# クレーン搬送を伴うジョブショップスケジューリング問題の厳密解法に関する研究

神奈川大学　工学部　経営工学科
小林幸祐　太田和希　周暁棟

指導教員　片桐英樹

# CONTENTS

# 研究背景：クレーンを使用する製造業

複数のクレーンを使用して搬送を行う施設は数多く存在する

**例）** **鉄鋼の製造工場**や**バイオマス発電所**など

**少子高齢化**による**労働力人口の減少**が問題となっている

2000年から2030年には**600万人減少**[1]

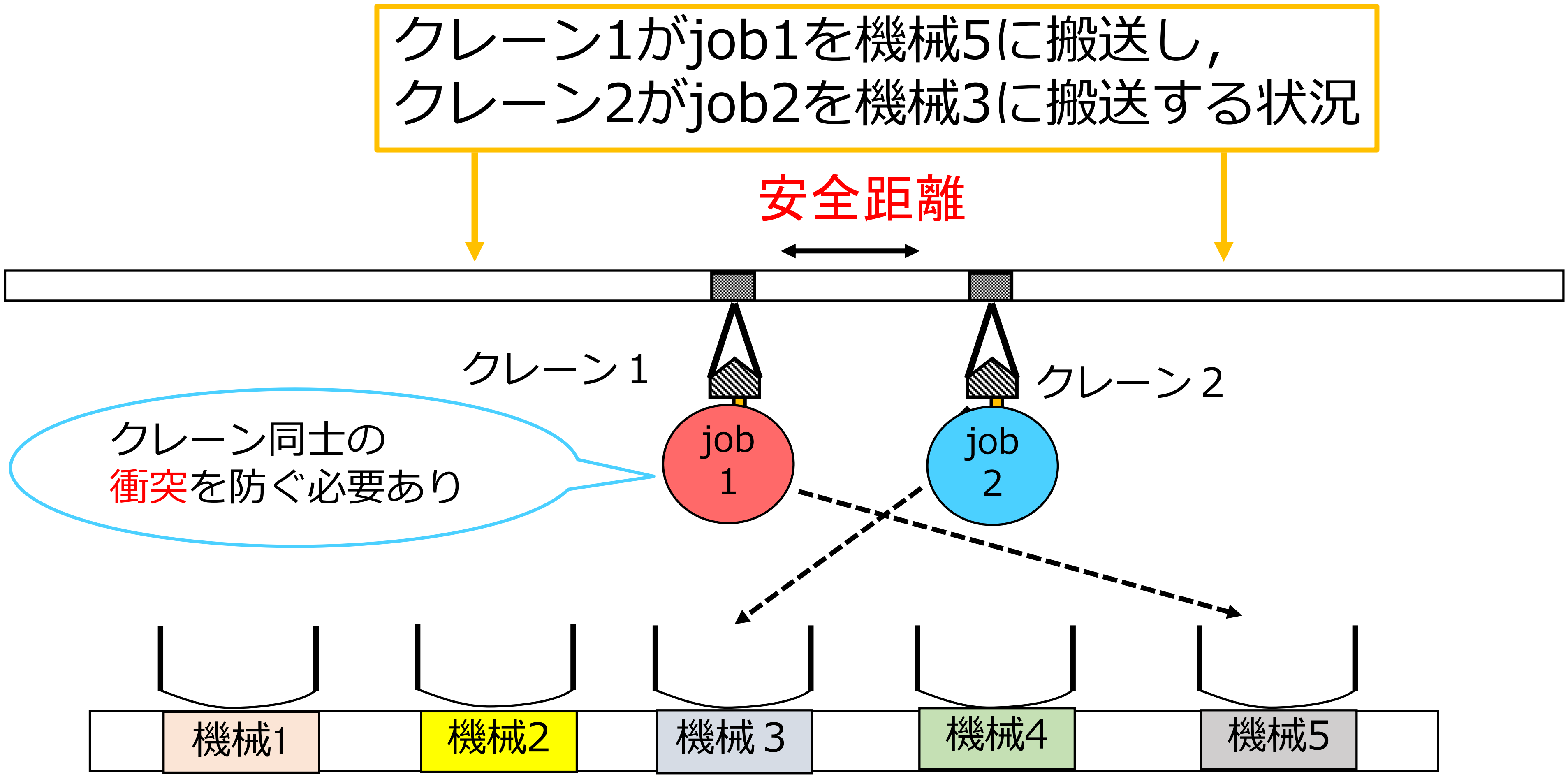
DXによる**業務効率化**，**生産性向上**が求められている

製造業における**約70%**[2]の企業がDXによる業務改善を期待

製品を効率よく製造するための
生産スケジューリングの自動作成は益々重要になる

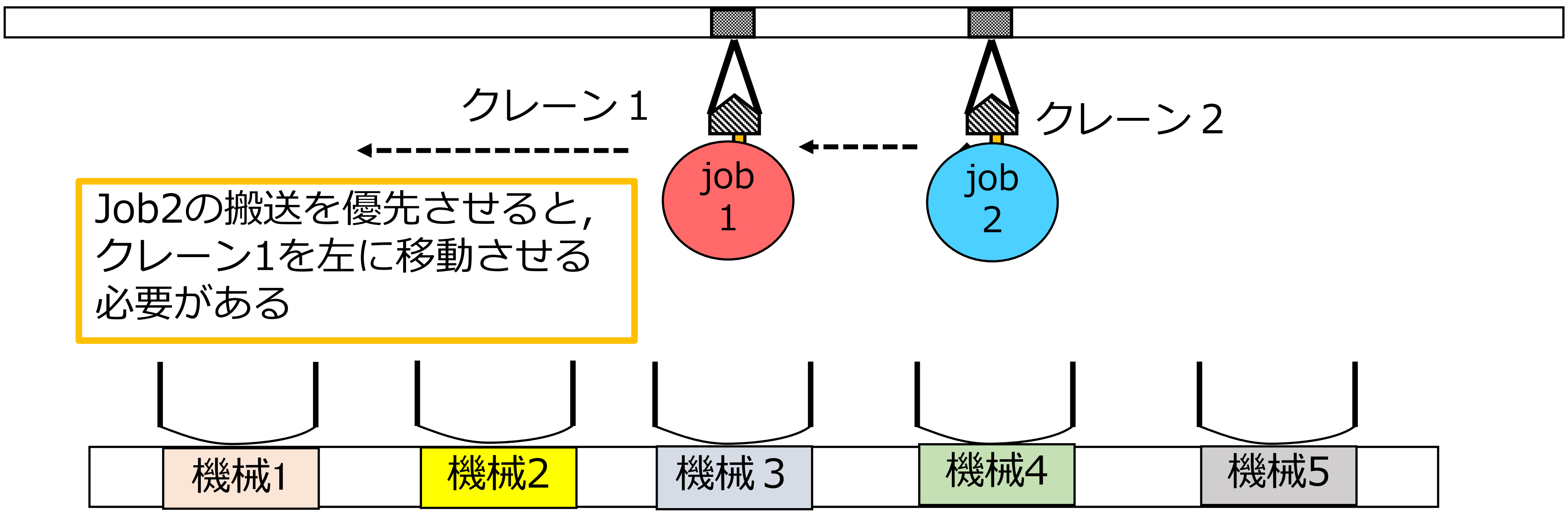
# 1.イントロダクション
## 研究背景：クレーン干渉

クレーンを用いた生産現場では，互いのクレーンが衝突を防ぐため
安全距離を保っている



# 1.イントロダクション
## 研究背景：クレーン干渉

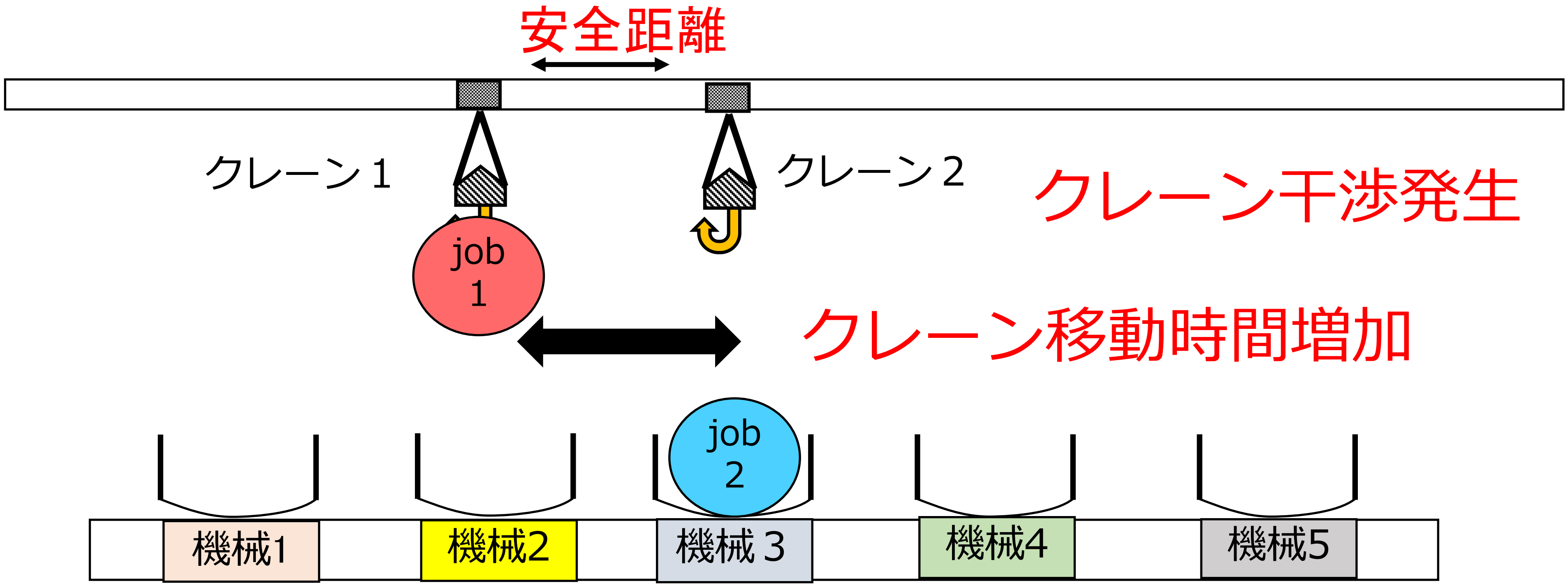
互いのクレーンが衝突を防ぐため，どちらかのクレーンが搬送先の機械とは反対方向の移動が必要



