ijs}^{h} \le 1 + d_{ijs}^{kh}, \qquad \forall k,h \in K, k<h, (i,j,s) \in T \tag{14}$$

$|K| = 3$ の勤務表生成実験と結果

- 変数を（ナース，日）のセットで集計し出現回数上位の変数の集合 $(i, j) \in T$ とする
- 勤務表の評価値を盛り込んだ相違度最大化モデルを用いて $|K| = 3, |T| = 100$ の勤務表を求める

実験環境
最適化ソルバー：Gurobi（9.0.0）
CPU：Xeon E-2144G (3.60GHz)
メモリ：64GB
タイムリミット：72 時間

$|K| = 3$ の勤務表生成実験と結果

0：休み，1：日勤，2：準夜勤，3：深夜勤，4：その他の勤務， 5 ：確定勤務

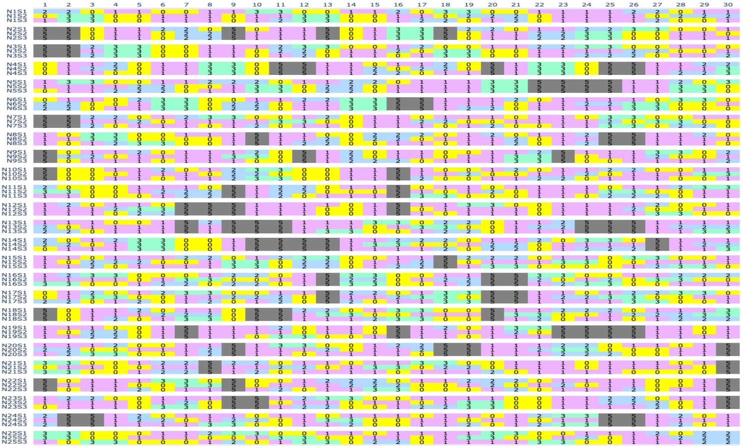
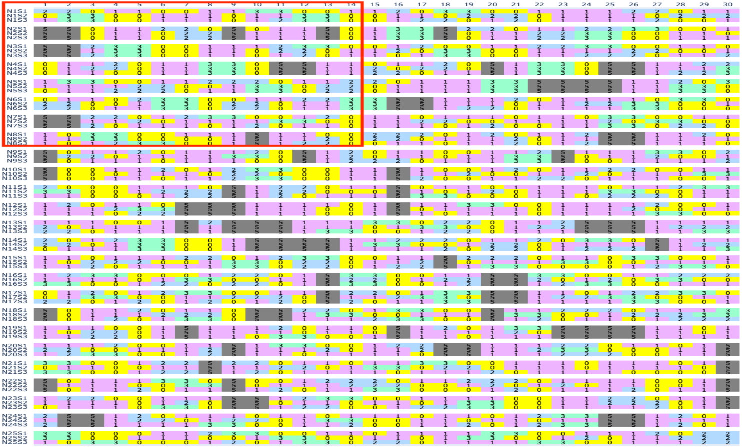


図 4: $(i, j) \in T$ と定義したときの 3 つの勤務表

$|K| = 3$ の勤務表生成実験と結果



0：休み，1：日勤，2：準夜勤，3：深夜勤，4：その他の勤務， 5 ：確定勤務

$|K| = 3$ の勤務表生成実験と結果

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
N1S1	2	2	0	1	1	0	0	1	1	3	3	0	0	1
N1S2	0	3	3	0	0	1	1	1	0	1	1	3	3	0
N1S3	1	3	3	0	0	1	1	1	0	1	2	3	3	0
N2S1	5	5	0	1	1	2	2	0	5	0	1	1	5	0
N2S2	5	5	0	1	1	0	2	2	5	1	1	1	5	0
N2S3	5	5	0	1	1	0	2	2	5	1	1	1	5	0
N3S1	5	5	2	3	3	0	0	1	1	1	2	3	3	0
N3S2	5	5	1	3	3	0	0	1	1	0	2	2	0	1
N3S3	5	5	2	3	3	0	0	1	1	0	1	2	0	1
N4S1	0	1	1	2	0	1	1	3	3	0	5	5	1	1
N4S2	0	1	2	2	0	1	1	3	3	0	5	5	1	1
N4S3	0	1	1	0	0	1	1	3	3	0	5	5	1	1
N5S1	1	3	3	0	0	1	1	2	2	2	0	1	1	2
N5S2	1	1	1	1	2	2	0	0	1	3	3	0	2	2
N5S3	0	1	1	2	2	2	0	1	1	3	3	0	2	2
N6S1	0	1	1	0	2	3	3	0	0	1	1	2	2	3
N6S2	2	2	0	0	1	3	3	0	2	2	0	1	1	3
N6S3	2	2	0	1	1	3	3	0	2	2	0	1	1	3
N7S1	5	5	2	2	0	1	2	3	3	0	0	1	2	0
N7S2	5	5	1	1	2	0	1	1	1	1	3	3	0	0
N7S3	5	5	2	0	1	1	1	0	1	2	0	1	1	0
N8S1	1	0	3	3	0	0	1	1	1	5	1	1	0	0
N8S2	1	1	3	3	0	0	0	0	1	5	1	1	2	0
N8S3	1	0	1	2	3	3	0	0	1	5	1	2	2	0

0：休み，1：日勤，2：準夜勤，3：深夜勤，4：その他の勤務， 5 ：確定勤務

$|K| = 3$ の勤務表生成実験と結果

表 5: 3 つの勤務表のセルに対するシフトの種類分析

全てのセル数	750
確定勤務数	79
全てのシフトが同一となるセル数	377
2 つのシフトが同一となるセル数	156
それぞれのシフトが異なるセル数	138

$|K| = 3$ の勤務表生成実験結果から

- $|K| = 3, |T| = 100$ として勤務表を生成することができた
- 生成した 3 つの勤務表は全て $f(x^k)$ 値が 2 であり，それぞれ最適な勤務表を得ることができた
- 各セルに注目すると，T に含まれる (i, j) で同じシフトが 9 箇所に割り当てられた一方で，750 箇所のセルのうち 138 箇所のセルで 3 つの勤務表が互いに異なるシフトが割り当てることができた
- 重要度が高いナース i の日 j のスケジュールが異なった勤務表を 3 つ得ることができた．3 つの特徴が異なる多様な解を得ることができたといえる．

本発表では

- 改善モデルを提案し，様々な状況で適応でき高速に 1 つの解を得ることができることを確認した
- 1 つの問題例に対して調査を行い，その結果を用いて複数の解を生成した
- 他の問題例に対しても同様のことを行うことが可能である
- 1 つの多様性を定義することができた

おわりに

今後は

- 現場で生成した勤務表の評価
- 様々な多様性の定義の考案
- 解同士の関係性（多様性，類似性）の定義
- 解空間の可視化
- 高速に複数の解を求めるアルゴリズムの構築