# 1.イントロダクション
## 研究背景：クレーン干渉

クレーン1は，機械3の位置から左(搬送先とは反対方向)に移動したので，クレーン干渉が発生しクレーンの移動時間が増加

クレーン干渉は，生産スケジュールに大きな影響を与える



**クレーン干渉に関する研究(Ng[3](2005))**

クレーン干渉を考慮する必要があるスケジューリング問題に対して，クレーン干渉を防ぐ整数プログラムを提案し，ヒューリスティックを用いて最適なスケジュールを導き出した

**スケジューリング問題の定式化に関する研究(Zeng[4](2018))**

2台のヤードクレーンを用いて，コンテナターミナルで発生する実用的な運用問題を整数線形計画モデルを構築した．タスクの数が少ない問題に対して厳密解法を用いて解の導出に成功した

**ジョブショップスケジューリング問題に関する研究(片桐[5](2019))**

クレーン搬送を伴うNP困難なジョブショップスケジューリング問題に対し，ジョブ処理順序最適化とクレーン割り当て最適化を組み合わせたヒューリスティック解法を提案した

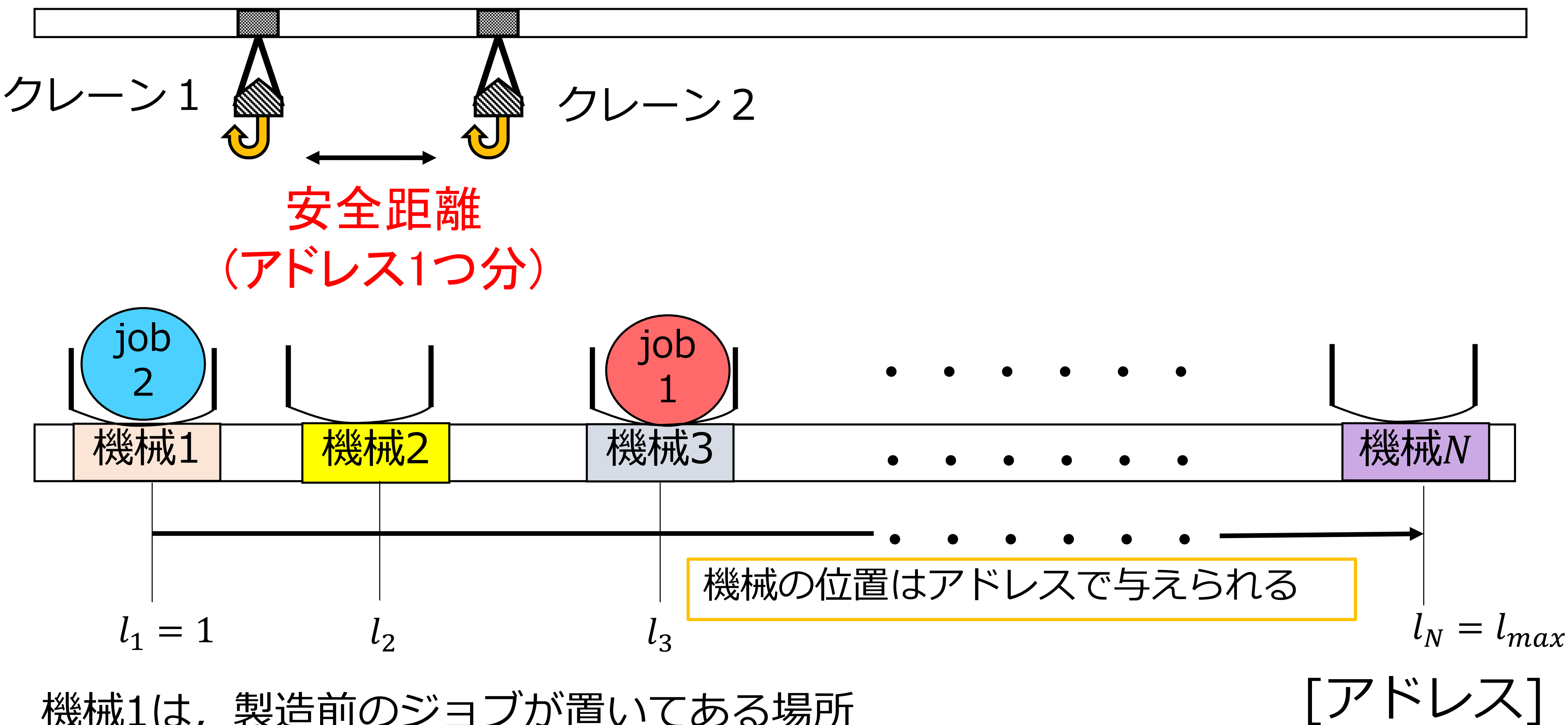
# 1.イントロダクション
## 本研究の目的

ヤードクレーンの干渉を考慮した厳密解法についての定式化を行った研究は存在する
しかし，クレーン干渉を考慮したジョブショップスケジューリングに関する厳密解法についての研究は見受けられない

**本研究の目的**

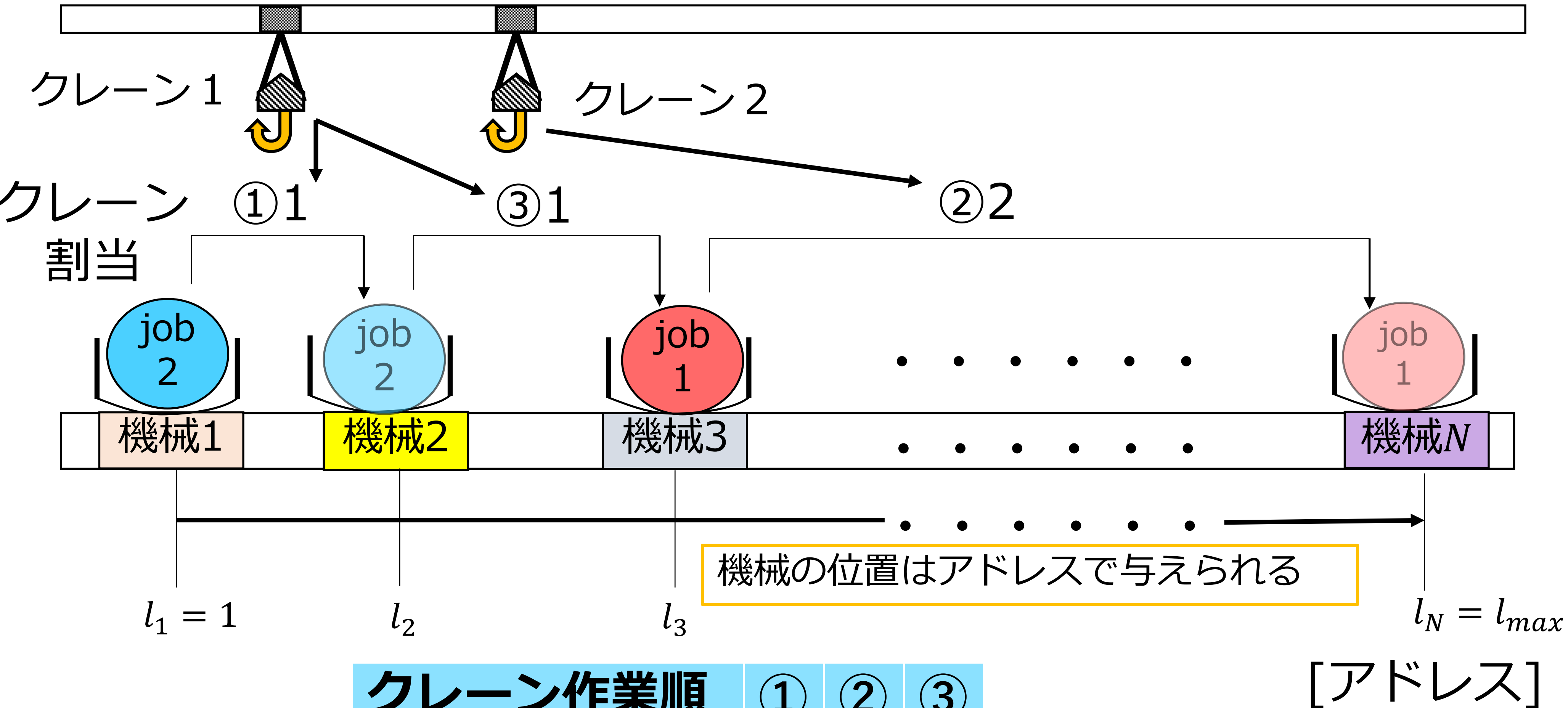
クレーン干渉を考慮したジョブショップスケジューリング問題に対しての**厳密解法**の提案

# 1.イントロダクション
## 問題設定




機械1は，製造前のジョブが置いてある場所
機械$N$は完成したジョブの置き場
機械1と機械$N$はいくつでもジョブが置けるがそれ以外は1つしか置けない
処理時間は，機械1と機械$N$は0としそれ以外の機械での処理時間を考慮する

# 1.イントロダクション
## 問題設定




| クレーン作業順 | ① | ② | ③ |
|---|---|---|---|
| クレーン割当 | 1 | 2 | 1 |

各ジョブの処理順序に従って，ジョブの搬送に対するクレーン割当を決定する

# 2.定式化
## 集合・定数

### 集合・定数

$J$:ジョブの集合

$N$:機械の数

$M=\{1,2\ldots,N\}$:機械の集合

$J_i$:機械$i\in M$で処理されるジョブの集合

$K=\{1,2\}$:クレーンの集合

$L=\{1,2,\ldots,l_{max}\}$:クレーンが移動できる場所（アドレス）の集合
アドレス1つ分が安全距離とする

$\mathrm{T}=\{0,1,\ldots,t_{max}\}$:時刻の集合

$H_j=\{1,2\ldots,m_j\}$:ジョブ$j$で処理される作業番号の集合

$m_j=\{\sigma_1^j,\sigma_2^j,\ldots\sigma_h^j,\ldots\sigma_{mj}^j\}$:ジョブ$j$を処理する機械の集合

## 集合・定数

$l_i$:機械$i$が位置するアドレス(ただし，$l_1 = 1, l_N = l_{max}$とする)

$m_j$:ジョブ$j$ で処理される作業工程数

$\sigma_h^j$:ジョブ$j$を$h$番目に処理する機械

$t_{(i,j),(i',j)}$:ジョブ$j$の機械$i$における作業終了後に機械$i'$へクレーンで搬送する時間（クレーンの上げ下げ時間を含む）

$G$:大きな正数

# 2.定式化
## 決定変数(1)

### 決定変数

$x_{i,j,t}$ :機械$i$におけるジョブ$j$の作業を時刻$t$に開始するならば1,
開始しないならば0

$\varepsilon_{i,j}$:機械$i$におけるジョブ$i$の作業開始時刻

$\delta_{i,j}$:機械$i$ におけるジョブ$j$の作業終了時刻

$s_{i,j}$:機械$i$ におけるジョブ$j$の（作業終了後の）クレーン搬送開始時刻

$r_{i,j}$:機械$i$におけるジョブ$j$の（作業終了後の）クレーン搬送終了時刻

$\eta_{i,j,t}$:機械$i$ におけるジョブ$j$の作業終了後に時刻$t$でクレーン搬送を
開始するならば1, 開始しないならば0

$c_{max}$:最後のジョブが最後の機械に到着した時刻(メイクスパン)

# 2.定式化
## 決定変数(2)

### 決定変数

$\tau^k_{i,j,t}$:時刻$t$ にクレーン$k$ がアドレス$l$に位置していれば1, 位置していなければ0

$\xi^k_{i,j,t}$:機械$i$ におけるジョブ$j$ の作業終了後に時刻$t$でクレーン$k$ で搬送するならば1, 搬送しないならば0

$\beta^k_{(i,j),(i',j')}$:クレーン$k$で搬送する2つの異なるジョブ$j$, $j'$ について，機械$i$における
ジョブ$j$の作業終了後のクレーン搬送開始時刻が機械$i'$におけるジョブ$j'$の
作業終了後のクレーン搬送開始時刻よりも先ならば1,後ならば0

$\gamma^i_{j,j'}$:機械$i$において（作業を終了した）ジョブ$j$をジョブ$j'$よりも先にクレーンで
搬送するならば1, 搬送しないならば0

# 2.定式化
## 目的関数と制約式(1)：メイクスパン

*制約式は一部抜粋したものだけ説明

**目的関数**

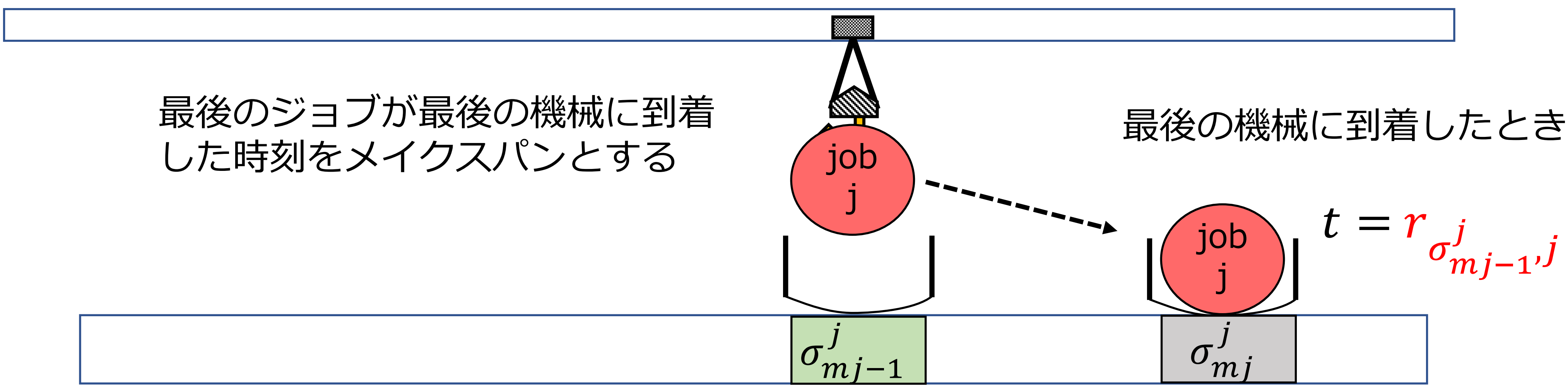
$$\min \ C_{max}$$

メイクスパンの最小化

**制約式(1)**

$$r_{\sigma^{j}_{mj-1},j} \leq C_{max} \quad \forall j \in J$$

メイクスパン$C_{max}$は最後のクレーン搬送されるジョブの搬送終了時刻に等しい



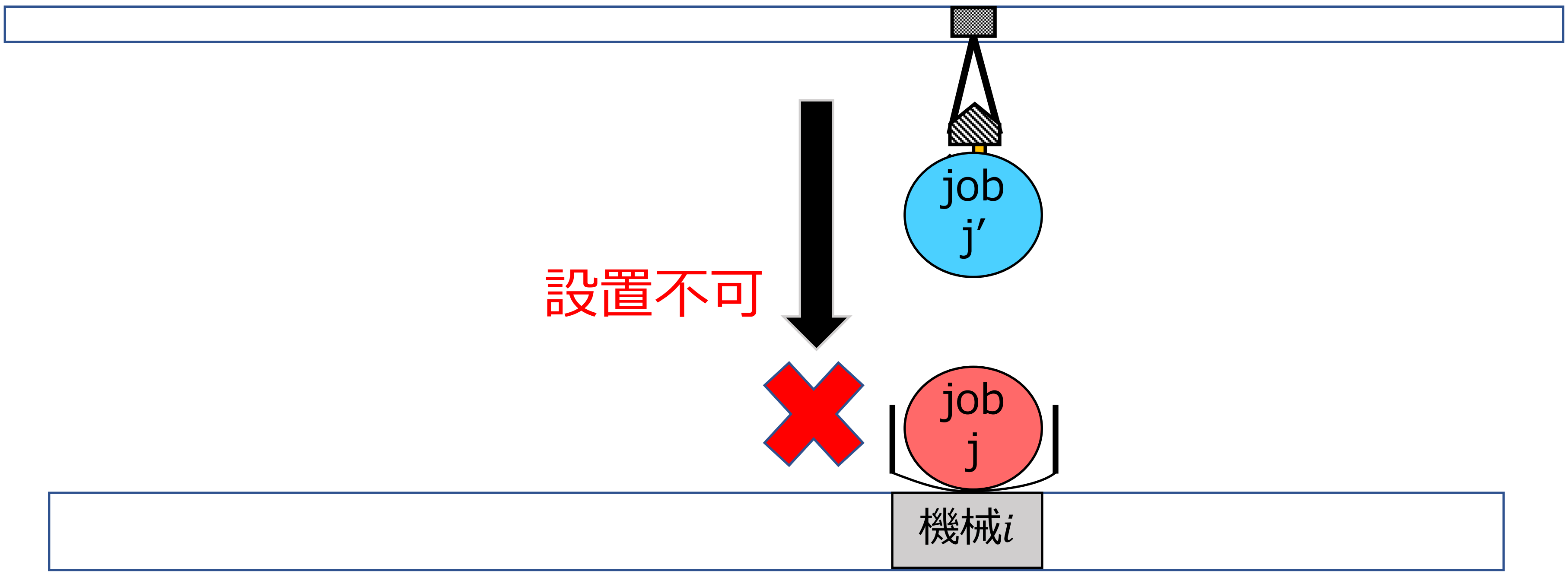
*制約式は一部抜粋したものだけ説明

# 制約式(2)：2つ以上のジョブを同時に処理できない

## 制約式(2)

$$\sum_{j \in J_i} \sum_{t'=\max(0,t-p_{ij}+1)}^{\min(t,t_{max}-p_{ij}+1)} x_{i,j,t'} \leq 1 \quad \forall i \in M \setminus \{1,N\}, t \in T$$

機械1と機械$N$以外の機械は同時に２つ以上のジョブを処理できない



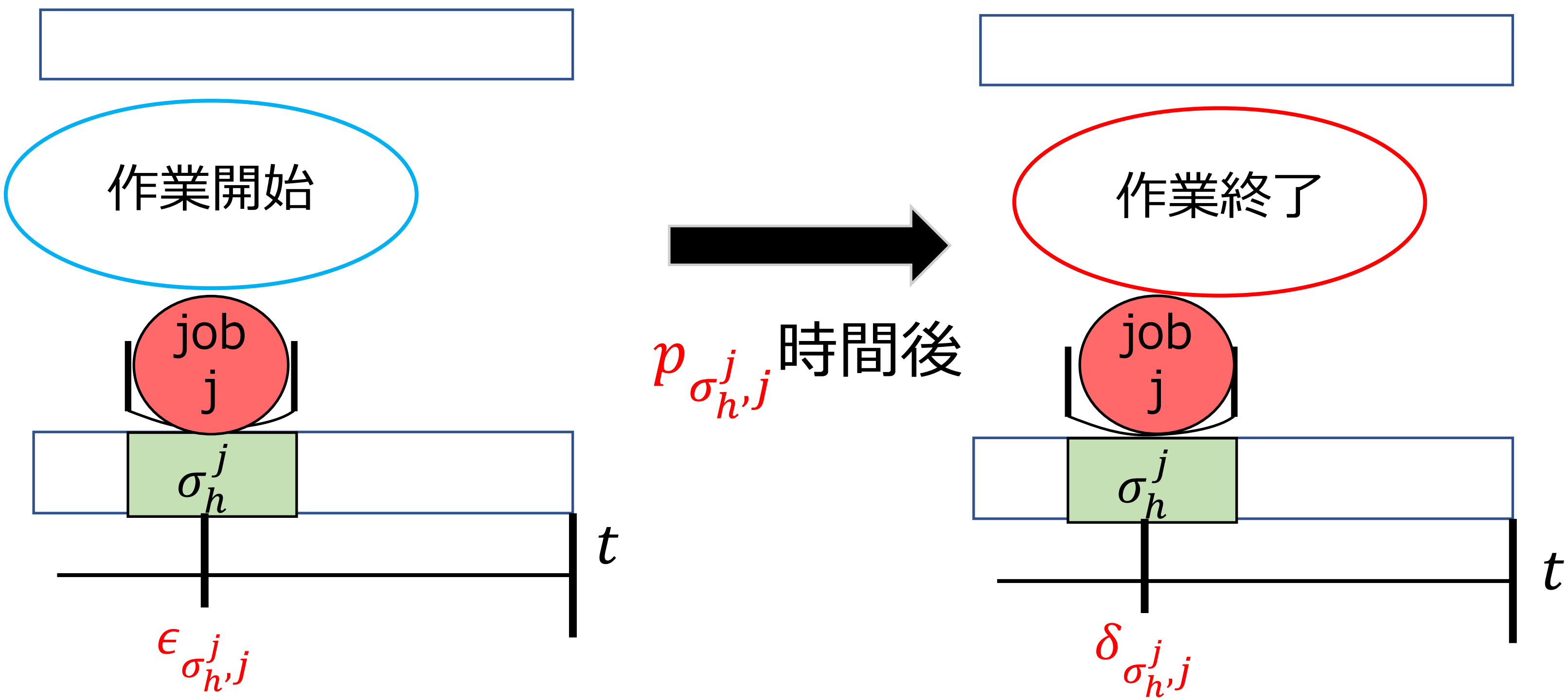
# 2.定式化
## 制約式(3)：作業開始時刻と作業終了時刻の関係

*制約式は一部抜粋したものだけ説明

**制約式(3)**

$$\delta_{\sigma_h^j,j} = \epsilon_{\sigma_h^j,j} + p_{\sigma_h^j,j} \quad \forall j \in J, h \in H_j \setminus \{m_j\}$$

すべてのジョブの作業工程において，作業終了時刻は作業開始時刻に
作業時間を加算した時刻に等しい



## 2.定式化

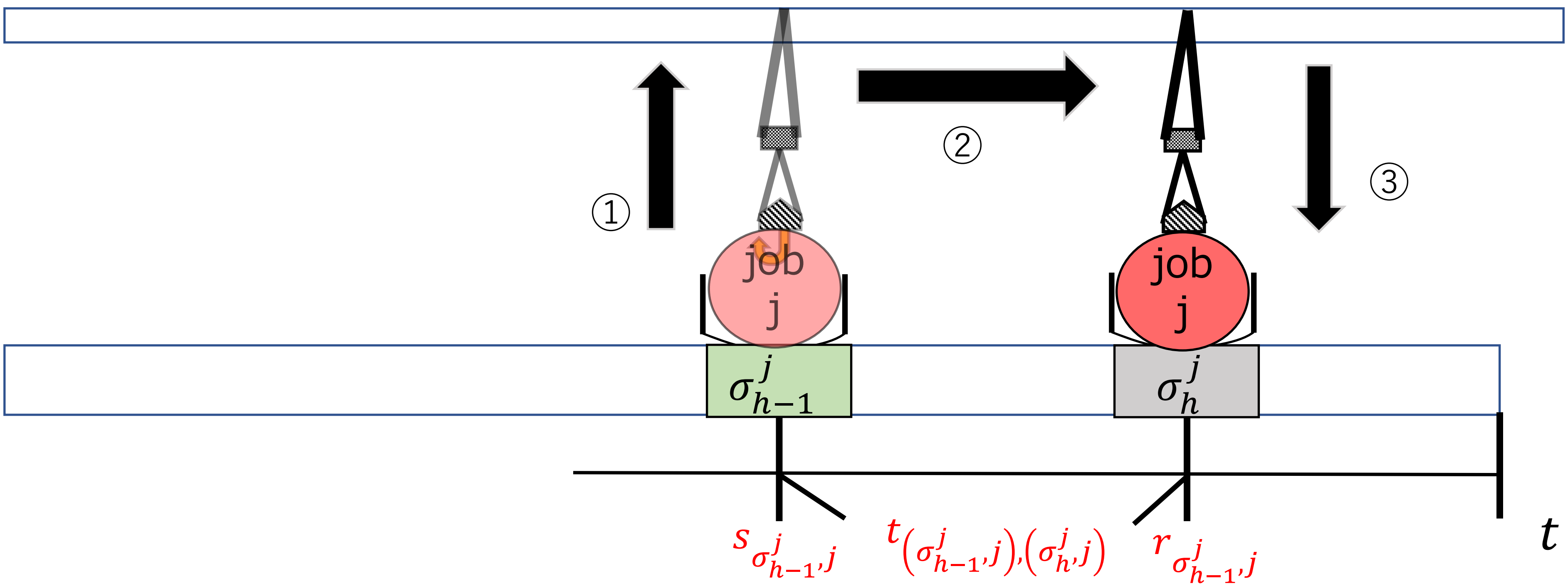
*制約式は一部抜粋したものだけ説明

### 制約式(4)：クレーン搬送開始時刻とクレーン搬送終了時刻の関係

**制約式(4)**

$$r_{\sigma^j_{h-1},j} = s_{\sigma^j_{h-1},j} + t_{(\sigma^j_{h-1},j),(\sigma^j_h,j)} \quad \forall j \in J, h \in H_j \setminus \{1\}$$

すべてのジョブの作業工程のおいて，(作業終了後の)クレーン搬送終了時刻はクレーン搬送開始時刻に施設間のクレーン搬送時間を加えた時刻に等しい



## 2.定式化
*制約式は一部抜粋したものだけ説明

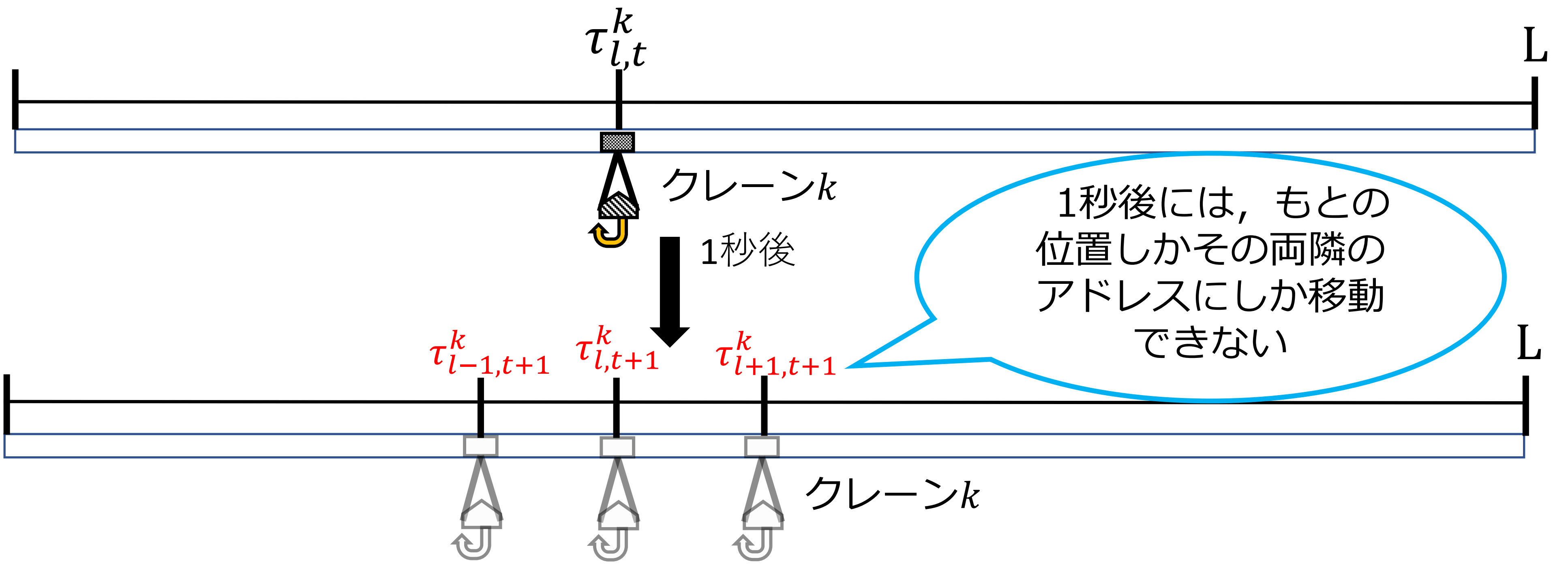
## 制約式(5)：クレーンは1秒につき1アドレス分しか移動できない

**制約式(5)**

$$\tau_{l,t}^{k} \leq \tau_{l-1,t+1}^{k} + \tau_{l,t+1}^{k} + \tau_{l+1,t+1}^{k}$$

$$\forall l \in L \setminus \{1, l_{max}\}, t \in T \setminus \{t_{max}\}, k \in K$$

すべての時刻$t$において，クレーン$k$は1 秒で1 アドレス分しか移動できない



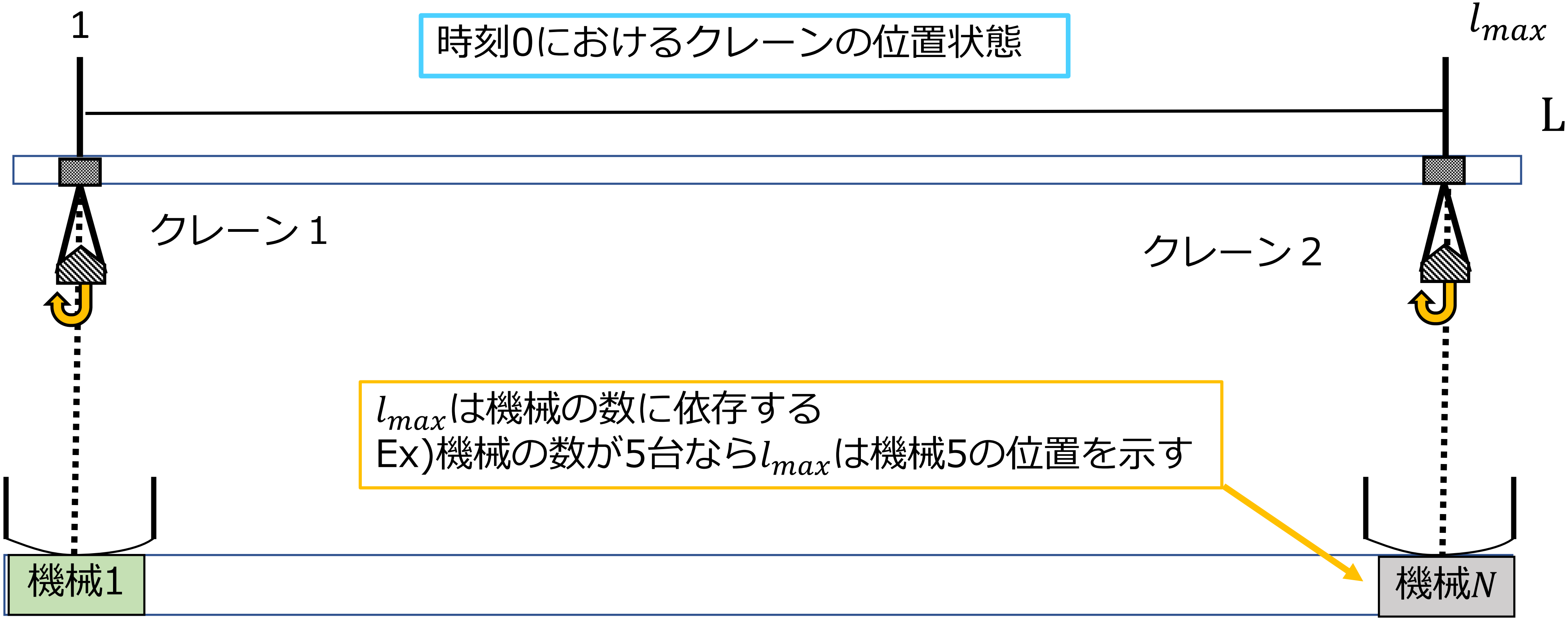
# 2.定式化
## 制約式(6)：時刻0におけるクレーンの位置

*制約式は一部抜粋したものだけ説明

**制約式(6)**

$$\tau^1_{1,0},\ \tau^2_{l_{max},0}$$

時刻0の初期状態においてのクレーンの初期位置は決まっている




$l_{max}$は機械の数に依存する
Ex)機械の数が5台なら$l_{max}$は機械5の位置を示す

# 2.定式化

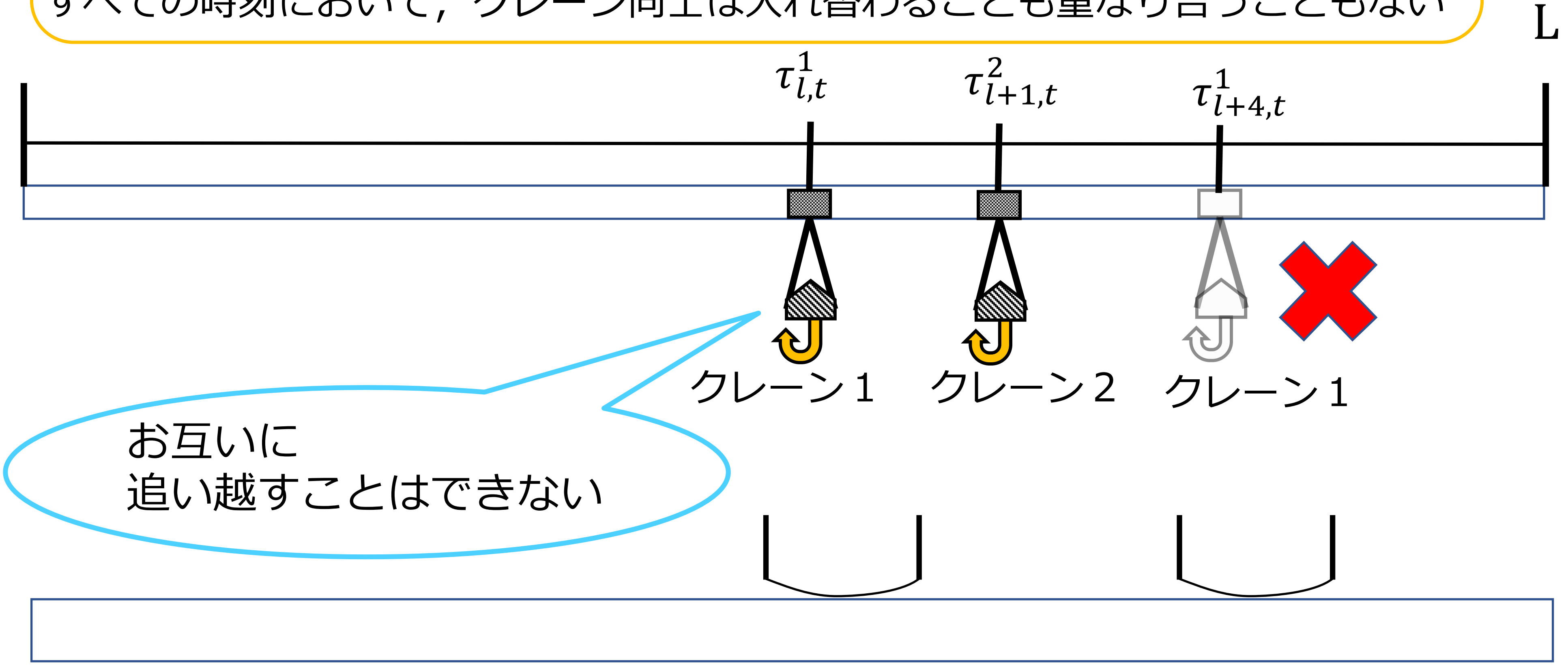
*制約式は一部抜粋したものだけ説明

## 制約式(7)：クレーン同士の入れ替わり，重なり合いは不可能

**制約式(7)**

$$\sum_{l \in L} l \cdot \tau_{l,t}^{2} \geq \sum_{l \in L} l \cdot \tau_{l,t}^{1} + 1 \quad \forall t \in T$$

すべての時刻において，クレーン同士は入れ替わることも重なり合うこともない



## 2.定式化

*制約式は一部抜粋したものだけ説明

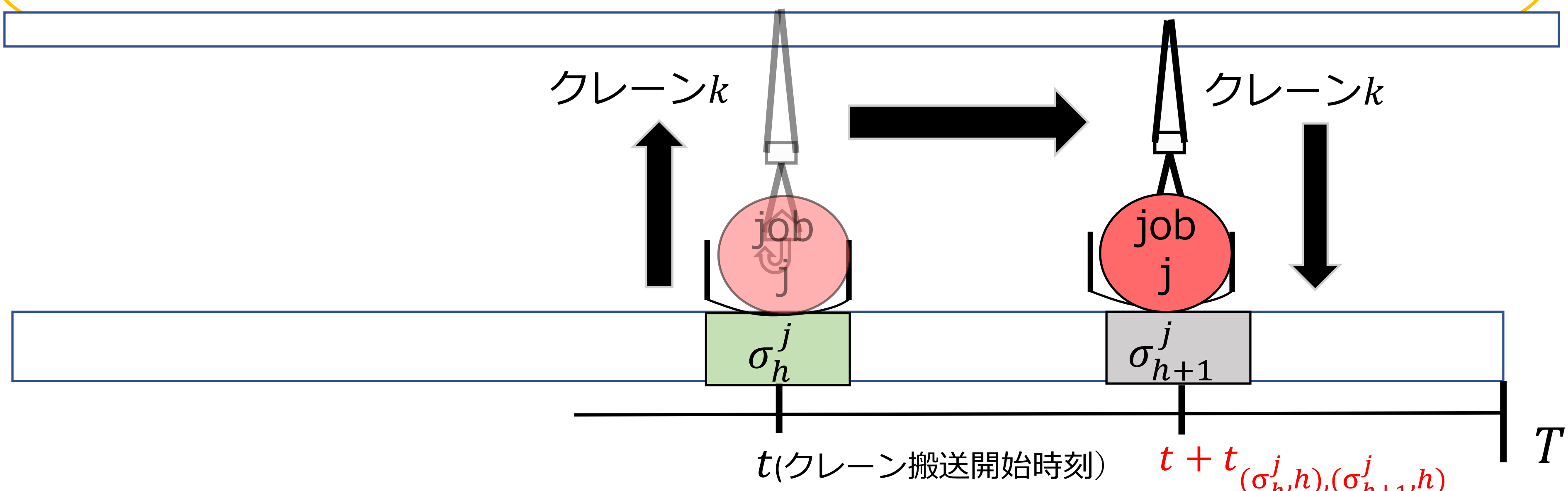
## 制約式(8)：クレーン$k$は，搬送終了時刻には搬送先に位置する

### 制約式(8)

$$\tau^k_{l_{\sigma^j_{h+1}}, t+t_{(\sigma^j_h,h),(\sigma^j_{h+1},h)}} \geq \xi^k_{\sigma^j_h,j,t} + \eta^k_{\sigma^j_h,j,t} - 1$$

$$\forall j \in J, h \in H_j \setminus \{m_j\}, t \in [0, t_{max} - t_{(\sigma^j_h,h),(\sigma^j_{h+1},h)}], k \in K$$

時刻$t$ でクレーン$k$ がジョブ$j$ の$h$ 番目の作業終了後の搬送を処理していて，かつその時刻に搬送処理を開始するならば，その搬送時間経過後の時刻にクレーン$k$ はジョブ$k$の $h+1$ 番目作業場所に位置している



*制約式は一部抜粋したものだけ説明

# 2.定式化

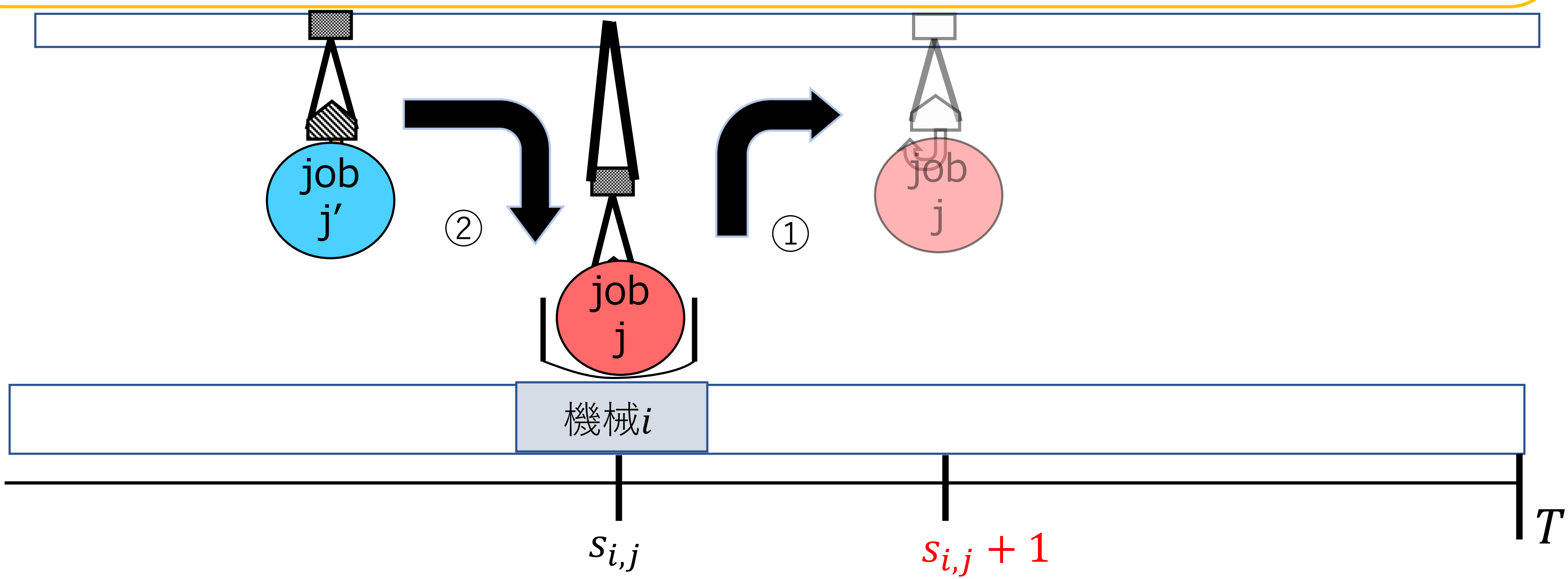
## 制約式(9)：搬送先にジョブがあるときのクレーン搬送終了時刻

### 制約式(9)

$$r_{i',j'} \geq s_{i,j} + 1 - \left(1 - \gamma^{i}_{j,j'}\right) G$$

$$\forall i, i' \in M, i \neq i', j, j' \in J_{i,}, j \neq j', \sigma^{j'}_{h'-1} = i', \sigma^{j'}_{h'} = \sigma^{j}_{h} = i, h \in H_j \setminus \{m_j\}, h' \in H_{j'} \setminus \{1, m'_j\}$$

同じ機械で処理する2つの異なるジョブについて，クレーンの搬送順序が$j, j'$のときジョブ$j$のクレーン開始時刻よりも後にジョブ $j'$のクレーン搬送終了時刻でなければいけない



# 2.定式化

*制約式は一部抜粋したものだけ説明

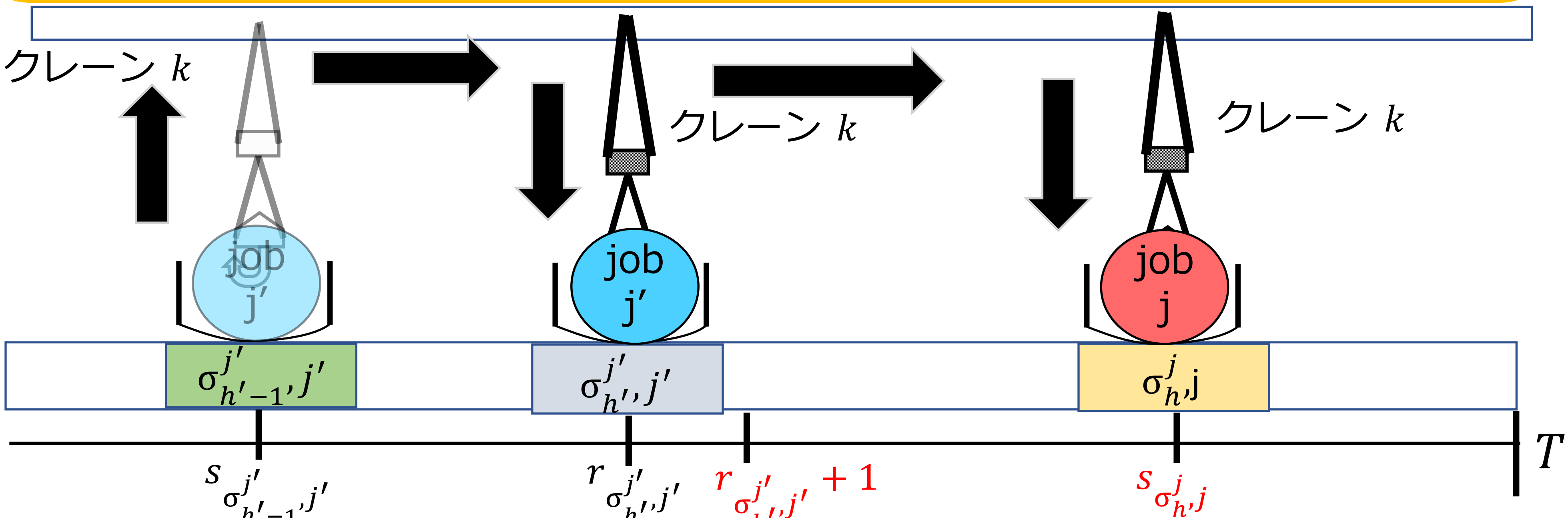
## 制約式(10)：クレーン $k$で搬送する2つの異なるジョブ$j, j'$の搬送開始時刻

**制約式(10)**

$$s_{\sigma^j_{h},j} \geq r_{\sigma^{j'}_{h'},j'} + 1 - \left(1 - \beta^k_{(\sigma^{j'}_{h'},j'),(\sigma^j_{h},j)}\right)G$$

$$\forall j, j' \in J_{i,}, j \neq j', h \in H_j \setminus \{m_j\}, h' \in H_{j'} \setminus \{1, m'_j\}$$

クレーン $k$で搬送する2つの異なるジョブ$j, j'$について，ジョブ$j$の$h$番目の作業終了後の搬送をジョブ$j$の$h$番目の作業終了後の搬送よりも先に行うならば，クレーン$k$によるジョブの搬送開始時刻はクレーン搬送順序によって決まる



# 2.定式化

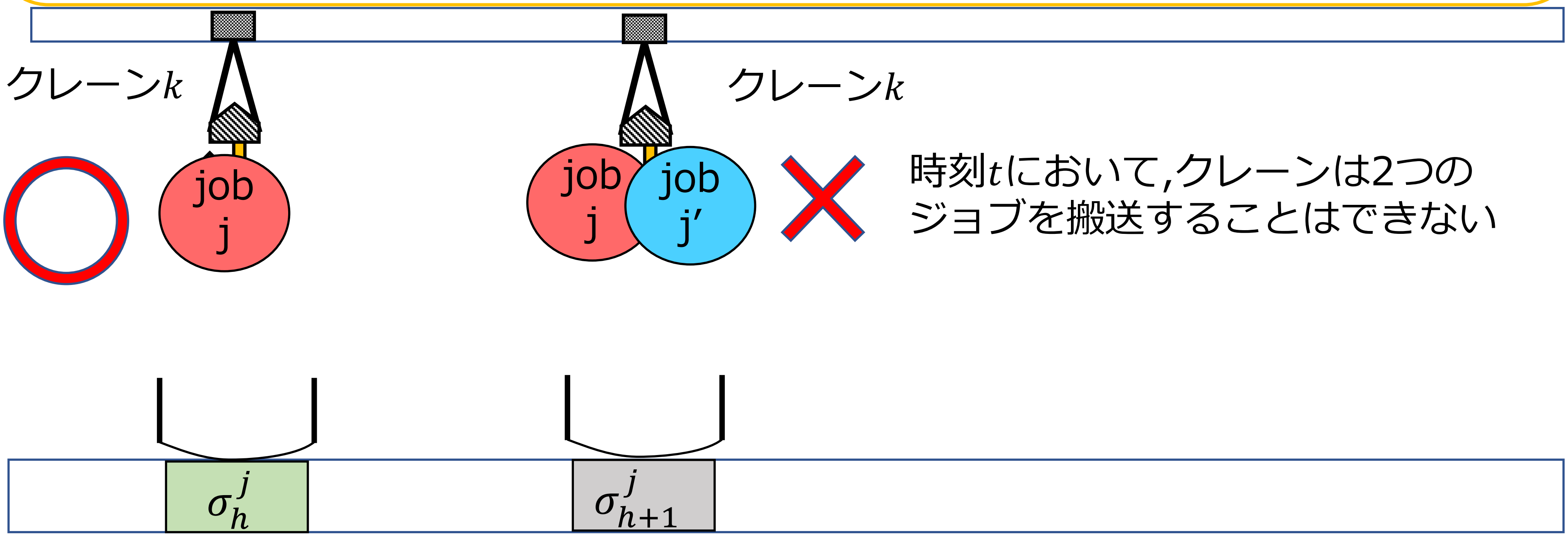
*制約式は一部抜粋したものだけ説明

## 制約式(11)：クレーン$k$は多くとも一つのジョブを搬送

制約式(11)

$$\sum_{j \in J} \sum_{h \in H_j \setminus \{m_j\}} \xi^k_{\sigma^j_h, j, t} \leq 1 \quad \forall t \in T, k \in K$$

時刻$t$において，それぞれのクレーン$k$は多くとも一つのジョブを搬送している
（すべての時刻でクレーンは多くとも一つの搬送ジョブを処理している）




時刻$t$において,クレーンは2つの
ジョブを搬送することはできない

# 3.数値実験①
# 　ジョブ数2，機械数5のジョブショップの条件

表1:数値実験①の各ジョブの加工順序

| ジョブNo. ＼ 加工順 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| job1 | 1 | 3 | 4 | 2 | 5 |
| job2 | 1 | 2 | 4 | 3 | 5 |

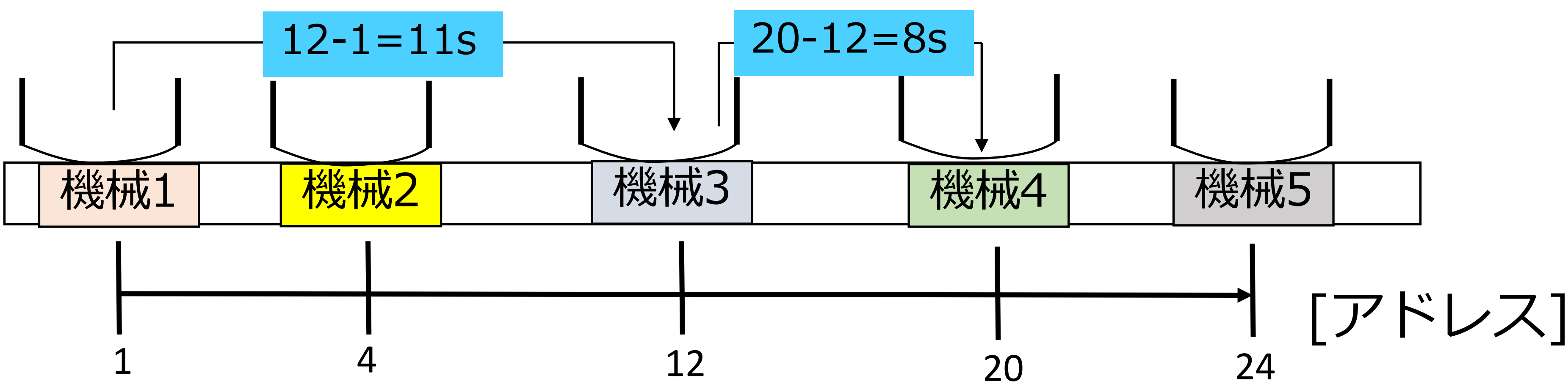
表2：各機械のジョブに対する処理時間　単位[s]

| ジョブNo. ＼ 機械No. | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| job1 | 0 | 4 | 5 | 8 | 0 |
| job2 | 0 | 7 | 5 | 4 | 0 |

表3：ジョブの搬送に対する移動時間　単位[s]

| 機械No. ＼ 機械No. | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 |  | 3 | 11 | 19 | 23 |
| 2 | 3 |  | 8 | 16 | 20 |
| 3 | 11 | 8 |  | 8 | 12 |
| 4 | 19 | 16 | 8 |  | 4 |
| 5 | 23 | 20 | 12 | 4 |  |

時刻0における初期状態において，
クレーン1はアドレス1に
クレーン2はアドレス24に位置する



# 3.数値実験①
# ジョブ数2，機械数5のジョブショップの結果：メイクスパン

メイクスパン:117

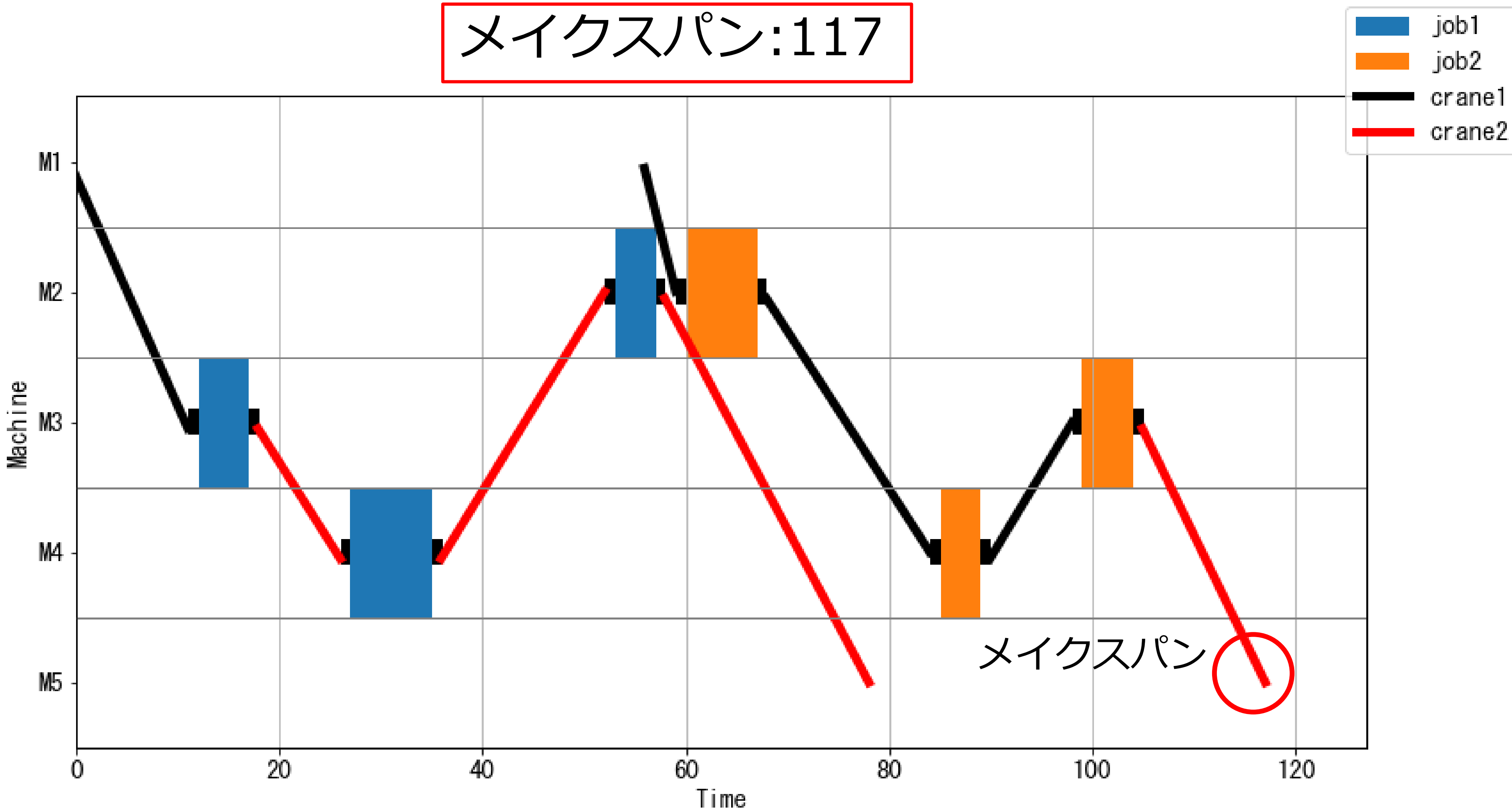



図1：パターン①のガントチャート

# 3.数値実験①
# ジョブ数2，機械数5のジョブショップの結果：クレーンの動き

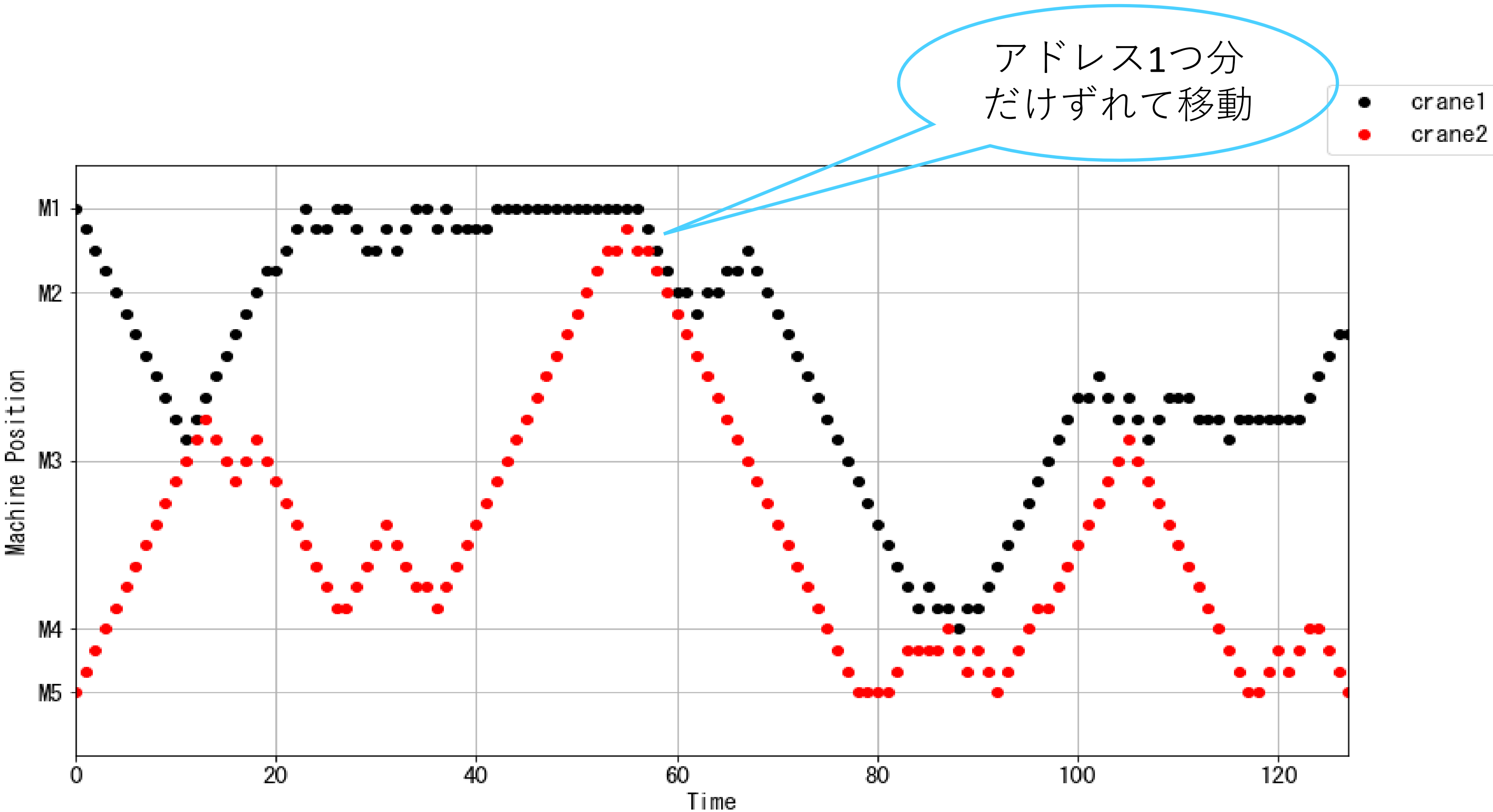



図2：パターン①のクレーンの動き

# 3.数値実験②
# ジョブ数2，機械数6のジョブショップの条件

表4:数値実験②の各ジョブの加工順序

| 加工順 / ジョブNo. | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| job1 | 1 | 2 | 4 | 3 | 5 | 6 |
| job2 | 1 | 5 | 4 | 2 | 3 | 6 |

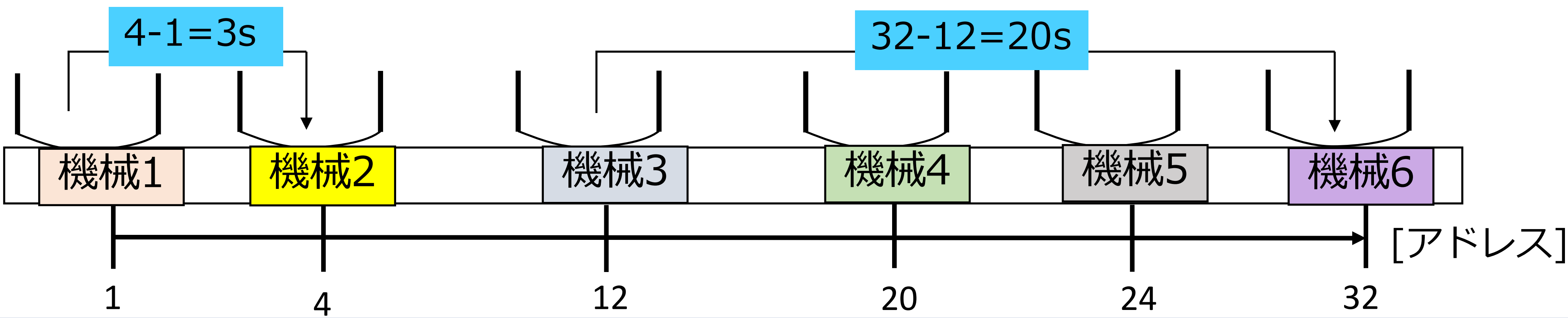
表5：各機械のジョブに対する処理時間　単位[s]

| 機械No. / ジョブNo. | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| job1 | 0 | 3 | 6 | 4 | 8 | 0 |
| job2 | 0 | 5 | 4 | 7 | 9 | 0 |

表6：ジョブの搬送に対する移動時間　単位[s]

| 機械No. / 機械No. | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | 3 | 11 | 19 | 23 | 31 |
| 2 | 3 | | 8 | 16 | 20 | 28 |
| 3 | 11 | 8 | | 8 | 12 | 20 |
| 4 | 19 | 16 | 8 | | 4 | 12 |
| 5 | 23 | 20 | 12 | 4 | | 8 |
| 6 | 31 | 28 | 20 | 12 | 8 | |

時刻0における初期状態において，
クレーン1はアドレス1に
クレーン2はアドレス32に位置する



# 3.数値実験②
## ジョブ数2，機械数6のジョブショップの結果：メイクスパン

メイクスパン:142

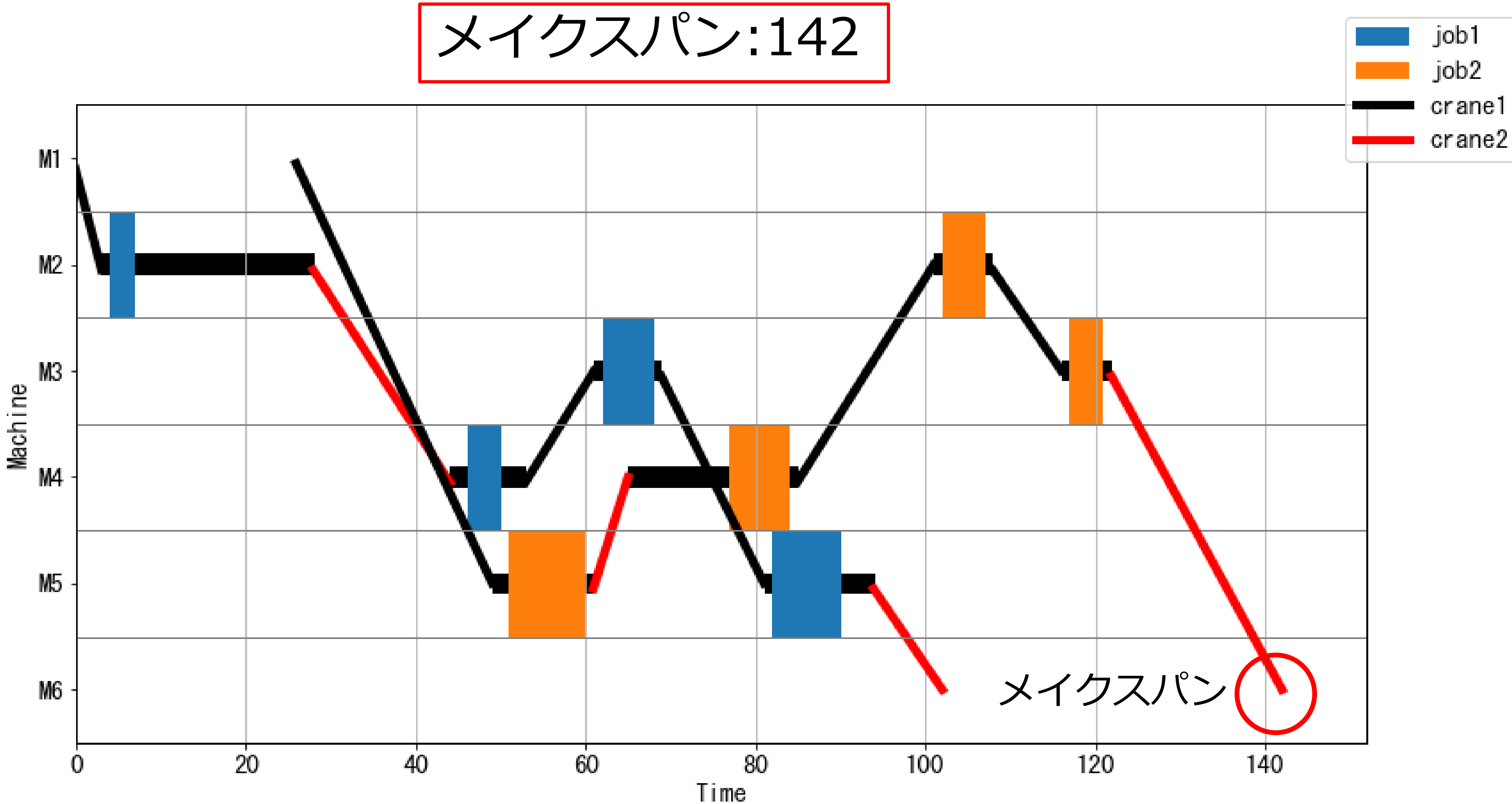
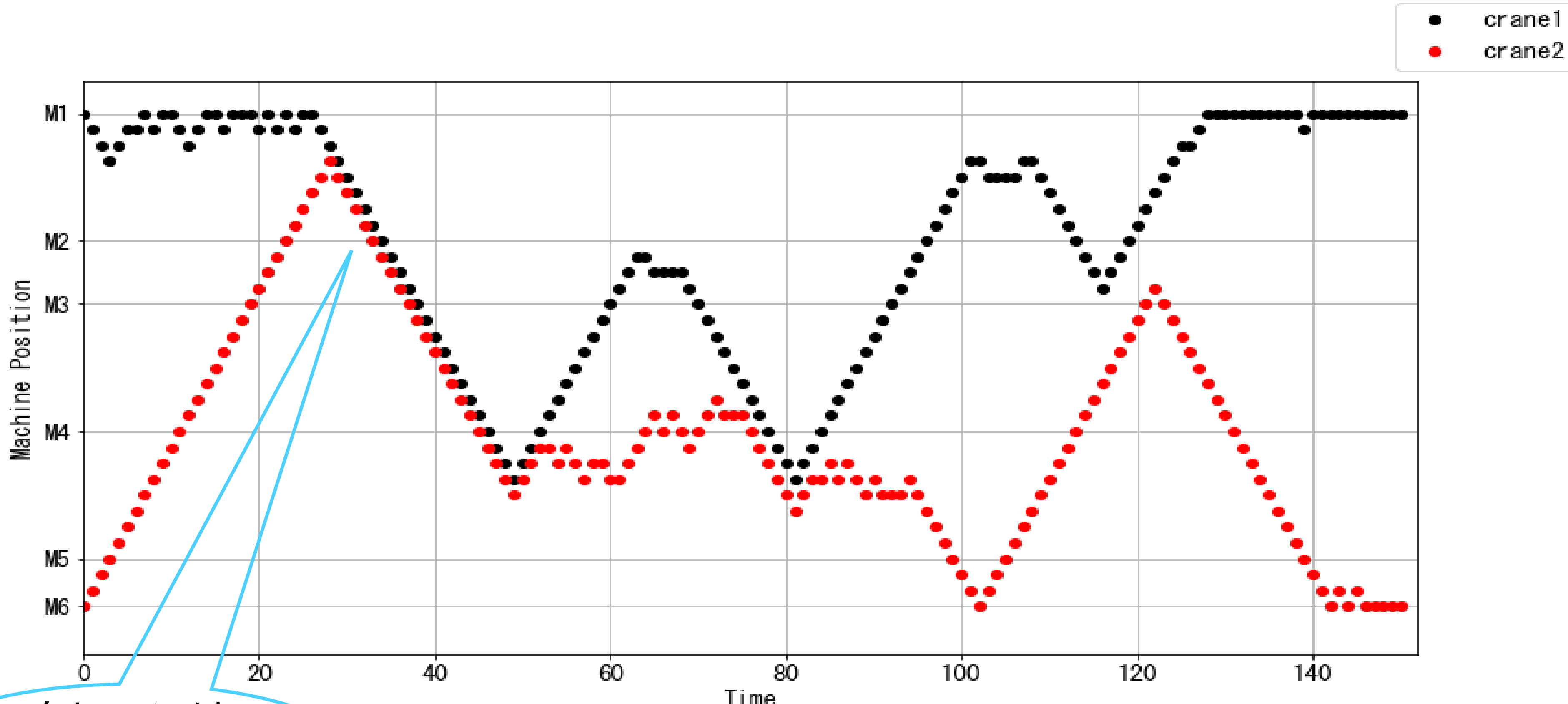



図3：パターン②のガントチャート

# 3.数値実験②
# 　ジョブ数2，機械数6のジョブショップの結果：クレーンの動き




クレーンは
重ならずに移動
している

図4：パターン②のクレーンの動き

# 4.まとめ
## 今後の課題

- クレーン干渉を考慮したジョブショップスケジューリング問題に対して定式化を行った
- ジョブ数2，機械数5と機械数6のジョブショップスケジューリング問題に対して厳密解を求めることができた

**今後の課題**

- ジョブの数，機械の数を増やしたより大規模な問題に対しての適用
- 解導出時間の高速化

# 参考文献


[1]厚生労働省,労働経済の基礎的資料,[ホーム｜厚生労働省 (mhlw.go.jp)]
(2021/12/2参照)

[2]日経XTEC，設計・生産革新，製造業300社と現場3000人に聞いたDXの本音,
[製造業300社と現場3000人に聞いたDXの本音 | 日経クロステック（xTECH）（nikkei.com)]
(2021/12/2参照)

[3]W.C.Ng, “Crane scheduling in container yards with intercrane interference “
European Journal of Opearational Research,vol.164,pp.64-78(2005)

[4]Feifeng Zheng et al., “Two Yard Crane Scheduling With Dynamic Processing Time and Interference”,IEEE TRANSACTIONS ON INTELLIGENT TRANSPORTATION SYSTEM,vol.19,pp.3775-3784(2018)

[5]片桐英樹，谷崎隆士，宇野剛史，搬送設備の干渉を考慮したジョブショップスケジューリング問題に対するヒューリスティクス解法，vol.63, pp.198-201(2019)